

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**О. Г. Бобрович, В. В. Тульев**

# **ФИЗИКА**

**В 5 частях**

**Часть 4**

## **ОПТИКА**

**Тексты лекций**

**по дисциплине «Физика»**

**для студентов специальности 1-48 01 02  
«Химическая технология органических веществ,  
материалов и изделий»**

Минск 2014

УДК [537.2+537.3](075.8)  
ББК 22.33я73  
Б72

Рассмотрены и рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом Белорусского государственного технологического университета

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики БГПУ им. Максима Танка *И. С. Тапшыков*;  
кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физики БНТУ *П. Г. Кужир*

**Бобрович, О. Г.**

Б72 Физика. В 5 ч. Ч. 4. Оптика : тексты лекций по дисциплине «Физика» для студентов специальности 1-48 01 02 «Химическая технология органических веществ, материалов и изделий» / О. Г. Бобрович, В. В. Тульев. – Минск : БГТУ, 2014. – 94 с.

В пособии кратко изложен материал лекции по разделам «Магнитное поле», «Электромагнитное поле» и «Электромагнитные волны» для студентов дневной формы обучения специальности 1-48 01 02 «Химическая технология органических веществ, материалов и изделий».

УДК [537.2+537.3](075.8)  
ББК 22.33я73

© УО «Белорусский государственный технологический университет», 2014  
© Бобрович О. Г., Тульев В. В., 2014

# Тема 1. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ И ОСНОВЫ ФОТОМЕТРИИ.

## Лекция № 1

### *1.1. Законы геометрической оптики. Принцип Ферма*

### *1.2. Явление полного отражения*

### *1.3. Основные фотометрические величины и их единицы измерения*

#### **1.1. Законы геометрической оптики. Принцип Ферма**

*Оптика* раздел физики, занимающийся изучением природы света, закономерностей его испускания, распространения и взаимодействия с веществом. *Геометрической оптикой* называют часть оптики, в которой изучаются законы распространения света в прозрачных средах на основе представления о свете как о совокупности *световых лучей* (или просто *лучей*). Под *световым лучом* понимают линию, вдоль которой переносится энергия электромагнитной волны.

Для характеристики изотропной среды, в которой распространяется свет, вводится понятие *показателя преломления*. Показатель преломления характеризует оптическую плотность среды.

*Абсолютный показатель преломления* показывает во сколько раз скорость  $c$  света в вакууме больше фазовой скорости  $v$  света в среде

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1.1.1)$$

*Закон прямолинейного распространения света*: свет в прозрачной однородной среде распространяется прямолинейно. Этот закон является приближенным: при прохождении света через очень малые отверстия наблюдаются отклонения от прямолинейности, тем большие, чем меньше отверстие.

*Закон независимости световых лучей* утверждает, что *лучи при пересечении не возмущают друг друга*. Пересечения лучей не мешают каждому из них распространяться независимо друг от друга. Этот закон справедлив лишь при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях, достигаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестает соблюдаться.

При падении световых лучей на границу раздела двух сред происходит отражение и преломление света, которое описывается следующими законами:

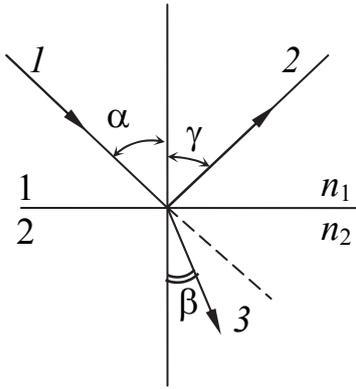


Рис. 1.1.1

*Закон отражения света:*

- 1) угол отражения  $\gamma$  равен углу падения  $\alpha$ ,

$$\gamma = \alpha;$$

- 2) лучи падающий и отраженный находятся в одной плоскости с перпендикуляром, опущенным на поверхность раздела сред в точку падения (рис. 1.1.1).

*Закон преломления света:*

- 1) луч падающий  $I$ , луч преломленный  $3$  и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения луча, лежат в одной плоскости (рис. 1.1.1);
- 2) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.1.2)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — абсолютные показатели преломления первой и второй среды соответственно,  $n_{21}$  — *относительный показатель преломления* второй среды относительно первой.

*Относительный показатель преломления* второй среды относительно первой  $n_{21}$  — физическая величина, показывающая во сколько раз фазовая скорость  $v_1$  распространения света в первой среде больше, чем фазовая скорость  $v_2$  распространения света во второй среде:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{v_2} \frac{v_1}{c} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1.1.3)$$

Среда, имеющая большее значение абсолютного показателя преломления, называется оптически более плотной средой по сравнению со средой, имеющей меньшее значение абсолютного показателя преломления.

В основу геометрической оптики положен принцип, установленный французским математиком П. Ферма в середине XVII столетия. Из этого принципа вытекают законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света. В формулировке самого Ферма принцип гласит: *свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время.*

Для прохождения участка пути  $ds$  свету требуется время  $dt = ds/v$ , где  $v$  — скорость света в данной точке среды. Заменяв  $v$  через  $c/n$ , получим, что  $dt = (1/c)nds$ . Следовательно, время  $\tau$ , затрачиваемое светом на прохождение пути

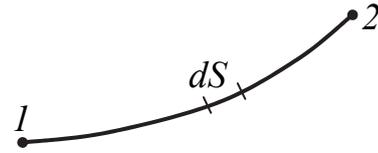


Рис. 1.1.2

от точки 1 до точки 2, равно  $\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 ndS$ . Величина  $L = \int_1^2 ndS$ , имеющая размерность длины, называется *оптической длиной пути*. В однородной среде ( $n = \text{const}$ )  $L = ns$ , где  $s$  геометрическая длина пути. Таким образом, свет распространяется по такому пути, оптическая длина  $L$  пути которого минимальна.

Из принципа Ферма вытекает обратимость световых лучей. Оптический путь, который минимален в случае распространения света из точки 1 в точку 2 (рис. 1.1.2), окажется минимальным и в случае распространения света в обратном направлении по тому же пути из точки 2 в точку 1.

## 1.2. Явление полного отражения

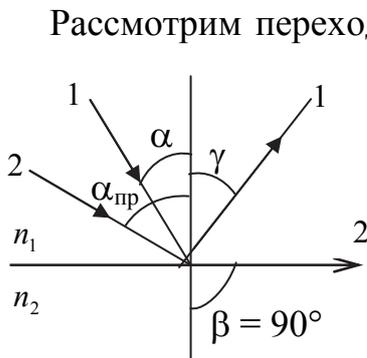


Рис. 1.2.1

Рассмотрим переход светового луча из среды с большим показателем преломления  $n_1$  (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления  $n_2$  (оптически менее плотную) ( $n_2 < n_1$  или  $n_{21} < 1$ ). Из закона преломления следует, что  $\beta > \alpha$  или  $\sin \beta > \sin \alpha$ , т. е. угол преломления  $\beta$  больше угла падения  $\alpha$ .

С увеличением угла падения  $\alpha$  увеличивается угол преломления  $\beta$  до тех пор, пока при некотором угле падения  $\alpha = \alpha_{\text{пр}}$  синус угла преломления ( $\beta = \pi/2$ ) станет равным единице, т. е. преломленный луч (рис. 1.2.1, луч 2) скользит по поверхности раздела двух сред. Угол  $\alpha_{\text{пр}}$ , называется *предельным углом падения*. Тогда имеем

$$\frac{\sin \alpha_{\text{пр}}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \quad \text{или} \quad \sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.2.1)$$

По мере приближения угла падения к предельному углу, интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растёт. При углах падения в пределах от  $\alpha_{\text{пр}}$  до  $\pi / 2$  ( $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$ ) луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. При угле падения  $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$  свет полностью отражается от границы раздела, т. е. возникает явление *полного отражения света*, которое часто называют *полным внутренним отражением*.

Если второй средой является воздух или вакуум, для которого  $n_2 = 1$ , то

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{1}{n_1}. \quad (1.2.2)$$

*Явление полного отражения света можно наблюдать только при переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду, при условии, что угол падения  $\alpha$  луча больше предельного угла  $\alpha_{\text{пр}}$ .*

Явление полного внутреннего отражения используется в очень распространённых в настоящее время волоконно-оптических линиях связи, в световодах, представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала. Из световодов изготавливаются гибкие зонды, используемые в медицине, с помощью которых свет можно передавать по любой траектории. Они позволяют видеть и диагностировать внутренние органы человека, например, внутренность желудка и т. п.

### **1.3. Основные фотометрические величины и их единицы измерения**

*Фотометрией* называется раздел оптики, занимающийся вопросами измерения световых потоков и величин, связанных с такими потоками. В фотометрии используются энергетические и световые величины.

*Энергетические величины* характеризуют энергетические параметры светового излучения. *Световые величины* характеризуют физиологическое действие света и оцениваются по воздействию света на глаз человека или другие приемники излучения (фотоэлементы).

1) *Энергетический поток излучения  $\Phi_{\text{Э}}$  и световой поток  $\Phi$ .*

*Энергетический поток излучения  $\Phi_{\text{Э}}$  — величина, равная отношению энергии  $W$  излучения ко времени  $t$ , за которое излучение про-*

изошло:

$$\Phi_{\text{э}} = W/t. \quad (1.3.1)$$

Единица измерения потока излучения — ватт ( $\text{Вт}=\text{Дж/с}$ ).

*Световой поток*  $\Phi$  — это количество световой энергии, проходящей от источника света через произвольную поверхность в единицу времени, оцениваемый по зрительному ощущению.

*Световой поток*  $\Phi$  определяется как мощность оптического излучения по вызываемому ощущению.

Источник света характеризуется спектральным распределением энергии, которое характеризуется функцией распределения  $\varphi(\lambda)=d\Phi^*/d\lambda$ , где  $d\Phi^*$  — поток энергии, приходящийся на интервал длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ .

Для характеристики интенсивности света с учетом его способности вызывать зрительное ощущение вводится функция спектральной чувствительности.

Чувствительность среднего нормального человеческого глаза к излучению разной длины волны дается кривой относительной спектральной чувствительности (рис. 1.3.1). По горизонтальной оси отложена длина волны  $\lambda$ , по вертикальной оси — относительная спектральная чувствительность  $V(\lambda)$ .

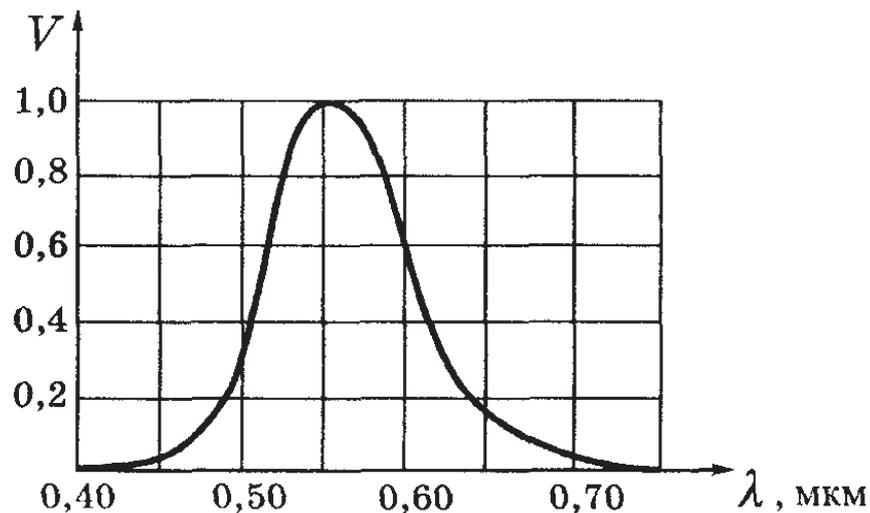


Рис.1.3.1

Глаз наиболее чувствителен к излучению с длиной волны  $\lambda=0,555$  мкм (зеленая часть спектра). Функция  $V(\lambda)$  для этой длины волны принята равной единице. Для интервала длин волн  $d\lambda$  воспринимае-

мый глазом световой поток  $d\Phi$  определяется как произведение потока энергии на соответствующее значение функции  $V(\lambda)$ :

$$d\Phi = V(\lambda)d\Phi^* = V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda. \quad (1.3.2)$$

Полный световой поток равен

$$\Phi = \int_0^{\infty} V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda. \quad (1.3.3)$$

Световой поток  $d\Phi(\lambda)$  для монохроматического света с длиной волны  $\lambda$  связан с энергетическим потоком  $d\Phi_3(\lambda)$  следующим соотношением:

$$d\Phi(\lambda) = d\Phi_3(\lambda)V(\lambda)/A, \quad (1.3.4)$$

где  $V(\lambda)$  — относительная спектральная чувствительность нормального глаза человека к свету с длиной волны  $\lambda$ ;  $A = 0,00146$  Вт/лм — механический эквивалент света.

Единица светового потока — люмен (лм). Он равен световому потоку, излучаемому изотропным источником с силой света в 1 кд (кандела) в пределах телесного угла в один стерадиан.

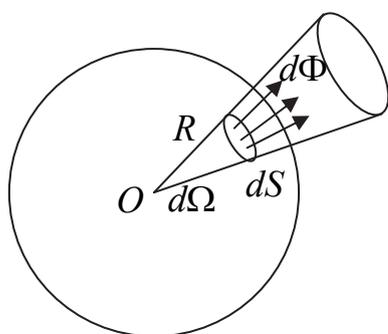


Рис. 1.3.2

Телесным углом называется часть пространства, ограниченная конической поверхностью. Телесный угол определяется отношением площади  $S$ , вырезаемой этим углом на поверхности сферы (с центром  $O$  в вершине телесного угла), к квадрату радиуса  $R$  сферы (рис. 1.3.2):  $d\Omega = dS / R^2$ .

Единицей телесного угла является стерадиан (ср). 1 ср — телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающей на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы. Телесный угол, охватывающий все пространство вокруг источника света, равен  $4\pi$  стерадиан:  $\Omega = 4\pi R^2/R^2 = 4\pi$ .

2) Энергетическая сила света  $I_3$  и сила света  $I$ . Энергетическая сила света  $I_3$  источника равна отношению энергетического

потока излучения  $d\Phi_{\text{э}}$ , излучаемого в данном направлении, к телесному углу  $d\Omega$ , в котором он распространяется.

$$I_{\text{э}} = \frac{d\Phi_{\text{э}}}{d\Omega}. \quad (1.3.5)$$

Единица измерения энергетической силы света — *ватт на стерадиан* (Вт/ср).

*Сила света*  $I$  источника равна отношению светового потока  $d\Phi$ , излучаемого в данном направлении, к телесному углу  $d\Omega$ , в котором он распространяется:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (1.3.6)$$

Единица силы света — *кандела* (кд) является основной единицей Международной системы (СИ). Это световой поток в 1 лм, излучаемый изотропным источником света в телесный угол 1 стерадиан: 1 кд = 1 лм/1 стерадиан.

*Кандела* равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $\gamma = 540 \cdot 10^{12}$  Гц, энергетическая сила света которого составляет  $\frac{1 \text{ Вт}}{683 \text{ ср}}$ .

В случае *точечного изотропного источника*

$$I_{\text{э}} = \Phi_{\text{э}} / (4\pi) \quad \text{и} \quad I = \Phi / (4\pi). \quad (1.3.7)$$

Источник света, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от места наблюдения до источника, называется *точечным источником*. Если сила света  $I$  (или  $I_{\text{э}}$ ) не зависит от направления, источник света называется *изотропным*.

В случае протяженного источника света можно говорить о силе света элемента его поверхности  $dS$ . Тогда в формулах (1.3.5) и (1.3.6) следует понимать световой поток, излучаемый элементом поверхности  $dS$  в пределах телесного угла  $d\Omega$ .

3) *Энергетическая освещенность*  $E_{\text{э}}$  и *освещенность*  $E$ .

*Энергетическая освещенность*  $E_{\text{э}}$  равна отношению энергетического потока  $d\Phi_{\text{э}}$ , падающего на поверхность, к площади этой поверхности  $dS$ .

$$E_{\text{э}} = \frac{d\Phi_{\text{э}}}{dS}. \quad (1.3.8)$$

Единица измерения энергетической освещенности — *ватт на метр в квадрате* ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ).

Освещенность  $E$  равна отношению светового потока  $d\Phi$ , падающего на поверхность, к площади этой поверхности  $dS$ :

$$E = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (1.3.9)$$

Единица измерения освещенности — *люкс* (лк).  $1 \text{ лк} = 1 \text{ лм}/1 \text{ м}^2$ .

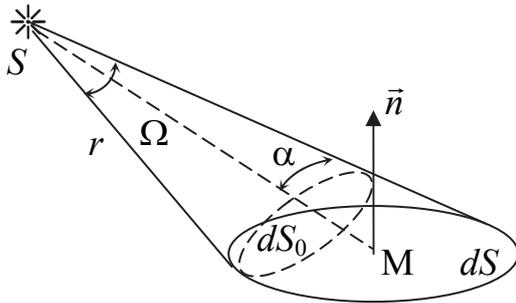


Рис. 1.3.3

Освещенность  $E$ , создаваемую точечным источником, можно выразить через силу света  $I$ , расстояние  $r$  от поверхности до источника и угол  $\alpha$  между нормалью к поверхности и направлением на источник (рис. 1.3.3).

Используя для телесного угла  $d\Omega = dS \cos \alpha / r^2$  и формулы (1.3.5), (1.3.6), (1.3.8) и (1.3.9) получим, что энергетическая освещенность  $E_{\text{Э}}$  и освещенность  $E$  поверхности, создаваемые точечным изотропным источником энергетической силой света  $I_{\text{Э}}$  и силой света  $I$  в точке, удаленной от него на расстояние  $r$ , выражаются следующими формулами (*закон обратных квадратов* для  $E_{\text{Э}}$  и  $E$ )

$$E_{\text{Э}} = \frac{I_{\text{Э}} \cos \alpha}{r^2} \quad \text{и} \quad E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}, \quad (1.3.10)$$

где  $\alpha$  — угол между лучом в точке  $M$  падения и нормалью к поверхности  $dS$ .

Освещенность, необходимая для чтения книги, составляет  $\sim 40$  лк, а создаваемая полной луной —  $\sim 0,2$  лк.

#### 4) Энергетическая светимость $R_{\text{Э}}$ и светимость $R$ .

Светимость характеризует излучение (или отражение) света данным местом поверхности по всем направлениям.

Энергетическая светимость  $R_{\text{Э}}$  равна отношению энергетического потока  $d\Phi_{\text{Э}}$ , испускаемого (отражаемого) площадкой  $dS$  по всем направлениям (в телесном угле  $\Omega = 2\pi$ ) к величине этой площадки.

$$R_{\text{Э}} = \frac{d\Phi_{\text{Э}}}{dS}. \quad (1.3.11)$$

Единица измерения энергетической светимости — *ватт на квадратный метр* (Вт/м<sup>2</sup>).

Светимость  $R$  равна отношению светового потока  $d\Phi$ , испускаемого (отражаемого) площадкой  $dS$  по всем направлениям, к величине этой площадки:

$$R = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (1.3.12)$$

Единица измерения светимости — *люмен на квадратный метр* (лм/м<sup>2</sup>).

Светимости поверхности  $R_{\text{э}}$  и  $R$  тела, обусловленные ее освещенностью

$$R_{\text{э}} = \rho E_{\text{э}} \quad \text{и} \quad R = \rho E, \quad (1.3.13)$$

где  $\rho$  — *коэффициент рассеяния (отражения)*.

5) *Энергетическая яркость  $L_{\text{э}}$  и яркость  $L$* .

Для характеристики излучения (отражения) света в заданном направлении служит яркость  $L$ . Это направление характеризуется двумя углами — углом  $\alpha$ , отсчитываемым от нормали  $\vec{n}$ , и азимутальным углом  $\varphi$  (этот угол отсчитывается в плоскости перпендикулярной плоскости).

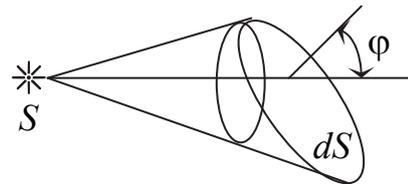


Рис. 1.3.4

*Энергетическая яркость  $L_{\text{э}}$  светящейся поверхности в некотором направлении равна отношению энергетической силы света  $dI_{\text{э}}$  элементарной площадки  $dS$  в данном направлении к проекции площадки  $dS$  на плоскость, перпендикулярную этому направлению*

$$L_{\text{э}} = \frac{dI_{\text{э}}}{dS_{\perp}} = \frac{dI_{\text{э}}}{dS \cos \alpha}. \quad (1.3.14)$$

Единица энергетической яркости — *ватт на квадратный метр и на стерадиан* (Вт/(ср·м<sup>2</sup>)).

*Яркость  $B$  светящейся поверхности в некотором направлении равна отношению силы света  $dI$  элементарной площадки  $dS$  в данном направлении к проекции площадки  $dS$  на плоскость, перпендикулярную этому направлению*

$$L = \frac{dI}{dS_{\perp}} = \frac{dI}{dS \cos \alpha}. \quad (1.3.15)$$

Единица яркости — *кандела на квадратный метр* (кд/м<sup>2</sup>).

Рассмотрим элементарный телесный угол  $d\Omega$ , опирающийся на светящуюся площадку  $\Delta S$  и ориентированный в направлении, образующем угол  $\alpha$  нормалью  $n$  площадке (рис. 1.3.5). Используя определение силы света, получим выражение для яркости

$$L = \frac{d\Phi}{d\Omega \Delta S \cos \alpha}. \quad (1.3.16)$$

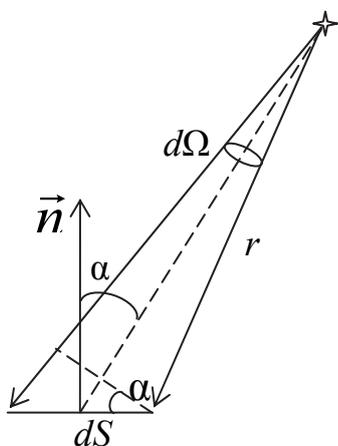


Рис. 1.3.5

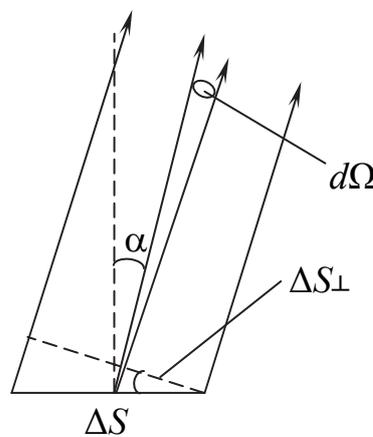


Рис. 1.3.6

Источники света, яркость  $L$  которых одинакова по всем направлениям ( $L = \text{const}$ ), называются *ламбертовскими*.

Согласно формуле (1.3.17) поток, излучаемый площадкой  $\Delta S$  в пределах телесного угла  $d\Omega$  по направлению, определяемому углом  $\alpha$ , равен

$$d\Phi = L d\Omega \Delta S \cos \alpha. \quad (1.3.17)$$

Подставим в эту формулу выражение для элементарного телесного угла  $d\Omega = \sin \alpha d\alpha d\varphi$  и проинтегрируем полученное выражение по  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2\pi$  и по  $\alpha$  от 0 до  $\pi/2$  и учтем, что  $L = \text{const}$ . В результате получим полный световой поток, испускаемый элементом поверхности ламбертовского источника наружу по всем направлениям:

$$\Delta\Phi = L\Delta S \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = \pi L\Delta S. \quad (1.3.18)$$

Разделив этот поток на  $\Delta S$ , получим светимость. Таким образом, для ламбертовского источника энергетическая светимость  $R_{\text{э}}$  (светимость  $R$ ) и энергетическая яркость  $L_{\text{э}}$  (яркость  $L$ ) связаны соотношениями

$$R_{\text{э}} = \pi L_{\text{э}} \quad \text{и} \quad R = \pi L. \quad (1.3.19)$$

Яркость поверхности полуденного Солнца имеет порядок  $10^9$  кд/м<sup>2</sup>, ночного безлунного неба –  $10^{-4}$  кд/м<sup>2</sup>. Наименьшая яркость, которую может различить глаз, имеет порядок  $10^{-6}$  кд/м<sup>2</sup>.

В таблице представлены основные энергетические и фотометрические величины и единицы их измерения.

Величина	Единицы измерения	
	энергетические	фотометрические (световые)
Световой поток $\Phi$	Вт	люмен (лм)
Сила света $I$	Вт/ср	кандела (кд)
Освещенность $E$	Вт/м <sup>2</sup>	люкс (лк)
Светимость $R$	Вт/м <sup>2</sup>	лм/м <sup>2</sup>
Яркость $L$	Вт/(ср·м <sup>2</sup> )	кд/м <sup>2</sup>

## Тема 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### Лекция № 2

**2.1. Интерференция света. Интенсивность света при суперпозиции двух монохроматических волн. Оптическая длина пути и оптическая разность хода.**

**2.2. Время и длина когерентности. Когерентность волн реальных источников.**

**2.3. Получение когерентных волн. Интерференционные схемы.**

**2.4. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Условия получения устойчивой интерференционной картины.**

**2.1. Интерференция света. Интенсивность света при суперпозиции двух монохроматических волн. Оптическая длина пути и оптическая разность хода**

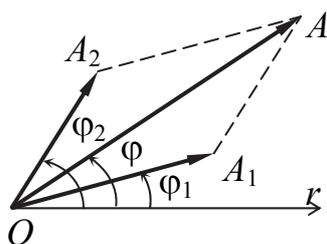


Рис. 2.1.1

Электромагнитная волна характеризуется вектором напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и вектором напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ . Экспериментально установлено, что действие света на фотоэлемент, фотопленку и другие технические устройства для его регистрации обуславливается колебаниями вектора

$\vec{E}$ , поэтому его называют *световым вектором*.

Пусть два источника света создают в изотропной прозрачной среде с показателем преломления  $n$  две монохроматические плоские (или сферические) волны. Рассмотрим наложение (суперпозицию) в некоторой точке пространства этих световых волн одинаковой частоты, которые возбуждают колебания одинакового направления

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{1m} \cos(\omega t - k_1 r_1 + \alpha_1) = E_{1m} \cos \varphi_1 \\ E_2 &= E_{2m} \cos(\omega t - k_2 r_2 + \alpha_2) = E_{2m} \cos \varphi_2 \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

где  $E_{m1}$  и  $E_{m2}$  — амплитудные значения светового вектора волн в точке наложения,  $\omega$  — циклическая частота колебаний,  $k_1$  и  $k_2$  — волновые числа волн,  $r_1$  и  $r_2$  — расстояния от источников волн до точки нало-

жения,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — начальные фазы волн,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — фазы волн в точке наблюдения в момент времени  $t$ .

В соответствии с принципом суперпозиции результирующий вектор  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  можно определить с помощью метода векторных диаграмм (рис 2.1.1). Амплитуда результирующего колебания в точке наблюдения будет равна (по теореме косинусов)

$$E^2 = E_{1m}^2 + E_{2m}^2 + 2E_{1m}E_{2m} \cos \Delta\varphi, \quad (2.1.2)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  - разность фаз двух волн в точке наблюдения.

Так как интенсивность света пропорциональна амплитуде в квадрате  $I \approx \langle E^2 \rangle$ , то из (2.1.2) следует

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \Delta\varphi \rangle. \quad (2.1.3)$$

Если оба колебания не согласованы друг с другом, т. е. разность фаз  $\Delta\varphi$  изменяется во времени, то такие колебания называют *некогерентными*. Если разность фаз  $\Delta\varphi$ , возбуждаемых волнами колебаний, непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение  $\langle \cos \Delta\varphi \rangle = 0$ . Поэтому

$$I = I_1 + I_2, \quad (2.1.4)$$

т.е. интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности.

Если разность фаз  $\Delta\varphi$ , возбуждаемых волнами колебаний, остается постоянной во времени, то такие волны называются *когерентными*, и их источники называют также *когерентными источниками света*

$$\Delta\varphi = \text{const}. \quad (2.1.5)$$

Последнее слагаемое в формуле (2.1.3) называют интерференционным членом уравнения. Определим его влияние на результирующую интенсивность света в точке наблюдения. В точках пространства, где  $\cos \Delta\varphi > 0$  ( $I > I_1 + I_2$ ) возникают максимумы интерференционной картины, а там где  $\cos \Delta\varphi < 0$  ( $I < I_1 + I_2$ ) возникают минимумы интерференционной картины. Явление перераспределения интенсивности света при суперпозиции когерентных волн называют *интерференцией световых волн*.

*Условия интерференционных максимумов и минимумов.* Когда волны являются когерентными, то  $\langle \Delta\varphi \rangle = \Delta\varphi = \text{const}$ .

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi. \quad (2.1.6)$$

Если  $\Delta\varphi = \pm 2\pi m$ , где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , то  $\cos \Delta\varphi = 1$  и получаем

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad (2.1.7)$$

т.е. наблюдается максимальное значение интенсивности света. Если  $I_1 = I_2$ , то  $I_{\max} = 4 I_1$ .

Если  $\Delta\varphi = \pi \pm 2\pi m = (2m + 1)\pi$ , где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , то  $\cos \Delta\varphi = -1$  и получаем

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad (2.1.8)$$

т.е. наблюдается минимальное значение интенсивности света. Если  $I_1 = I_2$ , то  $I_{\min} = 0$ .

Условие интерференционных максимумов для разности фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \pm 2m\pi, \text{ где } m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.1.9)$$

а условие интерференционных минимумов для разности фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \pm(2m + 1)\pi, \text{ где } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.1.10)$$

*Оптическая длина пути и оптическая разность хода.* Рассмотрим, когда выполняется условие (2.1.5). Разность фаз двух волн равна

$$\Delta\varphi = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 r_2 - k_1 r_1) + (\alpha_2 - \alpha_1) = \text{const}. \quad (2.1.11)$$

Это возможно при  $\omega_2 = \omega_1$ , и если  $\alpha_2 = \alpha_1$ . Тогда получаем

$$\Delta\varphi = k_2 r_2 - k_1 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1, \quad (2.1.12)$$

где  $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n_1}$  и  $\lambda_2 = \frac{\lambda}{n_2}$  длины волн в средах, в которых они распространяются, длина волны  $\lambda$  в вакууме.

С учетом этого получаем

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n_2}{\lambda} r_2 - \frac{2\pi n_1}{\lambda} r_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad (2.1.13)$$

где  $L = nr$  — *оптическая длина пути* волны, равная произведению абсолютного показателя преломления среды  $n$  на геометрическую длину

пути  $r$  волны,  $\Delta = L_2 - L_1$  — *оптическая разность хода* волн, равная разности оптических длин пути двух накладываемых волн.

С учетом (2.1.13) и (2.1.9)  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \pm 2\pi m$ . Тогда условие интерференционных максимумов интенсивности результирующей волны можно записать:

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda, \text{ где } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.1.14)$$

Таким образом, если оптическая разность хода равна целому числу длин волн или четному числу длин полуволен, то в точке наблюдения образуются максимумы интенсивности результирующей волны.

С учетом (2.1.13) и (2.1.10)  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = (2m + 1)\pi$ . Тогда условие интерференционных минимумов интенсивности результирующей волны можно записать:

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \text{ где } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.1.15)$$

Если оптическая разность хода равна нечетному числу длин полуволен или полуцелому числу длин волн, образуются минимумы интенсивности результирующей волны.

Формулы (2.1.14) и (2.1.15) являются *условиями интерференционных максимумов и минимумов для оптической разности хода двух волн*.

## **2.2.Время и длина когерентности. Когерентность волн реальных источников**

В общем случае, когерентностью называют согласованное протекание во времени и в пространстве нескольких колебательных или волновых процессов, проявляющееся при их сложении. Степень согласованности процессов может быть различной — пространственной и временной.

Строго монохроматические волны одинаковой частоты всегда когерентны. Однако интерференционные явления от двух независимых источников света (например, лампочек) недоступны для наблюдения невооруженным глазом. Более того, даже если имеются две очень узкие спектральные линии, излучаемые разными источниками, то глаз

не фиксирует интерференционную картину. Это указывает на тот факт, что излучение реальных источников света никогда не бывает строго монохроматическим.

Продолжительность процесса излучения света атомом  $\tau \sim 10^{-8}$  с. Такое прерывистое излучение характерно для любого источника света независимо от его природы. За это время атом испускает цуг волн (участок электромагнитной волны)  $\sim 3$  м. Окончив излучение, атом через некоторое время опять излучает, однако фаза нового цуга никак не связана с фазой предыдущего цуга. За этот промежуток времени возбужденный атом, растратив свою избыточную энергию на излучение, возвращается в нормальное (невозбужденное) состояние, а излучение им света прекращается. Затем спустя некоторый промежуток времени атом может вновь возбудиться и начать излучать свет. Атомы светящегося тела излучают свет независимо друг от друга. Следовательно, начальные фазы соответствующих им цугов волн никак не связаны между собой. Для одного и того же атома значения начальных фаз разных цугов хаотически изменяются от одного акта излучения этого атома к другому. Таким образом, свет, испускаемый любым макроскопическим источником, не монохроматичен, так как состоит из множества быстро сменяющихся друг друга волн, начальные фазы которых изменяются совершенно хаотично. Кроме того, значения циклических частот  $\omega$  для этих цугов также могут быть различными.

В реальной световой волне присутствуют колебания различных частот или длин волн, заключенных в более или менее узком, но конечном интервале. Даже отдельные линии в спектре атома имеют конечную «естественную» ширину порядка  $10^7$  Гц ( $\Delta\lambda \sim 10^{-5}$  нм). Кроме того, амплитуды и начальные фазы испускаемых атомами или молекулами волн испытывают непрерывные случайные изменения. Поэтому для характеристики когерентных свойств реальных волн вводится *время когерентности*  $\tau_k$ , под которым понимают промежуток времени, за который случайное изменение фазы волны достигает значения, равного  $\pi$ . В результате волна как бы «забывает» свою первоначальную фазу и становится некогерентной по отношению к самой себе. Любой оптический прибор, с помощью которого регистрируется результат наложения волн, обладает определенной инерционностью, которая характеризуется *временем срабатывания прибора*  $\tau_{пр}$ . Для глаза, например,  $\tau_{пр} \sim 0.1$  с. Поэтому интерференционная картина будет наблюдаться только в том случае, если время срабатывания прибора меньше времени когерентности. *Условие временной когерентности* имеет вид

$$\tau_{пр} < \tau_k. \quad (2.2.1)$$

Расстояние, на которое распространяется волна в вакууме за время когерентности  $\tau_k$ , называется *длиной когерентности*

$$l_k = c \tau_k. \quad (2.2.2)$$

Когерентные световые волны можно получить, разделив волну, излучаемую одним источником, на две части. Для получения интерференционной картины в этом случае необходимо, чтобы оптическая разность хода  $\Delta$  была меньше, чем длина когерентности

$$\Delta < l_k. \quad (2.2.3)$$

Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть очень большой, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному и тому же результирующему цугу волн.

При использовании обычных источников для создания когерентных волн осуществляется искусственное разделение пучка света на два пучка, которые в силу общности происхождения оказываются когерентными. Выполнение временной когерентности происходит при соответствующем выборе регистрирующего прибора.

Результат интерференции полученных волн при их наложении зависит от разности фаз  $\Delta\varphi$ , которая возникает при прохождении этих пучков света до рассматриваемой точки интерференционной картины. Следует отметить, что в силу ограниченности промежутка времени излучения каждого цуга ( $10^{-8}$  с) наблюдать явление интерференции можно при не слишком больших значениях  $\Delta\varphi$  и соответствующих им разностях хода волн. Это требование ограничивает число видимых интерференционных полос.

### **2.3. Получение когерентных волн. Интерференционные схемы**

Теперь рассмотрим несколько способов получения когерентных волн. Для осуществления интерференции света необходимо получить когерентные световые пучки, для чего применяются различные приемы. До появления лазеров во всех приборах для наблюдения интерференции света когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. Практически это можно осуществить с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел. Рассмотрим некоторые из этих методов.

*Метод Юнга.* Т. Юнгу принадлежит первое наблюдение явления интерференции световых волн (определил длины этих волн.). Источ-

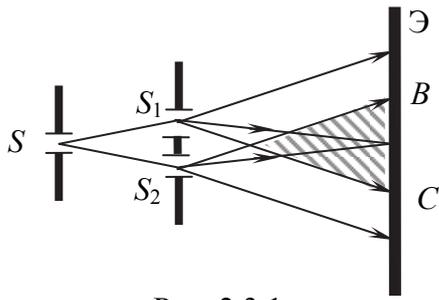


Рис. 2.3.1

ником света служит ярко освещенная щель  $S$  (рис. 2.3.1), от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели  $S_1$  и  $S_2$  параллельные щели  $S$ . Щели  $S_1$  и  $S_2$ , играют роль когерентных источников. Интерференционная картина (область  $BC$ ) наблюдается на экране ( $\mathcal{E}$ ), расположенном на некотором расстоянии параллельно  $S_1$  и  $S_2$ .

*Зеркала Френеля.* Два плоских соприкасающихся зеркала  $OM$  и  $ON$  располагаются так, что их отражающие поверхности образуют угол, близкий к нулю (рис. 2.3.2). Соответственно угол  $\varphi$  на рисунке очень мал. Параллельно линии пересечения зеркал  $O$  на расстоянии  $r$  от нее помещается прямолинейный источник света  $S$  (например, узкая светящаяся щель). Зеркала отбрасывают на экран  $\mathcal{E}$  две цилиндрические когерентные волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ . Непрозрачный экран  $\mathcal{E}_1$  преграждает свету путь от источника  $S$  к экрану  $\mathcal{E}$ .

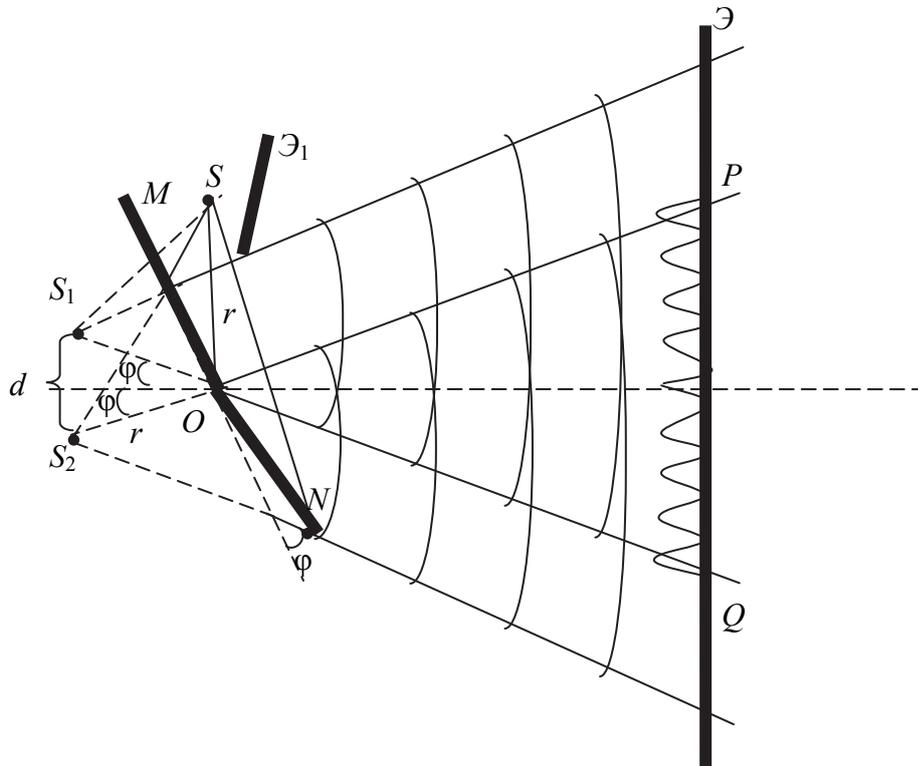


Рис. 2.3.2

Луч  $OQ$  представляет собой отражение луча  $SO$  от зеркала  $OM$ , луч  $OP$  — отражение луча  $SO$  от зеркала  $ON$ . Легко сообразить, что угол между лучами  $OP$  и  $OQ$  равен  $2\varphi$ . Поскольку  $S_1$  и  $S_2$  расположены относительно  $OM$  симметрично, длина отрезка  $OS_1$  равна  $OS_2$ , т. е.  $r$ . Аналогичные рассуждения приводят к тому же результату для отрезка  $OS_2$ . Таким образом, расстояние между источниками  $S_1$  и  $S_2$  равно  $d = 2r\sin\varphi \approx 2\pi\varphi$ .

*Бипризма Френеля.* Изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углом  $\theta$  имеют одну общую грань (рис. 2.2.3).

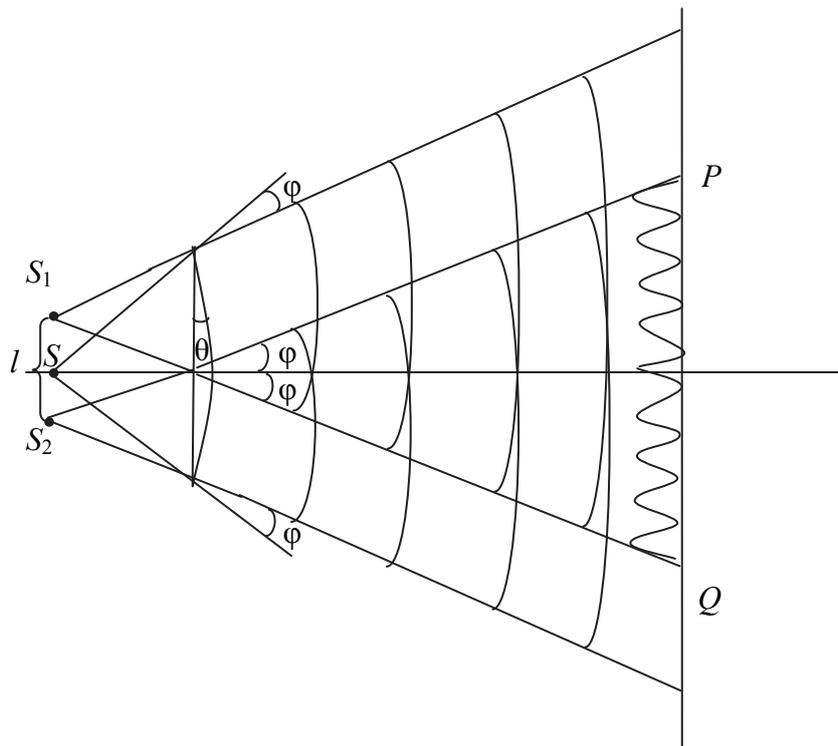


Рис. 2.2.3

Параллельно этой грани на расстоянии  $a$  от нее располагается прямолинейный источник света  $S$ . В случае, когда преломляющий угол  $\theta$  призмы очень мал и углы падения лучей на грань призмы не очень велики, все лучи отклоняются призмой на практически одинаковый угол, равный  $\varphi = (n - 1)\theta$ . ( $n$  — показатель преломления призмы). Если угол падения лучей на бипризму невелик, то все лучи отклоняются каждой из половин бипризмы на одинаковый угол. В результате образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , лежащих в одной плоскости с  $S$ .

## 2.4. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Условия получения устойчивой интерференционной картины

Во всех случаях, рассмотренных в предыдущем вопросе, интерференция возникает в результате наложения двух расходящихся пучков света, распространяющихся от двух когерентных источников, находящихся на расстоянии  $l$  от экрана Э (рис. 2.4.1). Поэтому порядок расчета и результат наложения волн будут совершенно одинаковыми. Область, в которой волны накладываются друг на друга, называется полем интерференции.

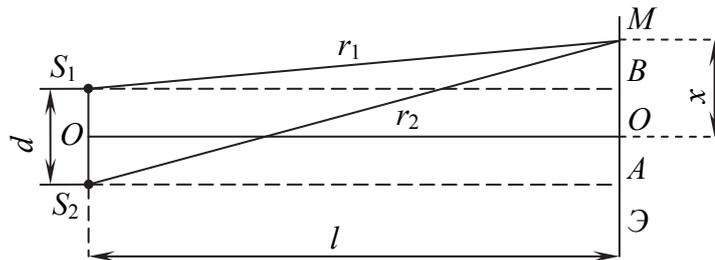


Рис. 2.4.1

Во всей этой области наблюдается чередование мест с максимальной и минимальной интенсивностью света. Если в поле интерференции внести экран, то на нем будет видна интерференционная картина, которая имеет вид чередующихся светлых и темных полос.

Пусть когерентные источники  $S_1$  и  $S_2$  находятся на расстоянии  $d$  друг от друга, а экран Э и источники находятся в среде с абсолютным показателем преломления  $n$ .

Найдем оптическую разность хода между когерентными волнами идущими от источников  $S_1$  и  $S_2$  в рассматриваемую точку  $M$  на экране. Точка  $M$  находится на расстоянии  $x$  от центра интерференционной картины.

$$\Delta = L_2 - L_1 = r_2 n - r_1 n = n(r_2 - r_1), \quad (2.4.1)$$

где  $L_2 = r_2 n$  и  $L_1 = r_1 n$  — оптические длины пути для второй и первой волн;  $r_2$  и  $r_1$  — геометрические длины пути второй и первой волн.

Для треугольников  $S_1AM$  и  $S_2BM$  можно записать

$$\begin{aligned} r_2^2 &= l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2, \quad r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow \\ r_2^2 - r_1^2 &= \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd. \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Т.к.  $l \gg d$ , то можно считать что  $r_2 + r_1 \approx 2l$ , с учетом этого получаем

$$(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd \Rightarrow (r_2 - r_1)2l = 2xd \Rightarrow (r_2 - r_1) = \frac{xd}{l}. \quad (2.4.3)$$

Оптическая разность ход будет равна

$$\Delta = n(r_2 - r_1) = \frac{nxd}{l}. \quad (2.4.4)$$

Подставляя условие интерференционных максимумов для оптической разности хода двух волн (2.1.14) в выражение (2.4.4), получим координаты максимумов (положение светлых полос) на экране

$$\frac{nx_{\max}d}{l} = 2m \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_{\max} = \frac{m\lambda l}{nd}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.5)$$

В точке  $x_{\max} = 0$  расположен максимум, соответствующий нулевой оптической разности хода. Для него порядок интерференции  $m = 0$ . Это центр интерференционной картины.

Подставляя условие интерференционных минимумов для оптической разности хода двух волн (2.1.15) в выражение (2.4.4), получим координаты минимумов (положение темных полос) на экране

$$\frac{nx_{\min}d}{l} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_{\min} = \frac{(2m + 1)\lambda l}{2nd}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.6)$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), порядок  $m$  которых отличается на единицу, называют *шириной интерференционной полосы*

$$\Delta x = x_m - x_{m-1} = \frac{m\lambda l}{nd} - \frac{(m-1)\lambda l}{nd} = \frac{\lambda l}{nd}. \quad (2.4.7)$$

### Лекция № 3

#### 3.1. Интерференция света на тонких пленках.

#### 3.2. Интерференционные приборы. Применение явления интерференции.

#### 3.1. Интерференция света на тонких пленках

Явление интерференции проявляется при отражении света от тонких прозрачных пленок. Рассмотрим процесс возникновения коге-

рентных световых пучков при отражении плоской монохроматической волны с длиной  $\lambda$  от тонкой пластинки толщиной  $d$ , в месте падения луча. На пластинку с показателем преломления  $n_2$ , падает под углом  $\alpha$  пучок света (рис. 3.1.1).

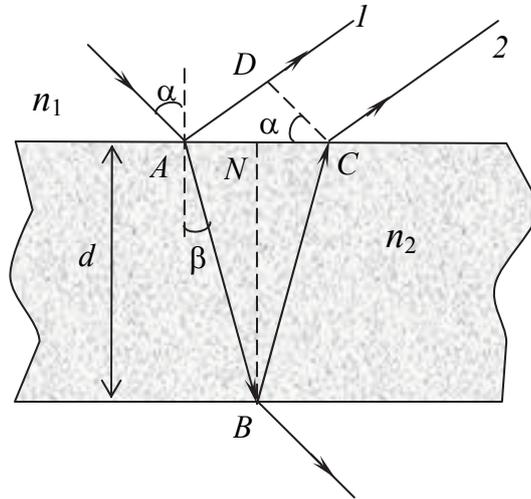


Рис. 3.1.1

По обе стороны от пластинки находится одна и та же среда с показателем преломления  $n_1$  ( $n_2 > n_1$ ). От пластинки отражаются два параллельных пучка света. Один образовался при отражении от верхней поверхности пластинки, второй — при отражении от нижней поверхности. При входе в пластинку и при выходе из нее второй пучок претерпевает преломление. Кроме этих двух пучков, от пластинки вверх пойдут пучки, возникающие в результате трех-, пяти- и т. д. кратного отражения от поверхностей пластинки. Однако ввиду их малой интенсивности мы эти пучки принимать во внимание не будем. Найдем оптическую разность хода этих двух лучей:

$$\Delta = L_2 - L_1, \quad (3.1.1)$$

где  $L_1$  — оптическая длина пути луча 1;  $L_2$  — оптическая длина пути луча 2.

$$L_1 = n_1 \cdot AD - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.1.2)$$

Так как луч 1 отражается от оптически более плотной среды, то при отражении происходит изменение фазы колебаний на  $\pi$ . Чтобы

учесть это изменения, необходимо ввести добавочную разность хода  $\frac{\lambda}{2}$  (потеря полуволны).

$$L_2 = n_2 \cdot (AB + BC) = 2n_2 \cdot AB. \quad (3.1.3)$$

$$\Delta = L_2 - L_1 = 2n_2 \cdot AB - n_1 \cdot AD + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.1.4)$$

Из треугольника  $ANB$  и  $BNC$  следует

$$AB = \frac{d}{\cos \beta} \text{ и } AD = AC \sin \alpha = 2AN \sin \alpha = 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha. \quad (3.1.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= L_2 - L_1 = 2n_2 \cdot \frac{d}{\cos \beta} - n_1 \cdot 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} = \\ &= \frac{2d}{\cos \beta} (n_2 - n_1 \cdot \sin \beta \sin \alpha) + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Из закона преломления следует

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{n_2}{n_1} \sin \beta. \quad (3.1.7)$$

С учетом закона преломления получим

$$\Delta = \frac{2d}{\cos \beta} (n_2 - n_2 \cdot \sin^2 \beta) + \frac{\lambda}{2} = \frac{2dn_2}{\cos \beta} \cos^2 \beta + \frac{\lambda}{2} = 2dn_2 \cos \beta + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.1.8)$$

Так как  $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)^2} = \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}$ , то

$$\Delta = 2dn_2 \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.1.9)$$

Если  $n_1 = 1$  (например, воздух), то оптическая разность хода будет равна

$$\Delta = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.1.10)$$

Если пластина плоскопараллельная ( $d = \text{const}$ ), то, согласно формуле (35), оптическая разность хода лучей зависит от их угла падения

$\alpha$  на пластину. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения отраженных лучей, которые соответствуют лучам, падающим на плоскопараллельную пластину под одинаковыми углами  $\alpha$ , называются *полосами равного наклона*. Если пленка имеет разную толщину и на нее падает параллельный пучок света ( $\alpha = \text{const}$ ), то положения интерференционных полос будут характеризоваться определенными значениями толщины пленки  $d$ . Такие полосы называются *полосами равной толщины*.

Если  $\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$ , то при отражении будет наблюдаться усиление интенсивности света (условие максимума). Толщина пленки при этом будет равна

$$2m \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{(2m-1)\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3.1.11)$$

Если  $\Delta = (2m-1) \frac{\lambda}{2}$ , то при отражении свете будет наблюдаться ослабление интенсивности света (условие минимума). Толщина пленки при этом будет равна

$$(2m+1) \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3.1.12)$$

В проходящем свете отражение света будет происходить от оптически менее плотной среды, поэтому потери полуволны не будет, и оптическая разность хода будет равна

$$\Delta = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (3.1.13)$$

А усиление интенсивности света будет наблюдаться при толщине пленки

$$2m \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3.1.14)$$

А ослабление интенсивности света при толщине пленки

$$(2m+1) \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow d = \frac{(2m+1)\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (3.1.15)$$

### 3.2. Интерференционные приборы. Применение явления интерференции

Количественные закономерности интерференционных явлений зависят от длины световой волны  $\lambda$ , показателя преломления  $n$  и геометрических параметров, определяющих оптическую разность хода интерферирующих лучей. Измеряя геометрические параметры и расстояния между центрами полос в опытах с двумя когерентными источниками света, можно рассчитать длину волны падающего монохроматического света. Кроме того, явление интерференции применяется и для точных измерений малых расстояний и показателей преломления прозрачных сред. При этом используются специальные приборы — *интерферометры*. Существуют приборы для контроля за чистотой обработки металлических поверхностей. Их называют *микроинтерферометрами*. В техническом отношении микроинтерферометр состоит из интерферометра и микроскопа. С помощью микроскопа наблюдают интерференционную картину полос равной толщины, искривления которых отражают микрорельеф исследуемой поверхности.

Явление интерференции широко используется для *просветления оптики*, сущность которого состоит в том, чтобы ликвидировать вредное отражение света от поверхностей линз в сложных оптических системах. На границе раздела воздух-стекло отражается 4% энергии падающей волны. Поэтому при наличии в оптическом приборе некоторого количества линз, зеркал и преломляющих призм до наблюдателя доходит малая часть первоначальной энергии световой волны. Для того чтобы увеличить освещенность (яркость) изображения в оптическом приборе, можно с помощью интерференции света погасить отраженные лучи. Для этого на поверхность линзы наносят тонкую пленку, у которой показатель преломления меньше, чем показатель преломления стекла линзы ( $n_{\text{пл}} < n_{\text{ст}}$ ). В этом случае наряду с лучом 2, отраженным от поверхности линзы, возникает луч 1, отраженный от поверхности пленки (рис. 2.5.1). Эти лучи являются когерентными, и они гасят друг друга при толщине пленки, определяемой из условия (2.5.15):

$$2dn_{\text{пл}} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n_{\text{пл}}} \quad (3.2.1)$$

В этом случае происходит перераспределение световой энергии и она вся проходит в линзу, отраженной волны не будет. Как видно из выражения (2.6.1) толщина пленки определяется длиной волны падающего излучения. Поэтому выбирают условие полного гашения при отражении наиболее чувствительных для глаза лучей зеленого цвета. В этом случае остальные волны видимого диапазона будут частично отражаться, и поэтому просветленные линзы окрашены в фиолетово-красные цвета.

Интерферометрами называют оптические измерительные приборы, основанные на интерференции света. Они позволяют с высокой степенью точности измерять линейные и угловые расстояния, малые разности показателей преломления, исследовать структуру спектральных линий и т.д.

Двухлучевые интерферометры.

Интерферометр Жамена (Жюль Селестен Жамен, французский физик, 1818–1886).

Интерферометр Майкельсона (Альберт Абрахам Майкельсон, американский физик, 1852–1931).

Многолучевые интерферометры.

Интерферометр Фабри-Перо (Шарль Фабри, французский физик, 1867–1945; Альфред Перо, французский физик, 1863–1925).

Пластика Луммера-Герке (Луммер, Эрнст Герке, немецкий физик, 1878–1960).

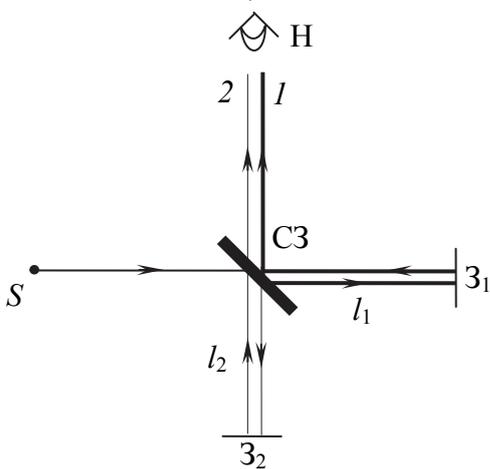


Рис. 3.2.1

Для примера рассмотрим принцип работы двухлучевого интерферометра А. Майкельсона. Данный прибор позволил впервые измерить длину волны света и также был использован для проверки гипотезы о светоносном эфире. Интерферометр состоит из полупрозрачного светоделительного зеркала  $C3$  (рис. 2.6.1), разделяющего входящий луч от источника  $S$  на два, которые в свою очередь, отражаются зеркалом обратно. Пространства между зеркалами

$C3$  и  $Z_1$ ,  $C3$  и  $Z_2$  называются плечами интерферометра. На полупрозрачном зеркале разделенные лучи вновь направляются в одну сторону

ну, чтобы образовать интерференционную картину в месте наблюдения Н. Анализируя ее и изменяя длину одного плеча на известную величину, можно по изменению вида интерференционных полос измерить длину волны, либо, наоборот, если длина волны известна, можно определить неизвестное изменение длин плеч. Если зеркала строго перпендикулярны, то можно наблюдать *полосы равного наклона* (в виде колец). Если зеркала не строго перпендикулярны, то плоскости зеркал подобны клину и можно наблюдать *полосы равной толщины* в виде прямых.

Рассмотрим применение интерферометра для измерения малых расстояний. Оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\Delta = 2n(l_2 - l_1), \quad (3.2.2)$$

где  $n_1$  — показатель преломления воздуха, а  $l_1$  и  $l_2$  — длины плеч интерферометра.

Если  $l_1 = l_2$ , то наблюдается интерференционный максимум. Смещение одного из зеркал на расстояние  $\lambda/4$  приводит к возникновению интерференционного минимума. Таким образом, по изменению интерференционной картины можно судить о малых перемещениях одного из зеркал и тем самым использовать интерферометр Майкельсона для точных измерений длины.

## Тема 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### Лекция № 4

**4.1. Явление дифракции света и условия ее наблюдения.  
Принцип Гюйгенса Френеля.**

**4.2. Метод зон Френеля.**

**4.1. Явление дифракции света и условия ее наблюдения.  
Принцип Гюйгенса Френеля**

*Дифракцией света* называется совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью. В более узком смысле под *дифракцией света* понимают огибание светом встречных препятствий, т.е. отклонение от законов геометрической оптики. Например, при прохождении через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел и т.д..

Различают два вида дифракции света:

- 1) дифракция Френеля (дифракция в сходящихся лучах);
- 2) дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах).

В первом случае на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него. При дифракции Френеля на экране получается «дифракционное изображение» препятствия.

Во втором случае на препятствие падает плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, который находится в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света. При дифракции Фраунгофера на экране получается «дифракционное изображение» удаленного источника света.

Решающую роль в утверждении в начале XIX в. волновой теории света и ее дальнейшем развитии, позволившем, в частности, объяснить дифракцию света и дать методы ее количественного расчета, сыграл О. Френель. Ему удалось также показать, что закон прямолинейного распространения света является приближенным. Оказалось, что этот закон, а также и вся геометрическая оптика абсолютно точны лишь в пределе — при длине волны света  $\lambda \rightarrow 0$ . Х.Гюйгенс сформулировал правило, называемое принципом Гюйгенса (1678), которое поз-

воляет найти положение фронта волны в момент времени  $t + \Delta t$ , зная его положение в предыдущий момент времени  $t$  и скорость волны  $v$ . Согласно этому принципу, все точки поверхности  $S(t)$ , через которые проходит фронт волны в момент времени  $t$ , следует рассматривать как источники вторичных волн, а искомое положение  $S(t+\Delta t)$  фронта в момент времени  $t + \Delta t$  совпадает с поверхностью, огибающей все вторичные волны. При этом считается, что в однородной среде вторичные волны излучаются только вперед, т. е. в направлениях, составляющих острые углы с внешней нормалью к фронту волн. В однородной изотропной среде вторичные волны — сферические (рис.3.1.1).

Явление дифракции объясняется с помощью *принципа Гюйгенса*, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям. Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно *принципу Гюйгенса — Френеля*, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником  $S$ , может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник  $S$ . Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн.

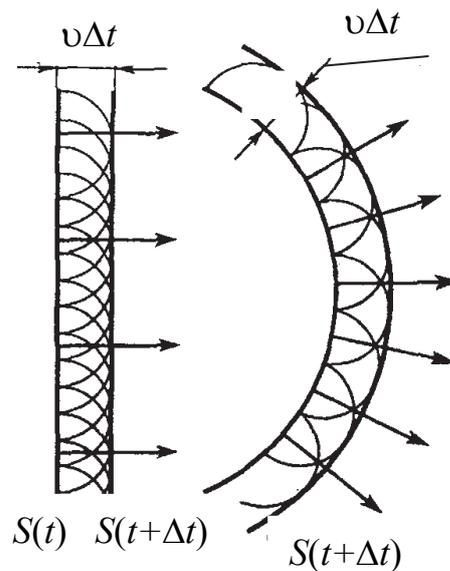


Рис. 4.1.1

## 4.2. Метод зон Френеля

Френель показал, в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

Чтобы понять суть метода, разработанного Френелем, определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке  $P$  сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде из точечного источника  $S$  (рис. 4.2.1).

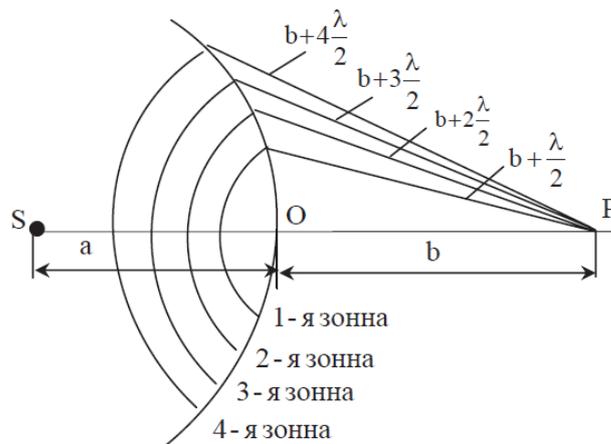


Рис. 4.2.1

Волновые поверхности такой волны симметричны относительно прямой  $SP$ . Воспользовавшись этим, разобьем изображенную на рисунке волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки  $P$  отличается на  $\lambda/2$  ( $\lambda$  — длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Обладающие таким свойством зоны носят название *зон Френеля*.

Из рис. 3.2.2 видно, что расстояние  $b_m$  от внешнего края  $m$ -й зоны до точки  $P$  равно  $b_m = b + m \frac{\lambda}{2}$  ( $b$  — расстояние от вершины волновой поверхности  $O$  до точки  $P$ ). Колебания, приходящие в точку  $P$  от аналогичных точек двух соседних зон (т. е. от точек, лежащих в середине зон или у внешних краев зон и т. д.), находятся в противофазе. Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на  $\pi$ .

Вычислим площади зон. Внешняя граница  $m$ -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты  $h_m$  (рис. 4.2.2).

Обозначим площадь этого сегмента через  $S_m$ . Тогда площадь  $m$ -й зоны можно представить в виде  $\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$ , где  $S_{m-1}$  — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей  $(m-1)$ -й зоны.

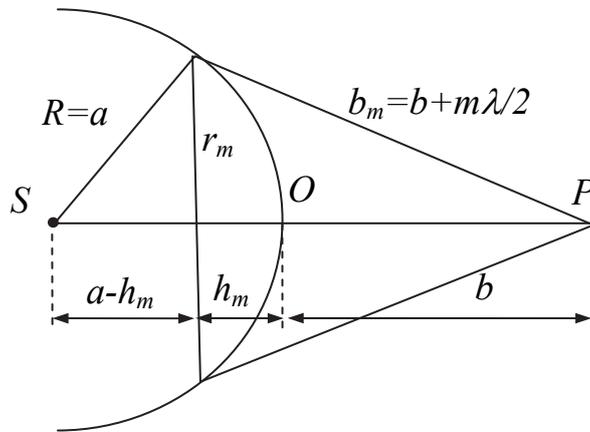


Рис. 4.2.2

Из рис. 4.2.2 видно, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2, \quad (4.2.1)$$

где  $a$  — радиус волновой поверхности,  $r_m$  — радиус внешней границы  $m$ -й зоны.

Возведя скобки в квадрат, получим

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2. \quad (4.2.2)$$

Отсюда

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a+b)}. \quad (4.1.3)$$

Ограничившись рассмотрением не слишком больших  $m$ , можно ввиду малости  $\lambda$  пренебречь слагаемым, содержащим  $\lambda^2$ . В этом приближении

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (4.2.4)$$

Площадь сферического сегмента равна  $S=2\pi Rh$  ( $R$  — радиус сферы,  $h$  — высота сегмента). Следовательно,

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda, \quad (4.2.5)$$

а площадь  $m$ -й зоны

$$\Delta S = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (4.2.6)$$

Полученное нами выражение не зависит от  $m$ . Это означает, что при не слишком больших  $m$  площади зон Френеля примерно одинаковы.

Из равенства (3.2.2) можно найти радиусы зон. При не слишком больших  $m$  высота сегмента  $h_m < a$ , поэтому можно считать, что  $r_m^2 = 2ah_m$ . Подставив значение (3.2.4) для  $h_m$ , получим для радиуса внешней границы  $m$ -й зоны выражение

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (4.2.7)$$

Итак, площади зон Френеля примерно одинаковы. Расстояние  $b_m$  от зоны до точки  $P$  медленно растет с номером зоны  $m$ . Угол  $\varphi$  между нормалью к элементам зоны и направлением на точку  $P$  также растет с  $m$ . Все это приводит к тому, что амплитуда  $A_m$  колебания, возбуждаемого  $m$ -й зоной в точке  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ . Даже при очень больших  $m$ , когда площадь зоны начинает заметно расти с  $m$  (см. (3))  $A_m$  продолжает убывать. Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на  $\pi$ . Поэтому амплитуда  $A$  результирующего колебания в точке  $P$  может быть представлена в виде

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (4.2.8)$$

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных зон — с другим. Запишем выражение (3.2.8) в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (4.2.9)$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (4.2.10)$$

Тогда выражения в скобках будут равны нулю, и формула (4.2.9) упрощается следующим образом:

$$A = \frac{A_l}{2}. \quad (4.2.11)$$

Согласно формуле (4.2.11) амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $P$  всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда в точке  $P$  будет равна  $A_1$ , т. е. в два раза превзойдет амплитуду (3.2.11). Соответственно интенсивность света в точке  $P$  будет в этом случае в четыре раза больше, чем в отсутствие преград между точками  $S$  и  $P$ .

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке  $P$  резко возрастает. Такая пластинка, называемая *зонной*, действует подобно собирающей линзе. Еще большего эффекта можно достичь, не перекрывая четные (или нечетные) зоны, а изменяя фазу их колебаний на  $\pi$ . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих четным или нечетным зонам, отличается на надлежащим образом подобранную величину. Такая пластинка называется *фазовой зонной пластинкой*. По сравнению с перекрывающей зоны *амплитудной зонной пластинкой* фазовая дает дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности света — в четыре раза.

## Лекция № 5

### ***5.1. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске.***

### ***5.2. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.***

### ***5.3. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решетке.***

## 5.1. Дифракция Френеля на круглом отверстии и непрозрачном диске

### 1) Дифракция Френеля на круглом отверстии.

Рассмотрим сферическую волну, распространяющуюся от точечного источника  $S$ , которая встречает на своём пути непрозрачную преграду с круглым отверстием (рис. 5.1.1). Дифракционную картину можно наблюдать на экране, который параллелен плоскости перегородки и находится от неё на расстоянии  $b$ . Разобьём открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля. Число открытых зон Френеля можно определить, зная радиус отверстия из формулы (3.2.7)

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}} \Rightarrow m = \frac{r_m^2(a+b)}{ab\lambda}. \quad (5.1.1)$$

Если в отверстии помещается нечётное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность света) в точке  $P$  будет больше, чем при свободном распространении волны, а если четное, то амплитуда будет равна нулю.

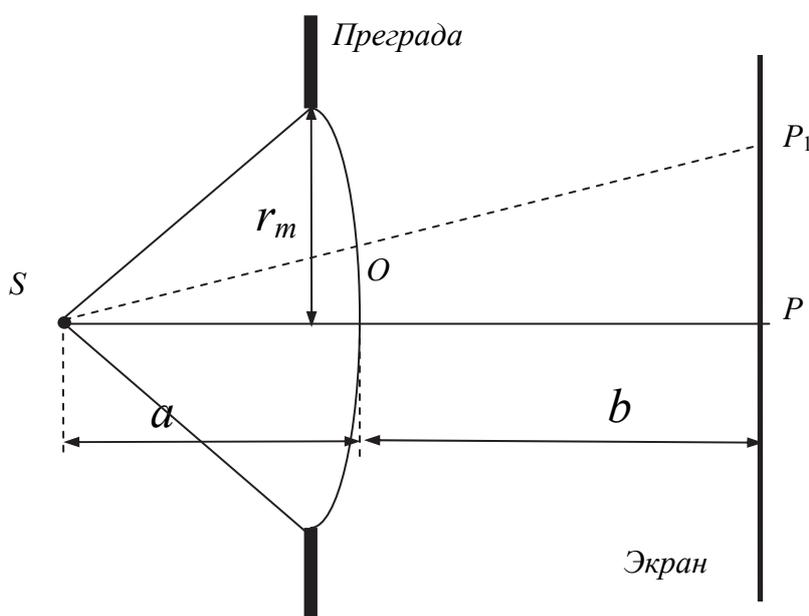


Рис. 5.1.1

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}, \text{ если } m - \text{нечетное}$$

или

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}, \text{ если } m - \text{четное}$$

(5.1.2)

Если сместимся от точки  $P$  по экрану в другую точку  $P_1$ , то края отверстия будут закрывать часть одних зоны, одновременно открывая часть других зона. Если действие открытых участков нечетных зон перевесит действие открытых участков четных зон, то интенсивность достигнет максимума, если наоборот, то интенсивность достигнет минимума. В целом дифракционная картина от небольшого круглого отверстия вблизи точки  $P$  будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центром в точке  $P$ . Причем, если  $m$  — четное, то в центре будет тёмное пятно, а если  $m$  — нечетное, то светлое пятно.

2) Дифракция Френеля на круглом непрозрачном диске.

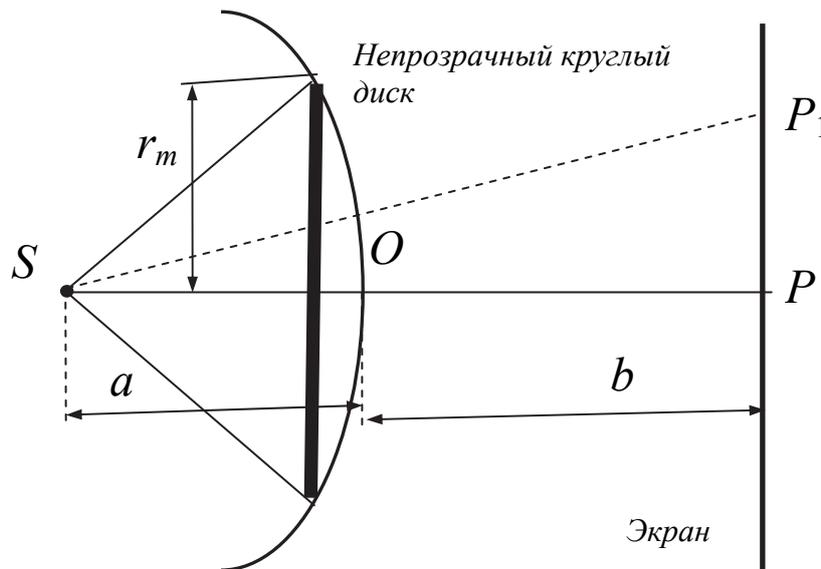


Рис. 5.1.2

Пусть сферическая волна встречается на своем пути непрозрачный диск. Дифракционную картину наблюдаем на экране. От источника  $S$  проводим прямую линию, проходящую через центр диска и соединяющую  $S$  и точку  $P$  на экране (рис. 51.2). В данном случае закрытый

диском участок волнового фронта необходимо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить, начиная с краев диска.

Пусть диск закрывает  $m$  первых зон Френеля.

Тогда амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  равна

$$\begin{aligned}
 A &= A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - A_{m+4} \dots = \\
 &= \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \left( \frac{A_{m+3}}{2} - A_{m+4} + \frac{A_{m+5}}{2} \right) + \dots \quad (5.1.3)
 \end{aligned}$$

Так как выражения, стоящие в скобках равны нулю, то

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (5.1.4)$$

Следовательно, в точке  $P$  всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими тёмными и светлыми кольцами. Интенсивность света убывает от центра к краям. Если увеличивать размер диска, то пятно в центре будет уменьшаться и совсем исчезнет (станет неразличимым).

## 5.2. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке

### 1) Дифракция Фраунгофера на одной щели.

Наблюдать явление дифракции в параллельных лучах можно с помощью установки, схема которой представлена на рис. Плоская монохроматическая волна падает на непрозрачную преграду с отверстием в виде бесконечно длинной щели шириной  $AB = b$  (рис. 5.2.1).

Вторичные сферические волны от различных участков плоского фронта волны, совпадающего с поверхностью щели, распространяются за преградой по различным направлениям, которые определяются углом  $\varphi$ . С помощью линзы параллельный пучок лучей с заданным углом  $\varphi$  фокусируется в точке  $P$  экрана, который расположен в фокальной плоскости этой линзы ( $f$  — фокусное расстояние). Положение точки  $P$  для разных пучков определяется координатой  $x$ , которая зависит от угла  $\varphi$ . Разобьем щель  $AB$  на зоны Френеля. Для этого отрезок  $CB$  разделим на участки длиной  $\lambda/2$  и проведем плоскости, параллельные фронту  $AC$  рассматриваемого пучка лучей с заданным углом  $\varphi$ .

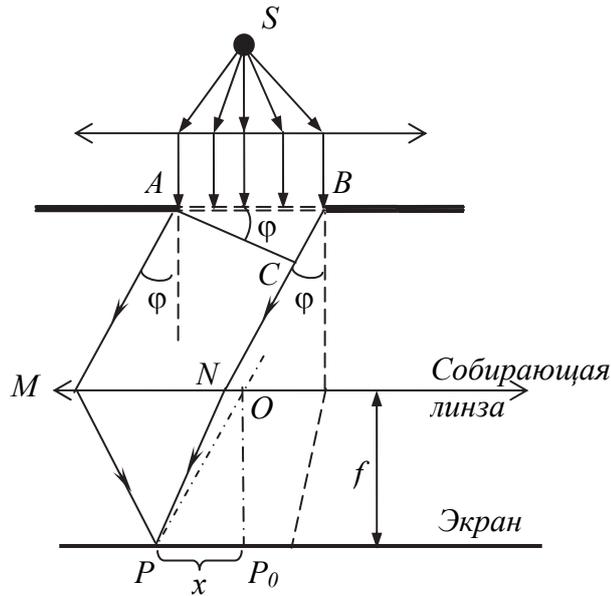


Рис. 5.2.1

Эти плоскости разобьют поверхность щели  $AB$  на  $k$  зон Френеля, которые имеют вид тонких полосок. Число зон Френеля, которые укладываются на ширине  $b$  щели под углом наблюдения  $\varphi$  равно

$$\frac{b \sin \varphi}{\lambda/2} = \pm k. \quad (5.2.1)$$

Из выражения (3.4.1) видно, что число зон Френеля (а следовательно и результат дифракции, т.е. усиление или ослабление света, которые будет наблюдаться на экране) зависят от угла наблюдения  $\varphi$ . Следует отметить, что если число  $k \leq 1$ , минимумы интенсивности вообще не возникают (интенсивность света монотонно убывает от середины картины к ее краям). Если  $k = 2m + 1$ , то число зон Френеля будет нечетным. При нечетном числе открытых зон Френеля в точке  $P$  экрана наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной некомпенсированной зоны Френеля, т.е. на экране будет наблюдаться усиление света.

Условие дифракционного максимума примет вид

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (5.2.2)$$

Если  $k = 2m$ , то число зон Френеля будет четным. При четном числе открытых зон Френеля в точке  $P$  экрана наблюдается дифракционный минимум, соответствующий тому, что действие всех зон скомпенсировано, т.е. на экране будет наблюдаться ослабление света.

Условие дифракционного минимума примет вид

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, m = 1, 2, 3, \dots \quad (5.2.3)$$

Поскольку угол  $\varphi$  изменяется в пределах от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ , то значения  $\sin \varphi$  лежат на отрезке от  $-1$  до  $+1$ . Следовательно, максимально возможное число дифракционных минимумов и максимумов определяется тем, что модуль  $\sin \varphi < 1$ .

При  $\varphi = 0$  все лучи приходят в точку  $O$  экрана в одинаковой фазе, поэтому при наложении они усиливают друг друга и в точке  $O$  наблюдается центральный дифракционный максимум *нулевого порядка*. Отметим, что дифракционная картина зависит от ширины щели. Сужение щели приводит к снижению яркости максимумов и расширению их на экране. Увеличение ширины щели приводит к повышению яркости максимумов при уменьшении их ширины на экране. При  $b \gg \lambda$  на экране наблюдается резкое изображение щели, т.е. явление дифракции отсутствует.

Зависимость интенсивности  $I$  от  $\sin \varphi$  показана на рис. 5.2.2 Расстояние между двумя ближайшими к максимуму дифракционными минимумами на экране называется *шириной дифракционного максимума*. Например, ширина максимума нулевого порядка равна расстоянию между двумя минимумами первого порядка.

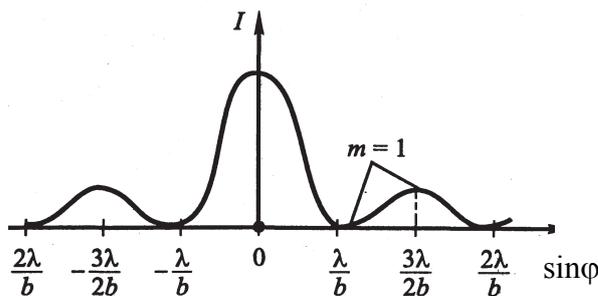


Рис. 5.2.2

Если  $b/\lambda$  невелико, т.е. щель очень узка, то все наблюдающиеся максимумы широкие и дифракционная картина будет малой контрастности. Поток энергии через узкую щель невелик, так что интенсивность нулевого максимума очень мала. Наоборот, если  $b/\lambda$  велико (широкая щель), то центральный максимум очень узкий и яркий. Он представляет собой изображение источника света, образуемое на экране линзой в соответствии с законами геометрической оптики.

## 2) Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстоя-

Если  $b/\lambda$  невелико, т.е. щель очень узка, то все наблюдающиеся максимумы широкие и дифракционная картина будет малой контрастности. Поток энергии через узкую щель невелик, так что интенсивность нулевого максимума очень мала. Наоборот, если  $b/\lambda$

ние щелей. Расстояние  $d$  между серединами соседних щелей называется *периодом или постоянной дифракционной решетки*

$$d = AB + BC. \quad (5.2.4)$$

Отличие расчета дифракционной картины в этом случае от дифракции на одной щели заключается в том, что нужно дополнительно определить результат наложения дифрагированных волн, распространяющихся от отдельных щелей.

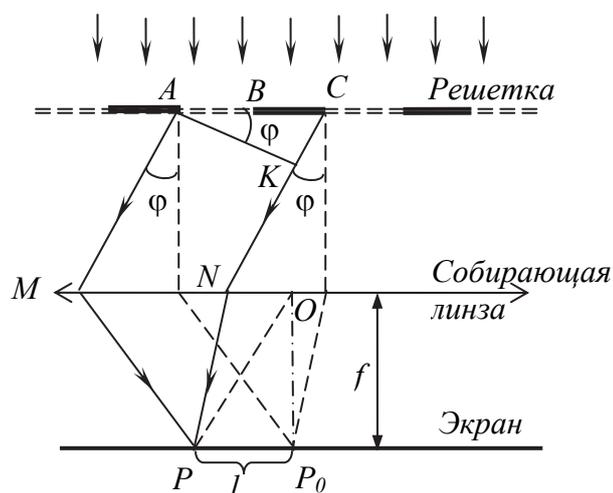


Рис. 5.2.3

Этот дополнительный интерференционный эффект будет наблюдаться только в том случае, если расстояния между щелями или отверстиями преграды одинаковые или изменяются по определенному закону. Разность хода лучей, проходящих, от одинаковых точек соседних щелей в направлении  $\varphi$  будет равно

$$\Delta = d \sin \varphi. \quad (5.2.5)$$

Проанализируем возможные результаты наложения дифрагированных волн от щелей решетки:

1. Если при некоторых углах  $\varphi$ , разность хода лучей от соседних щелей укладывается четное число полуволн (или целое число длин волн), то волны от всех щелей будут усиливать друг друга и в соответствующих направлениях  $\varphi$  появятся максимумы интенсивности, которые называются *главными максимумами для дифракционной решетки*

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (5.2.6)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  — порядок главного максимума.

Для направлений, удовлетворяющих этим соотношениям, результирующая волна для решетки из  $N$  щелей будет иметь амплитуду  $A$ , равную  $N$  амплитудам  $A$  волн, которые посылает каждая щель в данном направлении под углом  $\varphi$ , т.е.  $A = NA_1$ . Интенсивность  $I$  света в точках главных максимумов будет в  $N^2$  раз больше интенсивности, создаваемой одной щелью.

2. Если для одной щели выполняется условие минимума интенсивности

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (5.2.7)$$

то оно будет определять положения основных минимумов и для всей решетки. Кроме того, если  $d \sin \varphi \neq \pm m \lambda$ , то между главными максимумами образуются дополнительные минимумы и максимумы, которые возникают за счет соответственно полного и частичного гашения света от всех щелей. На рис. 5.2.4 схематично изображена зависимость интенсивности света от  $\sin \varphi$  для решетки из четырех щелей.

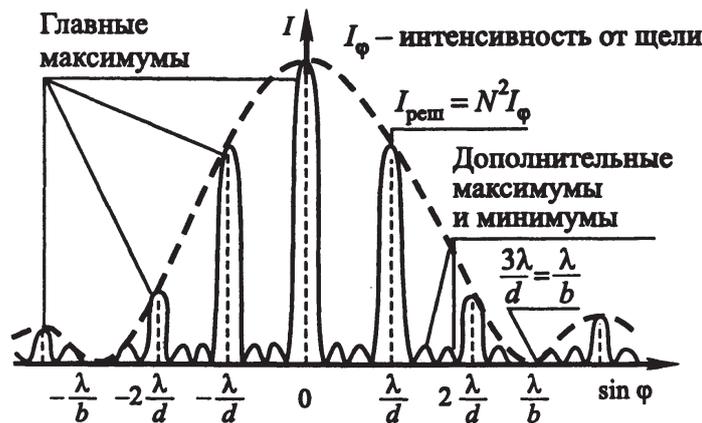


Рис. 5.2.4

Максимально возможное число главных максимумов для решетки определяется по условию  $|\sin \varphi| < 1$ . Поэтому при заданных значениях длины волны  $\lambda$ , и параметра решетки  $d$  число  $m$  главных максимумов определяется формулой

$$m \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (5.2.8)$$

Чем больше щелей содержит решетка, тем большая световая энергия пройдет через нее и тем более яркими и узкими будут максимумы дифракционной картины на экране.

Рассмотрим дифракцию белого света на дифракционной решетке. Если на дифракционную решетку падает белый свет, все максимумы, кроме центрального ( $\varphi = 0$ ), разложатся в спектры, обращенные своими фиолетовыми краями к центру  $O$  дифракционной картины. Т.е. волны с разными длинами волн пространственно разделяются. Это свойство широко используется при создании спектральных приборов. В центре находится узкий максимум нулевого порядка. По обе его стороны симметрично главному нулевому максимуму расположены два спектра первого порядка ( $m = 1$ ), затем два спектра второго порядка и т.д. По мере увеличения порядка дифракционного спектра их ширина возрастает, а интенсивность снижается. Кроме того, для дифракционных спектров характерно наложение красного участка спектра порядка  $m$  и фиолетового участка спектра порядка  $m + 1$ .

Основными характеристиками любого спектрального прибора (в том числе и дифракционного) являются его *дисперсия* и *разрешающая способность*. Дисперсия  $D$  спектрального прибора равна отношению углового  $d\varphi$  или линейного  $dl$  расстояний между двумя соседними спектральными линиями спектра порядка  $m$  с длинами волн  $\lambda$  или  $\lambda + d\lambda$  к величине этого интервала  $d\lambda$ . Поэтому обычно используют *угловую*

$$D_{\text{угл}} = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (5.2.9)$$

и *линейную* дисперсии

$$D_{\text{лин}} = \frac{dl}{d\lambda}. \quad (5.2.10)$$

Определим угловую дисперсию дифракционной решетки. Для этого условие для главных максимумов (5.2.6) продифференцируем по  $\lambda$ . Получим

$$d \cos \varphi d\varphi = \pm m d\lambda \Rightarrow D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (5.2.11)$$

Таким образом, угловая дисперсия тем больше, чем выше порядок  $m$  спектра и чем меньше период  $d$  дифракционной решетки. Поскольку расстояние  $l$  до спектральной линии на экране, который расположен в фокальной плоскости линзы, связано с углом  $\varphi$ ,

$$l = F \operatorname{tg} \varphi, \quad (5.2.12)$$

то между линейной и угловой дисперсиями существует взаимосвязь

$$D_{\text{лин}} = \frac{dl}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{d\lambda} \frac{dl}{d\varphi} = D_{\text{угл}} F \frac{1}{\cos^2 \varphi} \Rightarrow$$

$$D_{\text{лин}} = \frac{m}{d \cos \varphi} F \frac{1}{\cos^2 \varphi} = \frac{mF}{d \cos^3 \varphi} \quad (5.2.13)$$

*Разрешающая способность*  $R$  прибора связана с минимальной разностью длин волн  $\Delta\lambda$ , при которой две спектральные линии, соответствующие длинам волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  зрительно воспринимаются раздельно.

Согласно Д. Рэлею (1842-1919), *разрешающая способность*  $R$  спектрального прибора равна

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (5.2.14)$$

где  $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ .

Можно показать, что для дифракционной решетки значение  $R$  равно произведению порядка спектра  $m$  на общее число щелей  $N$

$$R = Nm. \quad (5.2.15)$$

В зависимости от устройства дифракционные решетки бывают пропускающими и отражательными. *Пропускающие решетки* изготавливают из стеклянных или кварцевых пластин путем нанесения алмазным резцом ряда параллельных штрихов. Промежутки между штрихами являются щелями. *Отражательные решетки* изготавливают, нанося алмазным резцом штрихи на поверхности металлического зеркала. Лучшие решетки содержат 1 200 штрихов на 1 мм решетки.

### 5.3. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решетке

Явление дифракции имеет место и на *трехмерных (пространственных) периодических структурах*. Примером таких естественных структур являются кристаллические решетки, имеющие период порядка  $10^{-10}$  м. Напомним, что наблюдать дифракцию можно, если постоянны решетки того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Поскольку видимый свет имеет длину волны  $\lambda \sim 5 \cdot 10^{-7}$  м, то наблюдать дифракцию света на кристаллической решетке невозможно. Рентгеновское излучение представляет собой электромагнитные

волны длиной примерно от  $10^{-9}$  до  $10^{-12}$  м. Поэтому для коротковолнового рентгеновского излучения кристаллические решетки, например, монокристаллов, являются идеальными естественными дифракционными решетками.

Впервые дифракцию рентгеновских лучей на кристаллах теоретически предсказали и экспериментально наблюдали в 1912-1913 гг. немецкие физики М. Лауэ, В. Фридрих и П. Книппинг. Дифракцию рентгеновского излучения можно рассматривать как результат его отражения от системы параллельных сетчатых плоскостей кристалла (т. е. плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки).

В этом случае роль межщелевых промежутков одномерных решеток играют атомы кристаллической решетки, которые рассеивают волны.

В 1913 г. русский физик Г. В. Вульф и независимо от него английские физики Г. Брэгг и его сын Л. Брэгг предложили метод расчета дифракционной картины. Пусть на кристаллическую решетку под углом

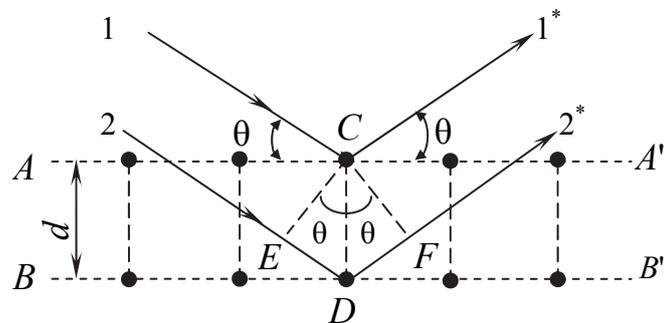


Рис. 5.3.1

скольжения  $\theta$  падает пучок параллельных рентгеновских лучей с длиной волны  $\lambda$ . Вторичные лучи  $1^*$  и  $2^*$  когерентны и будут интерферировать при их наложении.

Оптическая разность хода  $\Delta$  между двумя лучами  $1^*$  и  $2^*$ , отраженными от двух параллельных кристаллографических плоскостей  $AA'$  и  $BB'$ , равна

$$\Delta = DE + DF = 2d \sin \theta, \quad (5.3.1)$$

где  $d$  — расстояние между атомными плоскостями,  $\theta$  — угол между падающими и отраженными лучами и плоскостью  $AA'$  (угол скольжения).

Максимумы интенсивности наблюдаются для углов  $\theta$ , для которых лучи  $1^*$  и  $2^*$  имеют оптическую разность хода, равную целому числу длин волн

$$2d \sin \theta = \pm m\lambda. \quad (5.3.2)$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$  — порядок дифракционного максимума.

Выражение (3.5.2) получило название *формула Вульфа — Брэгга*.

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах широко применяется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения (*рентгеновская спектроскопия*), а также для изучения структуры кристаллов (*рентгеноструктурный анализ*). *Спектральный анализ рентгеновского излучения* заключается в определении значений  $\lambda$  по известным  $d$  и измеренным в опыте значениям угла  $\theta$  для дифракционных максимумов. *Рентгеноструктурный анализ кристаллов* используется для исследования строения кристаллических решеток и заключается в определении межплоскостного расстояния  $d$  по известной длине волны  $\lambda$  и углу  $\theta$  для дифракционных максимумов.

## Тема 4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

### Лекция № 6

6.1. Естественный и поляризованный свет.

6.2. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера.

6.3. Двойное лучепреломление. Поляризаторы.

6.4. Закон Малюса. Поляризационные призмы.

6.5. Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра, эффект Коттона-Мутона, фотоупругость.

#### 6.1. Естественный и поляризованный свет

Явление поляризации света состоит в упорядочении ориентации векторов напряженностей  $\vec{E}$  электрического и  $\vec{H}$  магнитного полей световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу. Поляризация света – одно из явлений, где очень наглядно проявляются его волновые свойства. Отметим, что только это явление подтверждает поперечность световых, а значит, и любых других электромагнитных волн.

В естественном свете, который испускают обычные источники, направления колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в каждой заданной точке луча зависят от времени, т.е. совершаются в разных направлениях, перпендикулярных лучу. Колебания с различными направлениями векторов  $\vec{E}$  достаточно быстро (за время  $\sim 10^{-8}$  с) и беспорядочно сменяют друг друга (рис. 6.1.1).

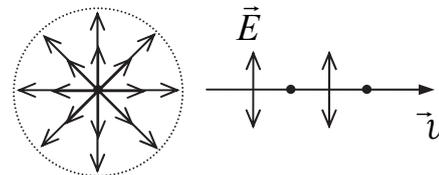


Рис. 6.1.1

Свет, в котором направления колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электромагнитной волны упорядочены каким-либо образом, называется *поляризованным*. Если колебания светового вектора (вектора  $\vec{E}$ ) происходят только в одной, проходящей через луч плоскости, то свет называется *плоско-* или *линейно поляризованным* (рис. 6.1.2). Возможны и другие виды поляризации света. Например, упорядоченность ориента-

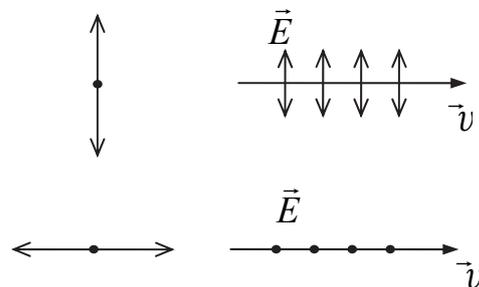


Рис. 6.1.2

ции векторов поля волны может заключаться в том, что вектор  $\vec{E}$  поворачивается вокруг луча (в определенном направлении) и его конец описывает в пространстве эллипс. Такой свет называется *поляризованным по эллипсу* или *эллиптически-поляризованным* (рис. 6.1.3).

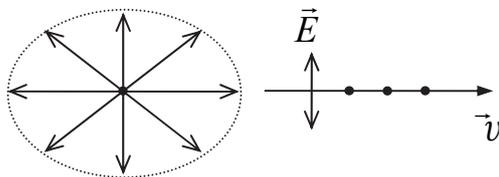


Рис. 6.1.3

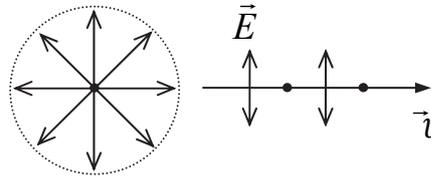


Рис. 6.1.4

Если конец вектора  $\vec{E}$  описывает окружность, свет называется *поляризованным по кругу* или *циркулярно-поляризованным* (рис. 6.1.4). Возможны два типа круговой и эллиптической поляризации: *правая и левая поляризации*.

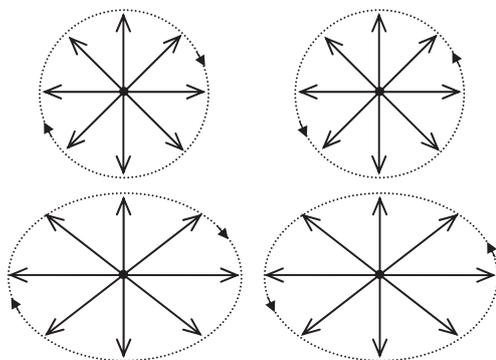


Рис. 6.1.5

Если смотреть на луч света то, при правой поляризации вращение  $\vec{E}$  происходит по часовой стрелке, при левой – против часовой стрелки (рис. 6.1.5).

Линейно- и циркулярно-поляризованный свет представляет собой частные случаи эллиптически поляризованного

света. Так как колебания любого вектора можно представить как сумму колебаний двух взаимно перпендикулярных векторов<sup>1</sup> одинаковой частоты  $\omega$ , но с разной фазой  $\delta$ :

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y, \quad (6.1.1)$$

$$E_x = A_1 \cos \omega t \text{ и } E_y = A_2 \cos(\omega t + \delta). \quad (6.1.2)$$

Если  $A_1 = A_2$  и  $\delta = \frac{\pi}{2} + n\pi$ , то направление суммарного колебания

будет изменяться по кругу, причем вектор  $\vec{E}$  вращается по ходу часо-

<sup>1</sup> См. электронное издание: Тульев В. В., Бобрович О. Г. Механика и молекулярная физика: тексты лекций по дисциплине «Физика» для студентов спец. 1-48 01 02 «Химическая технология органических веществ, материалов и изделий». – Минск: БГТУ, 2009. – 170 с. (лекция 7, вопрос 5.2, с. 44–46)

вой стрелки при четном  $n$  и против часовой стрелки при нечетном  $n$ .

Если  $\delta = n\pi$ , то направление суммарного колебания будет лежать в плоскости.

В других случаях получается, что направление суммарного колебания будет изменяться по эллипсу.

Также существует *частично-поляризованный* свет. В нем присутствуют всевозможные направления колебаний вектора  $\vec{E}$ , но разной амплитуды. Частично-поляризованный свет, как и естественный, можно представить в виде наложения двух некогерентных плоскополяризованных волн с взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации, но разными по интенсивности ( $I_{\max}$  и  $I_{\min}$ ). Частично поляризованный свет также можно представить как сумму естественного и линейно поляризованного света. Частично-поляризованный свет характеризуют степенью *поляризации*  $P$ , которую определяют как:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_{\text{пол}}}{I_0}, \quad (6.1.3)$$

где  $I_{\text{пол}}$  — интенсивность поляризованной составляющей;  $I_0 = I_{\max} + I_{\min}$  — полная интенсивность частично-поляризованного света.

Для плоско-поляризованного света степень поляризации  $P = 1$ , для естественного света —  $P = 0$ . Для эллиптически-поляризованного и циркулярно-поляризованного света понятие «степень поляризации», а значит и формула (6.1.3), не применимы.

## 6.2. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера

Поляризованный свет можно получить при отражении света от границы раздела двух прозрачных сред. Пусть на границу раздела двух диэлектриков падает естественный свет (ЕС) под углом падения  $\alpha$ . Из опыта следует, что в этом случае отраженное и проходящее во вторую среду излучения будут частично поляризованными (ЧПС). Причем для преломленного излучения будут преобладать колебания вектора  $\vec{E}$ , происходящие в плоскости падения лучей, а для отраженного — перпендикулярно к ней (рис. 4.2.1 а). При угле  $90^\circ$  между отраженным и преломленным лучами, отраженное излучение будет линейно поляризованным (ЛПС), т.е. вектор  $\vec{E}$  будет совершать колебания в направлении, перпендикулярном к плоскости падения (рис. 6.2.1 б). В этом случае проходящее во вторую среду излучение будет частично поляризо-

ваным с максимальной степенью поляризации. Угол падения света, при котором наблюдается это явление, называют *углом Брюстера*  $\alpha_{\text{Бр}}$ .

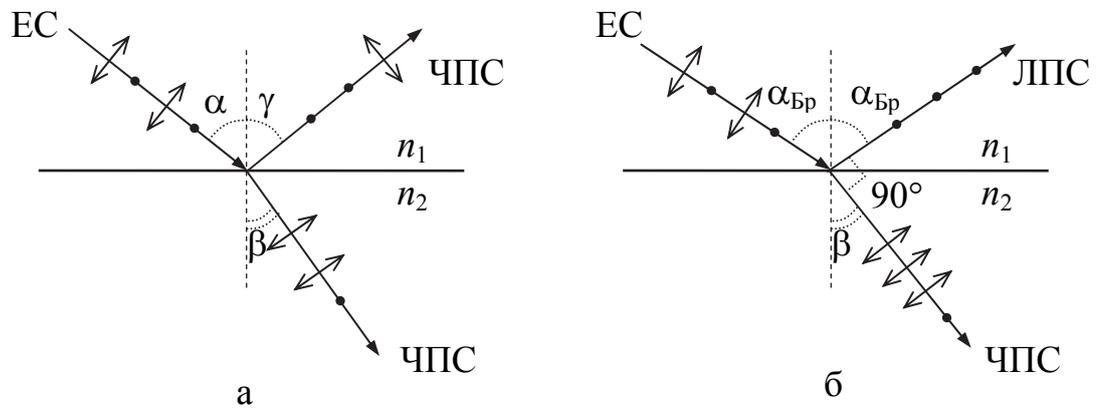


Рис. 6.2.1

Из закона преломления для этого случая можно получить следующую формулу

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_{\text{Бр}}}{\sin(90^\circ - \alpha_{\text{Бр}})} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_{\text{Бр}}}{\cos \alpha_{\text{Бр}}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \text{tg} \alpha_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (6.2.1)$$

Выражение (4.2.1) получило название *закона Брюстера*.

Такие особенности отраженного и преломленного излучений можно объяснить, если учесть, что атом излучает как диполь. Под действием падающей волны атомы второй среды, как диполи, излучают отраженную волну. Диполь вдоль оси не излучает, и поэтому атомы второй среды, которые совершают колебания в плоскости падения (они изображаются стрелками), вклад в отраженную волну не дают. Атомы второй среды, которые совершают колебания перпендикулярно плоскости падения (они изображаются точками), излучают волны, вектор  $\vec{E}$  которой располагается в плоскости, проходящей через ось диполя, т.е. перпендикулярно плоскости падения. Следовательно, отраженная волна будет линейно поляризованной с направлением колебаний вектора  $\vec{E}$  перпендикулярным плоскости падения. Это подтверждает и эксперимент. Если падающая волна является линейно поляризованной с направлением колебаний вектора  $\vec{E}$ , расположенным в плоскости падения, то тогда отраженного луча не будет.

При отражении линейно поляризованного света от поверхности металла отраженное излучение будет в общем случае эллиптически поляризованным, это связано с особенностями отражения волн.

Закон Брюстера лежит в основе принципа действия устройства для получения поляризованного света, называемого *стопой Столетова* (рис. 4.2.2). Стопа Столетова представляет собой совокупность одинаковых параллельных друг другу пластинок (8-10 штук) из прозрачного диэлектрика (например, стекла), ориентированных под углом Брюстера к падающему лучу.

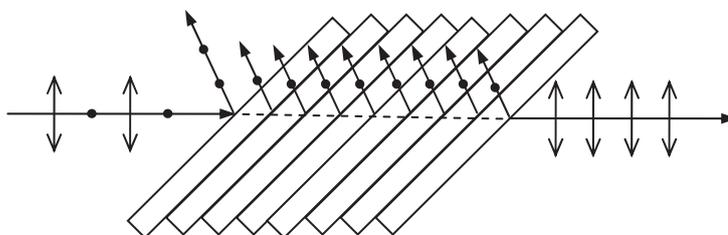


Рис. 6.2.2

При многократном отражении и преломлении на каждой границе пластинки степень поляризации проходящего света вырастает и на выходе из стопы свет становится практически полностью поляризованным. Причем поляризационным будет как проходящий, так и отраженный свет.

### 6.3. Двойное лучепреломление. Поляризаторы

Существуют оптически анизотропные кристаллы (например, кварц, гипс, исландский шпат, турмалин и т.д.), в которых наблюдается явление *двойного лучепреломления*. Оно заключается в том, что при падении на кристалл луча света он разделяется на два преломленных луча. Это явление обусловлено зависимостью показателя преломления от выбора направления в таких кристаллах.

*Оптическая ось кристалла* — это такое направление в кристалле, в котором отсутствует явление двойного лучепреломления. Это означает, что хотя два луча и существуют, но они никак себя не проявляют — распространяются пространственно не разделяясь с одной и той же скоростью. В природе существуют *одноосные* и *двуосные* оптически анизотропные кристаллы. В одноосных кристаллах (исландский шпат, турмалин, кварц и т.д.) один из преломленных лучей подчиняется законам преломления света и называется обыкновенным лучом (*o*), для другого, необыкновенного луча (*e*), законы преломления света не выполняются. В двуосных кристаллах (например, гипс) оба луча являются необыкновенными, т.е. для них не выполняются законы преломления.

Рассмотрим одноосные кристаллы (рис. 6.3.1). Если на одноосный кристалл падает естественный свет, то тогда на выходе из него обыкновенный и необыкновенный лучи будут линейно поляризованными с взаимно перпендикулярными направлениями колебаний вектора  $\vec{E}$ .

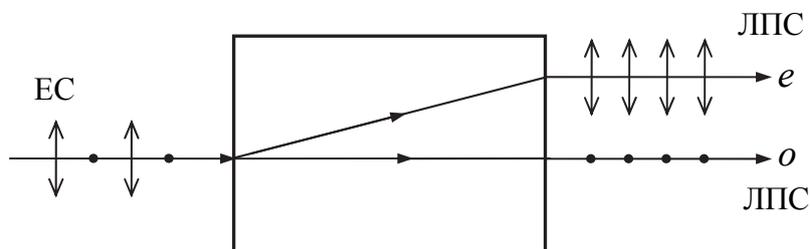


Рис. 6.3.1

*Главная плоскость кристалла (или главного сечения кристалла)* — это плоскость, в которой находятся оптическая ось кристалла и падающий луч. На рис. 6.3.1 она совпадает с плоскостью рисунка. Из него видно, что колебания вектора  $\vec{E}$  для необыкновенного луча происходят в главной плоскости кристалла, а для обыкновенного луча — перпендикулярно к ней. В одноосных кристаллах, кроме направления оптической оси, существует еще одно направление, в котором не происходит пространственного разделения преломленных лучей — это направление, перпендикулярное к оптической оси. Для него скорости распространения преломленных лучей будут разными, что связано с различием их показателей преломления ( $v_e \neq v_o$ ). При этом наблюдается наибольшее различие в значениях скоростей обыкновенного и необыкновенного лучей. Для других направлений, кроме этих двух, преломленные лучи пространственно разделяются и распространяются с разными скоростями.

Явление двойного лучепреломления позволяет непосредственно получить линейно поляризованный свет за счет удаления на выходе из кристалла одного из лучей. Примером такого способа получения линейно поляризованного света является использование *призмы Николя*. **Призма Николя.** Призма Николя состоит из двух призм, изготовленных из исландского шпата, склеенных тонким слоем канадского бальзама (рис. 6.3.1).

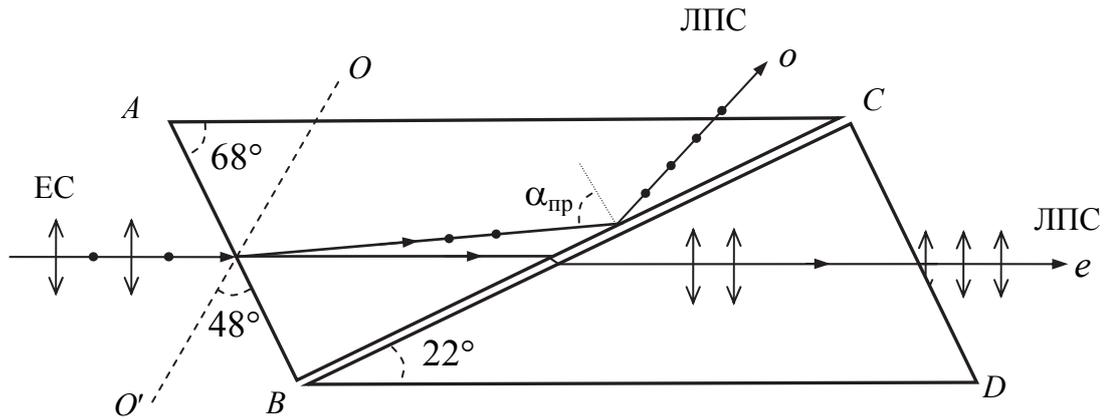


Рис. 6.3.1

Передняя и задняя грани  $AB$  и  $CD$  призм наклонены к ребрам  $AC$  и  $BD$  под углом  $68^\circ$  и образуют с оптической осью  $OO'$  кристалла угол  $48^\circ$ . Диагональная плоскость  $BC$  наклонена к  $AC$  и  $BD$  под углом  $22^\circ$ . По этой плоскости призм склеивают канадским бальзамом, который прозрачен для видимого света и оптически изотропен. Абсолютный показатель преломления канадского бальзама  $n_B = 1,550$ . На переднюю грань призм  $AB$  падает луч  $S$  естественного света, параллельный ребру  $BD$ . В призме он раздваивается на два луча – обыкновенный ( $n_o = 1,658$ ) и необыкновенный ( $n_e = 1,486$ ). Так как  $n_e < n_B < n_o$ , то слой канадского бальзама оптически менее плотен, чем исландский шпат, для обыкновенного луча и оптически более плотен для необыкновенного луча. Обыкновенный луч падает на поверхность канадского бальзама под углом, большим предельного угла полного внутреннего отражения, и, претерпев полное внутреннее отражение, выходит из призм и поглощается ее оправой. Необыкновенный луч свободно проходит через слой канадского бальзама и после преломления на задней грани  $CD$  выходит из призм параллельно падающему лучу  $S$ . Таким образом, призма Николя преобразует падающий на нее свет в линейно поляризованный, плоскость колебаний которого совпадает с главной плоскостью призм, проходящей через луч и оптическую ось  $MN$ . При повороте призм вокруг луча  $S$  на некоторый угол на такой же угол поворачивается и плоскость колебаний света, проходящего сквозь призм.

Вследствие преломления на наклонных гранях  $AB$  и  $CD$  луч света, выходящий из призм, несколько смещен по отношению к падающему лучу. Это явление удастся устранить в поляризационной призме из исландского шпата, грани которой перпендикулярны ребрам (рис. 6.3.2).

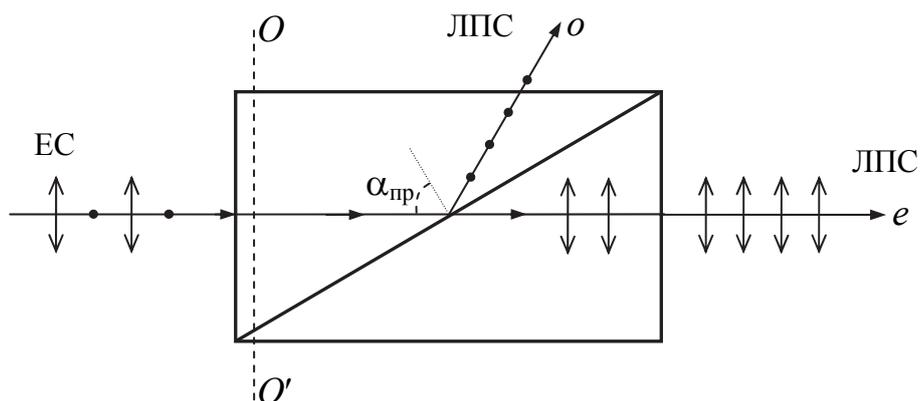


Рис. 6.3.2

**Призма Волластона.** Призма Волластона состоит из двух прямоугольных призм изготовленных из исландского шпата. Призмы склеены по гипотенузам. В призме  $ABC$  оптическая ось параллельна грани  $AB$ ; в призме  $ADC$  оптическая ось параллельна ребру, перпендикулярному плоскости рисунку. Луч естественного света падает нормально на грань  $AB$ ; оба возникающих в призме  $ABC$  луча, обыкновенный и необыкновенный, идут по одному направлению, перпендикулярно к оптической оси, соответственно со скоростями  $v_0$  и  $v_e$ . Во второй призме  $ADC$  они также пойдут в направлении, перпендикулярном к оптической оси, но так

как оптические оси в обеих призмах взаимно перпендикулярны, то обыкновенный луч в первой призме превратится в необыкновенный во второй, и наоборот. Таким образом, луч, бывший обыкновенным в

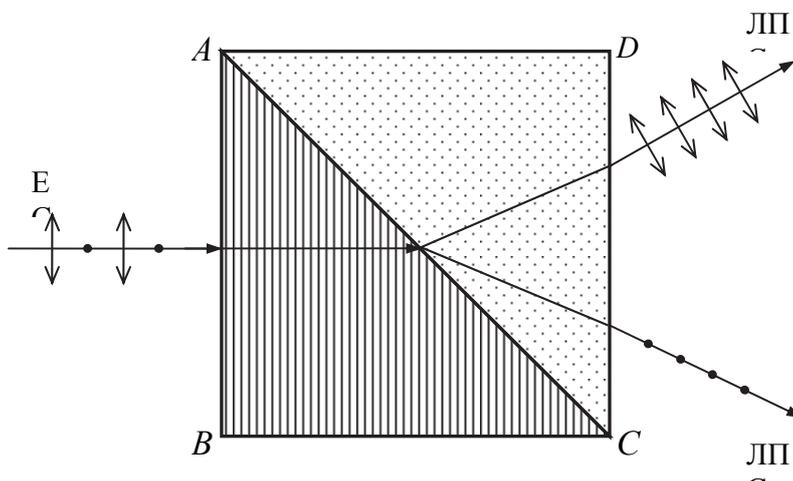


Рис. 6.3.3

первой призме, преломится на границе обеих призм с относительным показателем преломления  $n_e/n_o$ , а луч, бывший в первой призме не-

обыкновенным, преломится с относительным показателем преломления  $n_o/n_e$ . Так как для исландского шпата  $n_e < n_o$ , следовательно,  $n_e/n_o < 1$ , а  $n_o/n_e > 1$ . Поэтому лучи преломятся под разными углами. Этим будет достигнуто значительное расхождение лучей. Оба луча плоско поляризованы: в первом луче световой вектор колеблется параллельно оптической оси второй призмы, во втором луче электрический вектор колеблется перпендикулярно оптической оси второй призмы.

Можно получить линейно поляризованный свет, не прибегая к необходимости удаления одного из лучей. Так, например, в изотропных кристаллах наблюдается явление дихроизма, т.е. они в той или иной мере поглощают свет. Наиболее сильно это явление наблюдается в кристалле турмалина, в котором один из лучей (обыкновенный) практически полностью поглощается кристаллом на длине 1 мм, и на выходе из него получается линейно поляризованный свет. Это явление получило название *дихроизма поглощения*. Также для этой цели, в настоящее время, применяют поляроидные пленки. Например, если взять пленку, изготовленную из длинных цепочек углеводородных молекул, то при падении на нее естественного света на выходе из пленки получают линейно-поляризованный. Это объясняется тем, что составляющая вектора  $\vec{E}$ , параллельная направлению, вдоль которого вытянуты эти молекулы, вызывает интенсивное движение электронов в молекулах и поэтому полностью поглощается поляроидом. Составляющая вектора  $\vec{E}$ , направленная перпендикулярно длине цепочек молекул (это направление называется осью пропускания поляроида), интенсивного движения электронов не вызывает, и эта составляющая проходит поляроид без изменения. На выходе поляроида получается линейно поляризованный свет, для которого вектор  $\vec{E}$  совершает колебания вдоль оси пропускания.

*Поляризаторы* — это устройства, позволяющие получить линейно-поляризованный свет.

Их действие основывается на законе Брюстера (стопа Столетова), на явлении двойного лучепреломления (поляризационные призмы: призма Николя, призма Волластона, призма Аренса и др.), на явлении дихроизма поглощения (турмалин, поляроидные пленки).

Поляризаторы так же можно использовать для анализа линейно-поляризованного света. В этом случае их называют *анализаторами*.

## Лекция № 7

### 7.1. Закон Малюса.

7.2. Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра, эффект Коттона-Мутона, фотоупругость.

7.3. Оптически активные вещества. Закон Био. Эффект Фарадея. Закон Верде.

### 7.1. Закон Малюса

Пусть на поляризатор падает линейно-поляризованный свет, причем плоскость поляризации падающего луча составляет угол  $\varphi$  с плоскостью пропускания  $PP'$  поляризатора (рис 4.4.1).

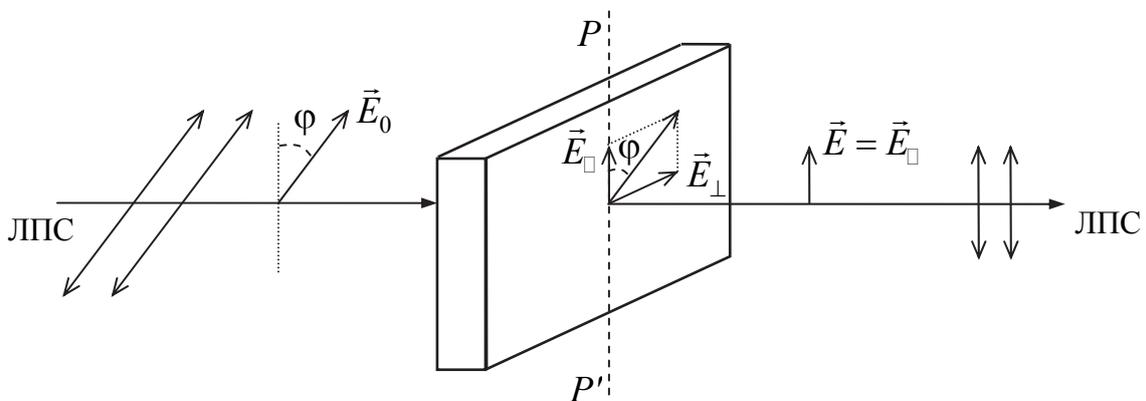


Рис. 7.1.1

На выходе из него также получают линейно поляризованный свет, поляризованный в плоскости пропускания поляризатора. Амплитуда прошедшего поляризатор линейно поляризованного света будет равна:

$$E = E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi. \quad (7.1.1)$$

Так как интенсивность света  $I \propto E^2$ , то получим соотношение, которое связывает интенсивности падающего и прошедшего поляризатор линейно-поляризованного света:

$$E^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi \Rightarrow I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (7.1.2)$$

Таким образом, получили закона Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (7.1.3)$$

Если на поляризатор падает естественный свет, то из него выйдет линейно поляризованный свет, поляризованный в плоскости пропускания  $PP'$  поляризатора (рис. 7.1.2).

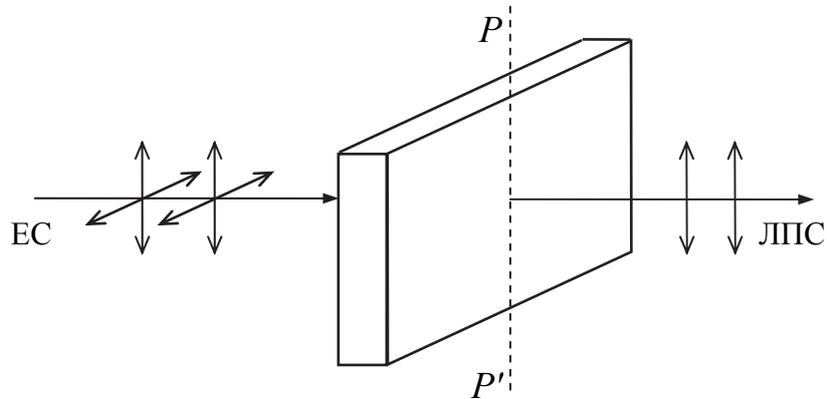


Рис. 7.1.2

Угол  $\varphi$  между направлением вектора  $\vec{E}$  падающей волны естественного света и плоскостью пропускания поляризатора будет принимать произвольные значения. В этом случае можно говорить только о среднем значении косинуса угла  $\varphi$ . Так как  $\langle \cos^2 \varphi \rangle = \frac{1}{2}$ , тогда закон Малюса примет вид:

$$I = \frac{I_{\text{ест}}}{2}. \quad (7.1.4)$$

Если поставить на пути естественного света два поляризатора, плоскости которых образуют угол  $\varphi$ , то из первого поляризатора выйдет линейно поляризованный свет, интенсивность которого будет составлять половину интенсивности естественного света. Тогда, согласно закона Малюса (7.1.3), из второго поляризатора выйдет линейно поляризованный свет интенсивностью:

$$I = \frac{I_{\text{ест}}}{2} \cos^2 \varphi. \quad (4.4.5)$$

Формула (4.4.5) справедлива, если считать поляризаторы идеальными (т.е. не учитывать потери интенсивности на поглощение и отражение света).

## 7.2. Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра, эффект Коттона – Мутона, фотоупругость

Естественная оптическая анизотропия для ряда кристаллов связана с ориентационной и пространственной упорядоченностью расположения в них атомов, молекул или ионов, т.е. с анизотропией среды. В общем случае такая упорядоченность отсутствует у аморфных твердых тел и жидкостей, за исключением жидких кристаллов. Поэтому они являются оптически изотропными, т.е. их оптические свойства одинаковы во всех направлениях. Оказывается, что оптически изотропные среды приобретают анизотропные свойства под действием одностороннего сжатия (или растяжения), электрического или магнитного полей. В этом случае вещество приобретает свойства одноосных кристаллов, оптическая ось которых совпадает с направлениями деформации и электрического или магнитного поля. *Мерой оптической анизотропии* является разность  $n_o - n_e$  показателей преломления обыкновенного  $n_o$  и необыкновенного  $n_e$  лучей, которые распространяются в направлении, перпендикулярном оптической оси.

Оптическая анизотропия, возникающая под действием электрического поля, зависит от величины напряженности  $E$  этого поля. Это явление было открыто в 1875 г. шотландским физиком Джоном Керром, и оно в последствии было названо *эффектом Керра*.

Мера анизотропии в этом случае определяется соотношением:

$$n_o - n_e = kE^2 = B\lambda E^2, \quad (7.2.1)$$

где  $B$  — *постоянная Керра*;  $\lambda$  — длина волны света;  $E$  — напряженность приложенного электрического поля.

Постоянная Керра зависит от природы вещества, длины волны и температуры.

На рис. 7.2.1 представлена схема наблюдения эффекта Керра. Ячейка Керра расположена между скрещенными под углом  $90^\circ$  поляризаторе П и анализаторе А. Ячейка Керра представляет собой сосуд из жидкого диэлектрика (например, нитробензол), помещенного между пластинами плоского конденсатора. В отсутствии напряжения на конденсаторе жидкий диэлектрик является изотропной средой (полярные молекулы диэлектрика из-за теплового движения имеют различную ориентацию в пространстве) и поэтому не изменяет поляризации падающего на него излучения. Поэтому через такую систему свет не проходит.

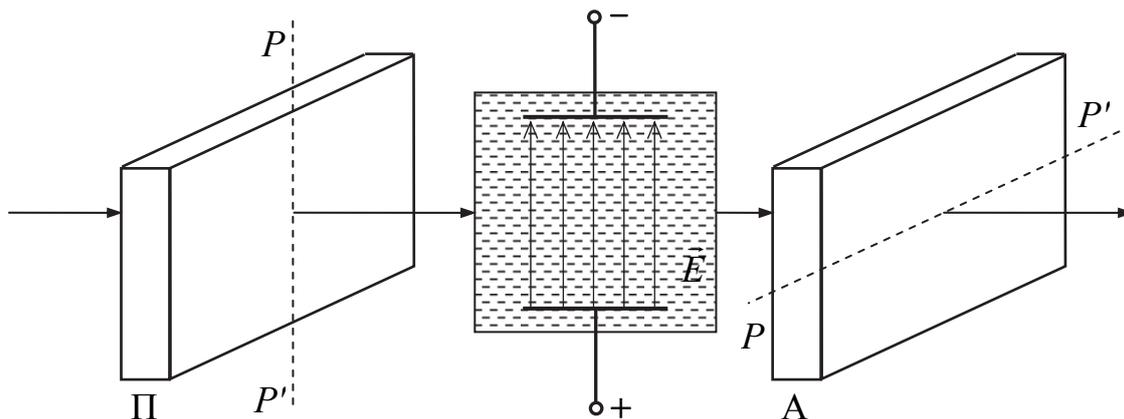


Рис. 7.2.1

При подаче на пластины конденсатора напряжения молекулы диэлектрика будут выстраиваться вдоль направления линии напряженности электрического поля (рис. 7.2.2), среда становится анизотропной, она изменяет поляризацию падающего излучения, и световой сигнал проходит через такую систему.

Картина распределения интенсивности прошедшего света зависит от напряженности электрического поля. Эффект Керра находит широкое практическое применение. Оптическая анизотропия возникает и исчезает при включении и выключении электрического поля практически безынерционно (составляет примерно  $10^{-10}$  с). Ячейка Керра является хорошим световым затвором (для получения световых сигналов мало длительности) и применяется в быстро протекающих процессах (запись и воспроизведение звука, скоростная фото- и киносъемка, оптическая телефония и т. д.). Эффект Керра также был обнаружен для газов.

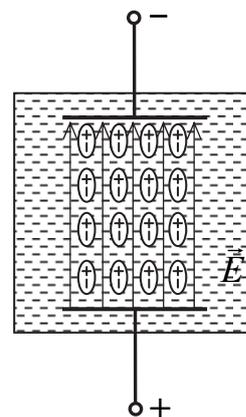


Рис. 7.2.2

Оптическая анизотропия может возникать под действием магнитного поля. Это эффект был открыт в 1907 году французскими физиками А. Коттоном и Г. Мутоном и получил название *эффект Коттона – Мутона*. Этот эффект описывается соотношением:

$$n_0 - n_e = kH^2 = C\lambda H^2, \quad (7.2.2)$$

где  $C$  — постоянная Коттона-Мутона;  $\lambda$  — длина волны света;  $H$  — напряженность магнитного поля. Постоянная Коттона – Мутона зависит от природы вещества, длины волны и температуры.

Если молекулы среды анизотропны и обладают постоянными магнитными моментами, то они могут преимущественно ориентироваться в постоянном магнитном поле. В достаточно сильных магнитных полях возникает анизотропия, и связанное с ней двойное лучепреломление среды. Эффект Коттона – Мутона наблюдался в жидкостях, стеклах, в газах пока не обнаружили.

Явление оптической анизотропии, возникающей под действием механических напряжений, получило название явления *фотоупругости*.

При механических воздействиях

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (7.2.3)$$

где  $k$  — коэффициент, характеризующий вещество;  $\sigma$  — механическое напряжение.

Этот метод широко используется для изучения распределения этих напряжений в моделях различных сооружений и устройств. Из прозрачного изотропного материала изготавливают аналог механической детали и помещают его между двумя поляроидами, оси пропускания которых взаимно перпендикулярны (рис. 4.5.3).

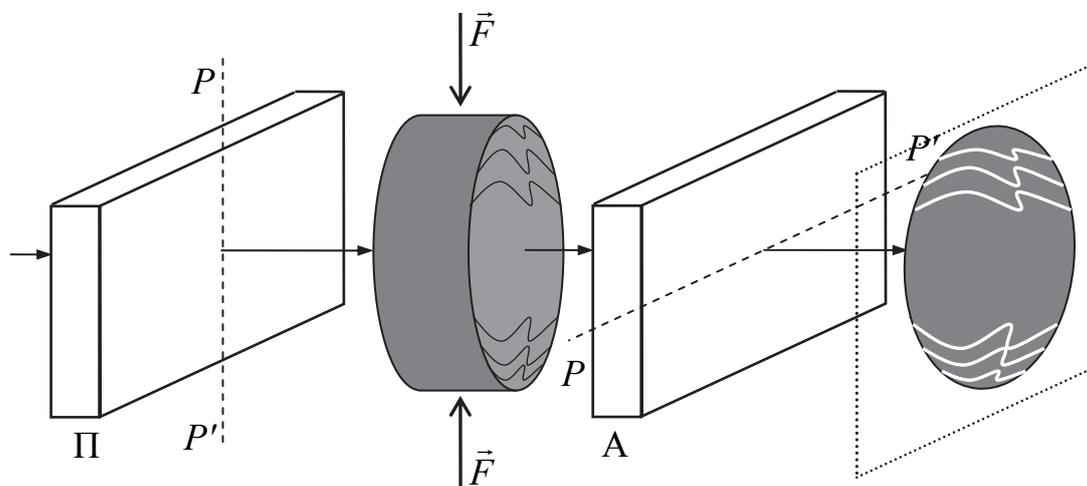


Рис. 7.2.3

При отсутствии механических сил изотропный материал не изменяет поляризации падающего на него света, и поэтому на экране, будет наблюдаться темное пятно. Если подвергнуть деформации деталь, то

тогда в области деформации материал становится анизотропным, и за счет явления двойного лучепреломления в области деформации происходит изменение поляризации падающего света. Возникает интерференционная картина, которая возникает при наложении обыкновенных и необыкновенных лучей на выходе из деформированной модели. Интенсивность прошедшего света в случае однородной деформации зависит от разности  $n_o - n_e$ , а значит и от механического напряжения в исследуемом образце. Создавая в прозрачной детали напряжения, которые свойственны механической детали в ее рабочем состоянии, на экране можно наблюдать разноцветную картину различных напряжений в ней. Причем одному цвету будет соответствовать одна и та же степень деформации детали. Изменяя нагрузки на нее, можно наглядно видеть, как происходит изменение напряжений в детали (рис. 4.5.4).

Исследование эффектов, связанных с искусственной анизотропией среды, также позволяет получить информацию о структуре и ориентационной подвижности молекул в веществе.

В заключение отметим, что возникновение оптической анизотропии возможно и под действием мощного светового (лазерного) пучка. Электрическое поле световой поляризованной волны способно поляризовать молекулы или атомы вещества, что вызывает оптическую анизотропию среды.

Этот метод успешно используется при изучении быстро протекающих релаксационных процессов в жидкостях благодаря применению пикосекундных лазерных световых потоков (длительность светового импульса  $10^{-12}$  с).



Рис. 7.2.4

### **7.3. Оптически активные вещества. Закон Био. Эффект Фарадея. Закон Верде.**

Некоторые твердые вещества (кварц, сахар, киноварь) и жидкости (водный раствор сахара, винная кислота, скипидар) обладают способностью вращать плоскость поляризации света. Такие вещества называются оптически активными. Оказалось, что все вещества, оптически активные в жидком состоянии (в том числе и в растворах), обладают этим свойством и в кристаллическом состоянии. В то же время некоторые вещества, оптически активные в кристаллическом состоянии, яв-

ляются оптически неактивными в жидком. Следовательно, оптическая активность определяется как строением молекул, так и их расположением в кристаллической решетке.

Одни вещества вращают плоскость поляризации по часовой стрелке (для наблюдателя, который смотрит навстречу лучу), другие – против часовой стрелки. В первом случае проявляется действие правовращающей модификации вещества, во втором — левовращающей.

В оптически активных кристаллах и чистых жидкостях угол поворота плоскости поляризации пропорционален толщине слоя вещества  $l$ :

$$\varphi = \alpha l, \quad (7.3.1)$$

где  $\alpha$  — *постоянная вращения*. Постоянная вращения  $\alpha$  зависит от природы вещества, температуры и длины волны света.

Вдали от полос поглощения света веществом зависимость  $\alpha$  от  $\lambda$  удовлетворяет *закону Био*:

$$\alpha \sim \frac{1}{\lambda^2}. \quad (7.3.2)$$

Для растворов постоянная вращения  $\alpha$  пропорциональна концентрации  $c$  оптически активного вещества

$$\alpha = kc, \quad (7.3.3)$$

где  $k$  — *коэффициент (постоянная) удельного вращения*.

С учетом формулы (4.6.1) получим, что для растворов угол поворота плоскости поляризации равен

$$\varphi = kcl. \quad (7.3.4)$$

Постоянная и удельная постоянная вращения обычно измеряются в  $[\alpha] = \text{угл. мин м}^{-1}$ ,  $[k] = \text{угл. мин м}^2 \text{ кг}^{-1}$ .

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на *право-* и *левовращающие*. Направление луча и направление вращения образуют в правовращающем веществе левовинтовую систему, а в левовращающем веществе – правовинтовую систему. Направление вращения (относительно луча) не зависит от направления луча в оптически активной среде. Поэтому, если, например, луч, прошедший вдоль оптической оси через кристалл кварца, отразить зеркалом и заставить пройти через кристалл еще раз в обратном направлении, то восстанавливается первоначальное положение плоскости поляризации.

Для объяснения вращения плоскости поляризации линейно-поляризованного света Огюстен Жан Френель предложил модель, в ко-

торой это явление рассматривается как проявление своеобразного двойного лучепреломления. Он предположил, что лучи, поляризованные по кругу, и имеющие правую или левую поляризацию, распространяются в оптически активных веществах с различной скоростью. Известно, что линейно поляризованный свет можно представить как результат сложения двух поляризованных по кругу волн с правой  $\vec{E}_\pi$  и левой  $\vec{E}_\lambda$  поляризацией, причем у этих волн одинаковая частота и амплитуда. Если скорости распространения обеих волн одинаковы, то световые вектора  $\vec{E}_\lambda$  и  $\vec{E}_\pi$  поляризованных по кругу волн будут вращаться одинаково, а их векторная сумма  $\vec{E}$  в каждый момент времени будет лежать в одной и той же плоскости  $AA'$  (рис. 7.3.1 а). Если скорости распространения обеих волн окажутся неодинаковыми, то по мере прохождения света через вещество некоторого расстояния  $l$  один из векторов,  $\vec{E}_\lambda$  или  $\vec{E}_\pi$ , будет отставать в своем вращении от другого вектора, в результате чего плоскость  $BB'$ , в которой лежит их векторная сумма  $\vec{E}$ , будет поворачиваться относительно первоначальной плоскости  $AA'$  на угол  $\varphi$  (рис. 4.6.1 б).

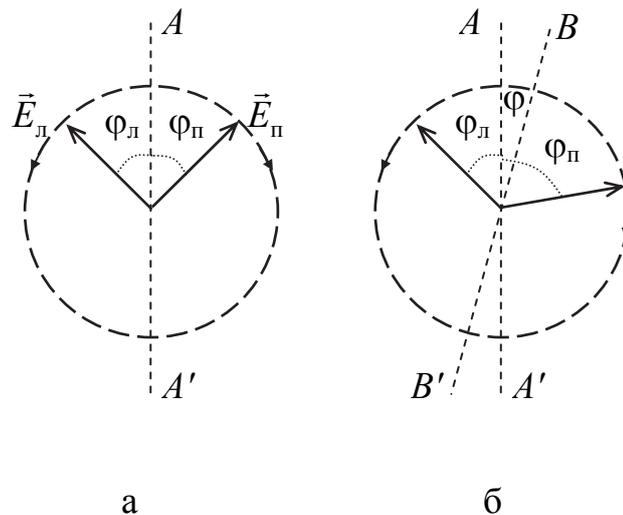


Рис. 7.3.1

Угол поворота плоскости поляризации будет равен:

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_\lambda - \varphi_\pi) = \frac{1}{2}(\omega t_\lambda - \omega t_\pi) = \frac{1}{2}\left(\omega \frac{l}{v_\lambda} - \omega \frac{l}{v_\pi}\right) = \frac{1}{2}\omega\left(\frac{1}{v_\lambda} - \frac{1}{v_\pi}\right)l, \quad (7.3.5)$$

где  $\alpha = \frac{1}{2} \omega \left( \frac{1}{v_{\text{л}}} - \frac{1}{v_{\text{п}}} \right)$  — постоянная вращения.

Различие в скоростях света с разным направлением круговой поляризации обуславливается асимметрией молекул веществ, либо асимметричным размещением атомов в кристалле. На рис. 7.3.2 приведен

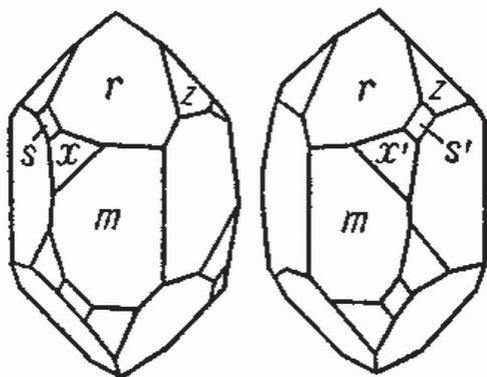


Рис. 7.3.2

пример антисимметричных кристаллов кварца. Кристаллы являются зеркальным отображением друг друга. Эти кристаллы вращают плоскость поляризации света в противоположных направлениях. Антисимметрия характерна также и для молекул некоторых веществ (например, сахарозы или глюкозы). Было установлено, что оптически активные вещества существуют в

двух разновидностях — правовращающей и левовращающей. В кристаллографии две такие формы кристаллов называют *энантиоморфными*, а в химии такие вещества называют *оптическими изомерами*.

Обе разновидности отличаются только направлением вращения плоскости поляризации, а значение постоянной вращения  $\alpha$  у них одинаково.

Явление оптической активности положено в основу очень точного и быстрого метода определения концентрации оптически активного

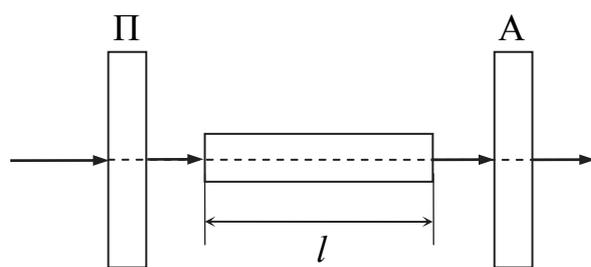


Рис. 7.3.3

вещества. Принципиальная схема такого метода представлена на рис. 7.3.3. Анализатор А может вращаться вокруг оси, совпадающей с лучом света. В процессе измерений определяют два его положения. Первое положение соответствует углу  $\varphi_1$ , при ко-

тором свет не проходит сквозь систему, содержащую кювету с растворителем. Второе положение соответствует углу  $\varphi_2$ , при котором свет не проходит сквозь систему, содержащую кювету с раствором оптически

активного вещества. В результате определяют угол поворота  $\varphi = |\varphi_2 - \varphi_1|$  плоскости поляризации света, прошедшего слой исследуемого вещества толщиной. По известному значению коэффициента удельного вращения  $k$  для растворенного вещества с помощью формулы (4.6.3) можно определить концентрацию этого вещества. Специальные приборы, используемые для определения концентрации растворенных оптически активных веществ, называются *поляриметрами*. Если поляриметры предназначены для определения сахара в растворе, то они называются *сахариметрами*.

Оптически неактивные вещества способны вращать плоскость поляризации света, если поместить их в магнитное поле. Это явление было обнаружено Майклом Фарадеем в 1845 году и названо в его честь. *Эффект Фарадея* наблюдается только при распространении света вдоль направления вектора намагниченности вещества. Угол поворота  $\varphi$  плоскости поляризации пропорционален пути, который проходит свет в веществе, и намагниченности  $J$  вещества, пропорциональной напряженности  $H$  магнитного поля. В итоге можно записать

$$\varphi = VJH . \quad (7.3.5)$$

Коэффициент пропорциональности  $V$  называется *постоянной Верде* или *удельным магнитным вращением*. Значение  $V$  зависит от природы вещества, длины волны  $\lambda$  и для большинства веществ практически не зависит от температуры. Направление вращения зависит от направления магнитного поля и не зависит от направления луча. Если плоскополяризованный свет пропустить через намагниченное вещество и отразив от зеркала пропустить обратно, то угол поворота удвоится.

Магнитное вращение плоскости поляризации свет; обусловлено прецессией электронных орбит во внешнем магнитном поле, что приводит к вращательной анизотропии вещества. Известно, что линейно поляризованную волну можно представить как результат сложения двух волн с правой и левой круговыми поляризациями. Их взаимодействие с веществом будет различным, поскольку вращение вектора  $\vec{E}$  одной волны совпадает по направлению с прецессионным движением орбит, а второй — противоположно ему. В результате плоскость падающей линейно поляризованной волны поворачивается по мере ее прохождения в оптически активной среде.

## Тема 5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### Лекция № 8

**8.1. Характеристики теплового излучения.**

**8.2. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа.**

**8.3. Законы Стефана – Больцмана и Вина.**

**8.4. Квантовая гипотеза и формула Планка для описания излучения абсолютно черного тела.**

Тепловое излучение является самым распространённым в природе и совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т.е. за счет внутренней энергии вещества) и свойственно всем телам при температуре выше абсолютного нуля. В случае изолированной термодинамической системы электромагнитные волны испускаются за счет внутренней энергии тел, находящихся в термодинамическом равновесии между собой и своим излучением (*равновесное тепловое излучение*). Если энергия, расходуемая телом на тепловое излучение, не восполняется за счет соответствующего количества теплоты, подведенного к телу, то его температура постепенно понижается, а тепловое излучение уменьшается. В теплоизолированной системе, все тела которой находятся при одной и той же температуре устанавливается термодинамическое равновесие. При равновесии энергия, расходуемая каждым из тел системы на тепловое излучение, компенсируется путем поглощения этим телом такого же количества энергии падающего на него излучения.

Тепловое излучение при любой температуре тела содержит электромагнитные волны всевозможных частот, однако при низких температурах тела преимущественно излучают волны инфракрасного диапазона. Так как тепловое излучение является равновесным, то для описания его свойств можно использовать законы термодинамики.

Все остальные виды излучения тел являются *неравновесными* и называются *люминесценцией*. В этом случае излучение возникает под воздействием внешних факторов (т.е. излучающая система является незамкнутой) или вследствие протекания необратимых химических реакций. Люминесценцию, возникающую под действием света, называют *фотолюминесценцией*, под воздействием потока электронов – *катодолюминесценцией*, под воздействием электрического поля – *электролюминесценцией*, при химических превращениях – *хемилюминесценцией*. Люминесцирующие вещества называются *люминофорами*.

## 8.1. Характеристики теплового излучения

Количественной характеристикой интенсивности теплового излучения является *энергетическая светимость*  $R_T$ , под которой понимают энергию, испускаемую единицей поверхности нагретого тела в единицу времени во всех направлениях. Единица энергетической светимости в системе СИ –  $1 \text{ Вт/м}^2$ . Энергетическая светимость тела зависит от его температуры. Эта величина является интегральной характеристикой излучающего тела, так как описывает излучаемую энергию, приходящуюся на весь диапазон частот или длин волн.

Спектральной характеристикой теплового излучения тела служит его *испускаемая способность* (или *спектральная плотность энергетической светимости*), которая равна энергии излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$  или длин волн  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ :

$$r_{\nu,T} = \frac{dR}{d\nu} \text{ или } r_{\lambda,T} = \frac{dR}{d\lambda}. \quad (8.1.1)$$

Длина  $\lambda$  и частота  $\nu$  электромагнитной волны связаны соотношением

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \quad (8.1.2)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

Дифференцируя выражение (8.1.2)

$$d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu = -\frac{\lambda^2}{c} d\nu, \quad (8.1.3)$$

и подставляя выражение (8.1.3) в (8.1.1) получим уравнение связи между величинами  $r_{\nu,T}$  и  $r_{\lambda,T}$

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR}{d\lambda} = \frac{dR}{\frac{\lambda^2}{c} d\nu} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}, \quad (8.1.4)$$

или

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2}. \quad (8.1.5)$$

Испускательная способность и энергетическая светимость связаны между собой соотношением

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (8.1.6)$$

С учетом выражения (5.1.4) можно записать

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = - \int_{\infty}^0 r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c} d\nu. \quad (8.1.8)$$

Спектральной характеристикой поглощения электромагнитных волн телом служит *поглощательная способность* тела (*монохроматический коэффициент поглощения* тела). Это физическая величина показывающая, какая доля энергии электромагнитного излучения  $dW$ , подающего за единицу времени на единицу площади поверхности тела с частотами в интервале частот  $\nu$  до  $\nu+d\nu$ , поглощается телом

$$a_{\nu,T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW}. \quad (8.1.8)$$

*Отражательная способность* тела (*монохроматический коэффициент отражения* тела) — это физическая величина показывающая, какая доля энергии электромагнитного излучения  $dW$ , подающего за единицу времени на единицу площади поверхности тела с частотами в интервале частот  $\nu$  до  $\nu+d\nu$ , отражается телом

$$\rho_{\nu,T} = \frac{dW_{\text{отр}}}{dW}. \quad (8.1.9)$$

Если световой поток падает на непрозрачное тело, то он будет частично поглощаться и частично отражаться телом (большинство непрозрачных тел при небольшой толщине уже не пропускают излучение). На основе закона сохранения энергии, можно записать:

$$dW = dW_{\text{погл}} + dW_{\text{отр}}. \quad (8.1.10)$$

Разделим выражение (5.1.11) на  $dW$  и получим соотношением между отражательной и поглощательной способностями тела:

$$\frac{dW}{dW} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW} + \frac{dW_{\text{отр}}}{dW} \Rightarrow 1 = a_{\nu,T} + \rho_{\nu,T}. \quad (8.1.11)$$

Следует отметить, что испускательная, отражательная и поглощательная способности тела зависят от частоты излучения, температуры тела, его химического состава и состояния поверхности.

## 8.2. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа

Если поглощательная способность тела  $a_{\nu,T} = 1$ , а его отражательная способность  $\rho_{\nu,T} = 0$ , то тело называется *абсолютно черным*. Абсолютно черное тело при любой температуре полностью поглощает всю энергию падающих на него электромагнитных волн независимо от их частоты, поляризации и направления распространения, ничего не отражая и не пропуская. Испускательную способность абсолютно черного тела будем обозначать через  $\varepsilon_{\nu,T}$ . Она зависит только от частоты излучения и абсолютной температуры  $T$  тела.

Все реальные тела не являются абсолютно черными. Однако некоторые из них в определенных интервалах частот близки по своим свойствам к абсолютно черному телу. Например, в области частот видимого света поглощательные способности сажи, платиновой черни и черного бархата мало отличаются от единицы.

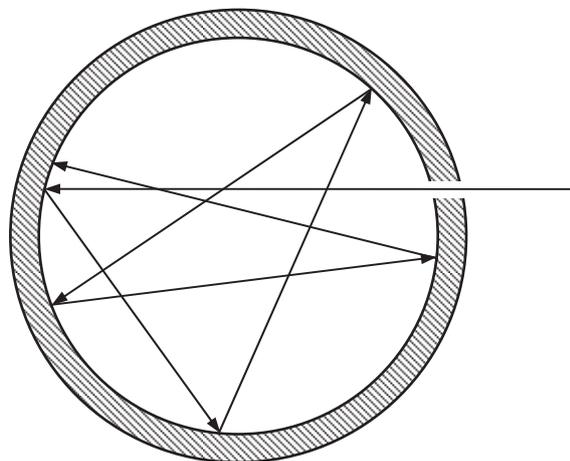


Рис. 8.2.1

Наиболее совершенной моделью абсолютно черного тела может служить небольшое отверстие в непрозрачной стенке замкнутой полости (рис. 8.2.1). Луч света, попадающий внутрь полости через отверстие, претерпевает многократные отражения от стенок полости, прежде чем он выйдет из полости обратно. При каждом отражении происходит частичное поглощение энергии света стенками. Поэтому независимо от материала стенок интенсивность луча света, выходящего из полости через отверстие, во много раз меньше интенсивности падающего извне первичного пучка. Очевидно, что отверстие тем ближе по своим свойствам к абсолютно черному телу, чем больше отношение площади поверхности полости к площади отверстия. Рассмотренная модель абсолютно черного тела позволяет понять, почему узкий вход в пещеру или

открытые окна домов снаружи кажутся черными, хотя внутри пещеры около входа или внутри комнат дома достаточно светло из-за отражения дневного света от стен. По той же причине шероховатые ткани с большим ворсом обладают большей поглощательной способностью, чем гладкие.

Тело, для которого поглощательная способность не зависит от частоты и меньше единицы ( $a_{\nu,T} = a_T < 1$ ), называется *серым*.

Между испускательной  $r_{\nu,T}$  и поглощательной  $a_{\nu,T}$  способностью любого тела существует взаимосвязь. Ее можно установить, проделав следующий мысленный эксперимент. Пусть внутри замкнутой оболочки, в которой создан высокий вакуум (для исключения теплопроводности между телами), стенки которой поддерживаются при определенной температуре  $T$ , находится несколько разных тел (рис. 8.2.2).

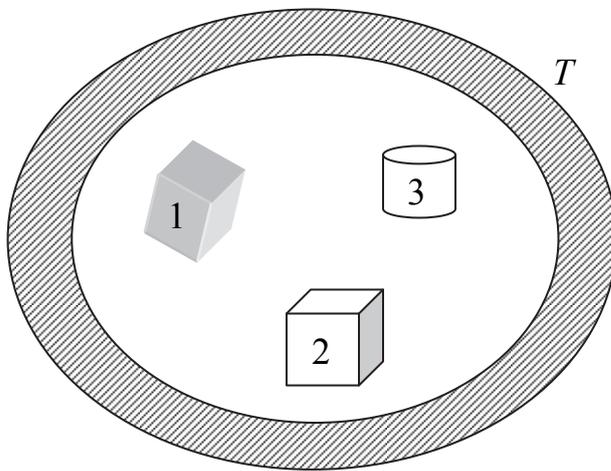


Рис. 8.2.2

Поскольку внутри оболочки создан высокий вакуум, то тела могут обмениваться энергией между собой и стенками полости, лишь испуская и поглощая электромагнитные волны. Опыт показывает, что такая система через некоторое время приходит в термодинамическое равновесие, и тела системы будут иметь температуру  $T$ , равную температуре оболочки. Отсюда следует,

что тело, обладающее большей испускательной способностью, должно поглощать больше энергии (*правило Прево*). Если какое-то тело будет больше поглощать, чем испускать, то оно будет нагреваться, если наоборот — то остывать. А это противоречит условию термодинамического равновесия. Оказывается, что для рассмотренной системы тел должно выполняться следующее соотношение:

$$\left( \frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} \right)_1 = \left( \frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} \right)_2 = \left( \frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} \right)_3 = \dots \quad (8.2.1)$$

Так все тела системы могут быть различными, то из (8.2.1) следует, что отношение испускательной способности тела к его поглощательной

способности не зависит от природы тела и является универсальной функцией температуры и частоты

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = f(\nu,T). \quad (8.2.2)$$

Выражение (8.2.2) получило название *закон Кирхгофа*. Этот закон теплового излучения был установлен в 1859 г. немецким физиком Густавом Кирхгофом. Функция  $f(\nu,T)$  получила название *универсальной функции Кирхгофа*.

Так как поглощательная способность абсолютно черного тела  $a_{\nu,T} = 1$ , то из уравнения (8.2.1) следует, что универсальная функция Кирхгофа равна излучательной способностью абсолютно черного тела:

$$\frac{\varepsilon_{\nu,T}}{1} = f(\nu,T) \Rightarrow \varepsilon_{\nu,T} = f(\nu,T). \quad (8.2.3)$$

С учетом выражения (5.2.3) закон Кирхгофа можно записать в виде:

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = \varepsilon_{\nu,T}, \quad (8.2.4)$$

– отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала тела и равно испускательной способности абсолютно черного тела, являющейся функцией только температуры и частоты.

Используя закон Кирхгофа и выражение (5.1.7) энергетическую светимость  $R$  любого тела можно записать в виде:

$$R_T = \int_0^{\infty} a_{\nu,T} \varepsilon_{\nu,T} d\nu. \quad (8.2.5)$$

Если тело серое, то его энергетическая светимость равна:

$$R_T = a_{\nu} \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu,T} d\nu. \quad (8.2.6)$$

### 8.3. Законы Стефана – Больцмана и Вина

Поскольку универсальная функция Кирхгофа не зависит от природы тел, установление явного вида этой функции в течение длительного времени представляло важную проблему для физики. Однако сначала

удалось решить более простую задачу — найти зависимость энергетической светимости  $R_T^*$  абсолютно черного тела от его температуры. Анализируя экспериментальные данные, австрийский физик Йозеф Стефан в 1879 г. пришел к выводу, что энергетическая светимость  $R$  любого тела пропорциональна его абсолютной температуре в четвертой степени

$$R_T \propto T^4. \quad (8.3.1)$$

В 1884 г. австрийский физик Людвиг Больцман, применив термодинамический метод к исследованию излучения абсолютно черного тела, теоретически показал, что

$$R_T^* = \sigma T^4. \quad (8.3.2)$$

где  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  — *постоянная Стефана – Больцмана*.

Выражение (8.3.2) получило название *закон Стефана – Больцмана*. Закон Стефана – Больцмана, определяя зависимость энергетической светимости  $R_T^*$  абсолютно черного тела от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения абсолютно черного тела. Из экспериментальных кривых зависимости функции  $\varepsilon_{\lambda,T}$  от длины волны  $\lambda$  при различных температурах (рис. 8.3.1) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным.

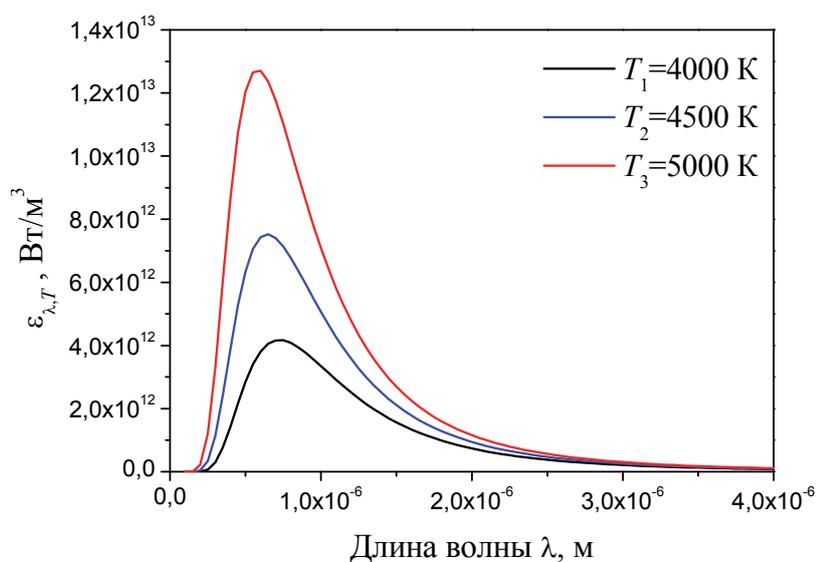


Рис. 8.3.1

Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости  $r_{\lambda,T}$  от  $\lambda$ , пропорциональна энергетической светимости  $R_T^*$  чёрного тела и, следовательно, по закону Стефана – Больцмана, четвёртой степени температуры.

Немецкий физик Вильгельм Вин в 1893 г. теоретически показал, что универсальная функция Кирхгофа должна иметь функциональный вид

$$f(\nu, T) = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (8.3.3)$$

где  $F\left(\frac{\nu}{T}\right)$  — некоторая универсальная функция, зависящая от отношения частоты излучения абсолютного тела к его температуре.

Хотя Вину не удалось теоретически получить функцию  $F\left(\frac{\nu}{T}\right)$ , с помощью формулы (8.3.3) были установлены следующие два закона:

1) длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая максимуму излучательной способности абсолютно черного тела  $\varepsilon_{\nu,T}$ , обратно пропорциональна его абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (8.3.4)$$

где  $b = 2.9 \cdot 10^{-3}$  м·К – *постоянная Вина*.

Выражение (5.3.4) получило название *закон смещения Вина*.

2) максимальное значение  $\varepsilon_{\lambda_{\max},T}$  излучательной способности абсолютно черного тела прямо пропорционально абсолютной температуре в пятой степени:

$$\varepsilon_{\lambda_{\max},T} = C_1 T^5, \quad (8.3.5)$$

где  $C_1 = 1,3 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup>·К<sup>5</sup>) — *вторая постоянная Вина*.

Выражение (8.3.5) получило название *второго закон Вина*.

#### **8.4. Квантовая гипотеза и формула Планка для описания излучения абсолютно черного тела**

Пытаясь получить явное выражение для универсальной функции Кирхгофа, В. Вин предложил следующую формулу

$$\varepsilon(\lambda, T) = f(\lambda, T) = \frac{a}{\lambda^5} e^{-\frac{b}{\lambda T}}, \quad (8.4.1)$$

где  $a$  и  $b$  — некоторые параметры.

При определенном подборе параметров  $a$  и  $b$  выражение (5.4.1) дает достаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными в области малых длин волн, но сильно расходится с экспериментальными значениями в области больших длин волн.

Дальнейшее исследование вида функции Кирхгофа методами классической физики предпринималось рядом ученых. Английские физики Джон Рэлей и Джеймс Джинс подошли к изучению спектральных закономерностей излучения абсолютно черного тела с позиций статистической физики, а не с позиции термодинамики, как это делали их предшественники. Они представили равновесное излучение в замкнутой полости с зеркальными стенками как систему пространственных стоячих электромагнитных волн. Частоты этих волн должны удовлетворять определенным условиям, подобным условиям для частот стоячих упругих волн в стержне, причем колебания с разными собственными частотами совершаются независимо друг от друга. Поэтому каждой собственной частоте соответствует своя колебательная степень свободы излучения абсолютно черного тела. С учетом возможных видов поляризации количество стоячих волн и связи испускательной способности абсолютно черного тела с равновесной плотностью энергии теплового излучения, У. Рэлей и Д. Джинс в 1900 г. получили выражение для универсальной функции Кирхгофа

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon_\nu \rangle, \quad (8.4.2)$$

где  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  — средняя энергия, которая приходится на одну колебательную степень свободы излучения равновесной системы.

Далее У. Рэлей и Д. Джинс используя закон классической статистической физики о равном распределении энергии по всем степеням свободы и предположив, что на каждое электромагнитное колебание приходится в среднем энергия, равная  $kT$  ( $\frac{kT}{2}$  — на электрическую и  $\frac{kT}{2}$  — на магнитную энергию волны) определили среднюю энергию  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ :

$$\langle \varepsilon_\nu \rangle = kT. \quad (8.4.3)$$

Подставив выражение (8.4.3) в (8.4.2) и получили соотношение, которое впоследствии назвали *формулой Рэля – Джинса*:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (8.4.4)$$

Формула Рэля – Джинса хорошо согласуется с опытными данными только для малых частот (или больших длин волн) (рис. 8.4.1). Однако она не удовлетворяет закону смещения Вина, а также закону Стефана – Больцмана.

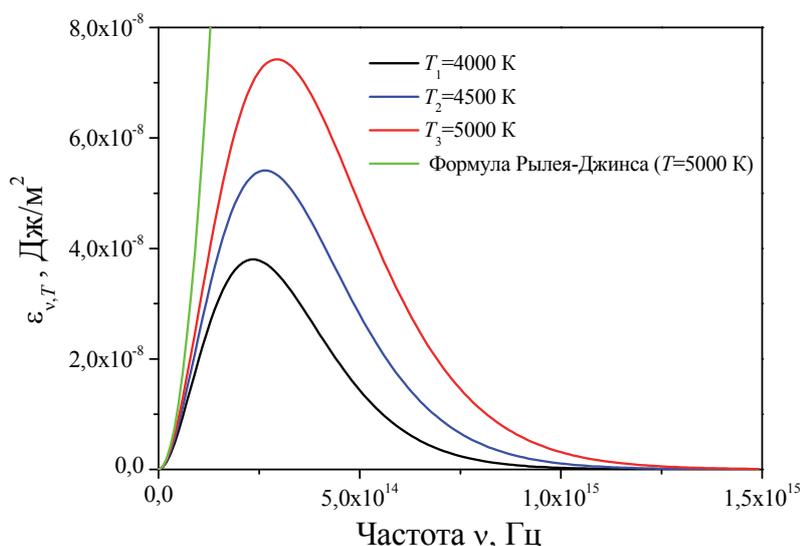


Рис. 8.4.1

Например, для абсолютно черного тела энергетическая светимость  $R_T^*$ , определяемая по формуле Рэля – Джинса, оказывается равной бесконечности:

$$R_T^* = \int_0^\infty f(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^\infty \nu^2 d\nu \rightarrow \infty. \quad (8.4.5)$$

А согласно закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость является конечной величиной. Формула противоречит также закону сохранения энергии. Наиболее сильное расхождение между полученным по законам классической физики выражением и экспериментальными данными наблюдается в области частот ультрафиолетового диапазона (рис. 8.4.3). Поскольку вывод формулы Рэля – Джинса был

безупречным в своей классической строгости и последовательности, решение проблемы описания теплового излучения в рамках классической физики оказалось невозможным в принципе. Это обстоятельство получило в физике образное название «*ультрафиолетовая катастрофа*». Выход из создавшейся ситуации нашел немецкий физик Макс Планк (1900 г.), который получил свою знаменитую формулу и тем самым заложил основы для построения квантовой оптики.

Для этого ему пришлось отказаться от положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться только непрерывно, т.е. может принимать сколь угодно близкие значения.

Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомы излучают энергию не непрерывно, а определёнными порциями – квантами, причём энергия кванта пропорциональна частоте колебания:

$$\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu = h \frac{c}{\lambda}, \quad (8.4.6)$$

где  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – *постоянная Планка*.

Так как излучение испускается порциями, то его энергия  $\varepsilon$  может принимать лишь определённые дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии  $\varepsilon_{\text{ф}}$ :

$$\varepsilon = nh\nu, \quad (8.4.7)$$

где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Так как распределение энергии равновесного излучения по частотам зависит только от температуры и не зависит от свойства системы, с которой связано излучение, М. Планк выбрал наиболее простую модель излучающей системы в виде совокупности линейных гармонических осцилляторов (электрических диполей) со всевозможными собственными частотами  $\nu$ . Выполнив усреднение энергии излучения с частотой  $\nu$  с помощью функции распределения Больцмана, М. Планк получил выражение для среднего значения энергии, приходящейся на одну степень свободы излучения абсолютно черного тела:

$$\langle \varepsilon_{\nu} \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (8.4.8)$$

Подставив выражение (8.4.8) в (8.4.4) М. Планк получил формулу для универсальной функции Кирхгофа, которая блестяще согласуется с экспериментальными данными:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (8.4.9)$$

*Формула Планка* описывает распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот и температур. Чтобы решить эту задачу М. Планку пришлось сделать предположение совершенно чуждое классическим представлениям, а именно допустить, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов). Впервые Планк изложил теоретический вывод этой формулы в 1900 г. — этот день и стал днем рождения квантовой физики. Это событие ознаменовало новую эру в физике.

Из формулы Планка выводятся все законы теплового излучения.

1) Из формулы Планка можно получить формулой Рэля – Джинса.

Рассмотрим области малых частот, т.е.  $h\nu \ll kT$  (энергия кванта излучения мала по сравнению с энергией теплового движения). Разложим выражение  $e^{\frac{h\nu}{kT}}$  в ряд, ограничившись двумя первыми членами разложения:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}. \quad (8.4.10)$$

Тогда

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}. \quad (8.4.11)$$

Подставляя (8.4.11) в формулу Планка (8.4.9), получим выражение:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT}} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (8.4.12)$$

совпадающее с формулой Рэля – Джинса (5.4.4).

2) Из формулы Планка можно вывести закон Стефана – Больцмана.

Найдем энергетическую светимость абсолютно черного тела:

$$R_T^* = \int_0^\infty f(\nu, T) d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu. \quad (8.4.13)$$

Введем безразмерную величину  $x = \frac{h\nu}{kT}$ . Тогда:

$$\nu = \frac{kT}{h} x, \quad (8.4.14)$$

а

$$d\nu = \frac{kT}{h} dx. \quad (8.4.15)$$

На основе формул (8.4.14 – 8.4.15), сделаем замену переменных в выражении (8.4.13):

$$R_T^* = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} d\nu. \quad (8.4.16)$$

Учитывая, что  $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} d\nu = \frac{\pi^4}{15}$ , получим:

$$R_T^* = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4, \quad (8.4.17)$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана – Больцмана.

Из выражения (5.4.17) видно, что постоянная Стефана – Больцмана равна:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (8.4.18)$$

Используя соотношение (8.4.18) М. Планк впервые определил значение постоянной Планка  $h = 6,626176 \cdot 10^{34}$  Дж·с.

3) Закон смещения Вина также можно получить из формулы Планка.

Запишем формулу Планка (8.4.9) для переменных  $\lambda$  и  $T$ . Для этого воспользуемся выражение (8.1.6):

$$f(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} f(\nu, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (8.4.19)$$

Введя  $x = \frac{hc}{kT\lambda}$ , из (8.4.19) получим выражение:

$$f(x) = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \frac{x^5}{e^x - 1}. \quad (8.4.20)$$

Найдем максимум функции (8.4.20):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}[f(x)] &= \frac{d}{dx} \left[ \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \frac{x^5}{e^x - 1} \right] = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^5}{e^x - 1} \right] = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5(e^x - 1) - xe^x = 0 \end{aligned} \quad (8.4.21)$$

Решение этого трансцендентного уравнения методом последовательных приближений даёт  $x = 4,965$ . Учитывая это, получаем закон смещения Вина:

$$4,965 = \frac{hc}{kT\lambda_{\max}} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965kT} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (8.4.22)$$

где  $b = \frac{hc}{4,965k} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К}$  — постоянная Вина.

4) Подставив  $x = 4,965$  в выражения (8.4.20), найдем максимальное значение функции  $f(x)$  и получим второй Вина:

$$f_{\max} = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \frac{4,965^5}{e^{4,965} - 1} = C_1 T^5, \quad (8.4.23)$$

где  $C_1 = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$  — вторая постоянная Вина.

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментом, но и содержит в себе частные законы теплового излучения. Формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможно только благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

## Тема 6. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ

### Лекция № 9

9.1. Энергия, импульс и масс фотона.

9.2. Внешний фотоэффект.

9.3. Эффект Комптона.

9.4. Давление света.

#### 9.1. Энергия, импульс и масс фотона

Для объяснения теплового излучения твердых тел немецкий физик М. Планк ввел понятие кванта электромагнитного излучения. Далее Альберт Эйнштейн развил гипотезу Планка, предположив, что свет не только излучается, но и распространяется и поглощается веществом отдельными квантами. Эти кванты излучения были названы *фотонами*.

Энергия фотона равна:

$$\varepsilon_{\phi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (9.1.1)$$

где  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — постоянная Планка.

Так как фотон обладает энергией, то согласно специальной теории относительности, он обладает и массой:

$$m_{\phi} = \frac{\varepsilon_{\phi}}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \quad (9.1.2)$$

Импульс фотона равен:

$$p_{\phi} = m_{\phi}c = \frac{\varepsilon_{\phi}}{c^2}c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (9.1.3)$$

Из релятивистской формулы связи импульса и энергии частицы:

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2, \quad (9.1.4)$$

где  $E$  — полная энергия частицы;  $E_0$  — энергия покоя частицы;  $p$  — импульс частицы; с учетом формул (9.1.1 и 9.1.3), получаем:

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2 \Rightarrow \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2 = E_0^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 c^2 \Rightarrow E_0 = 0 \Rightarrow m_0 = 0. \quad (9.1.5)$$

Т.е. масса покоя фотона равна нулю.

Это означает, что фотон представляет собой частицу особого рода, не имеющую массу покоя и всегда движущуюся в вакууме со скоростью  $c$ .

## 9.2. Внешний фотоэффект

*Внешним фотоэффектом* называется явление испускания электронов поверхностью твердых тел и жидкостей под действием электромагнитного излучения. Электроны, выбитые с поверхности вещества электромагнитным излучением, называют *фотоэлектронами*.

Это явление было открыто немецким физиком Генрихом Герцем в 1887 г. Он заметил, что проскакивание электрической искры между цинковыми шариками значительно облегчается, если один из них осветить ультрафиолетовым светом.

Дальнейшее подробное изучение влияния света на заряженные тела было проведено в 1888–1889 гг. русским физиком Александром Григорьевичем Столетовым. Схема опытов Столетова показана на рис. 9.2.1. Установка представляла собой конденсатор  $КК'$ , состоящий из полированной металлической (цинковой) пластинки  $К$  и

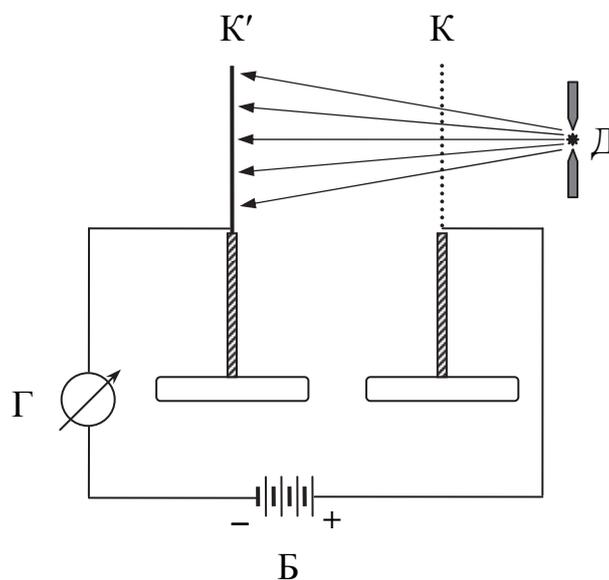


Рис. 9.2.1

металлической сетки  $К'$ . Между пластинкой и сеткой создавалась разность потенциалов с помощью батареи Б. Ток, возникающий при изменении заряда пластинки  $К$ , мог измеряться гальванометром Г. Пластинка  $К$  освещалась светом от электрической дуги Д. А. Столетов установил, что отрицательно заряженная пластинка  $С$  теряет свой заряд под влиянием света. Это явление он назвал *актиноэлектрическим*. Проведя серию экспериментов А. Столетов установил закономерности, которым подчиняется фотоэффект:

1) тело теряет заряд только в том случае, если оно заряжено отрицательно; заряд тела не пропадает под влиянием света, если оно заряжено положительно;

2) явление вызывается преимущественно ультрафиолетовыми лучами;

3) разряжающее действие лучей пропорционально их энергии;

4) разряжающее действие лучей обнаруживается даже при весьма кратковременном освещении, причем между моментом освещения и началом разряда не протекает заметного времени.

В дальнейшем А. Столетов проводил изучение фотоэффекта, поместив освещаемую пластинку в вакуум. Таким же методом пользовались и другие исследователи. Наиболее полное исследование явления фотоэффекта было выполнено немецким физиком Филиппом Ленардом в 1900 г.

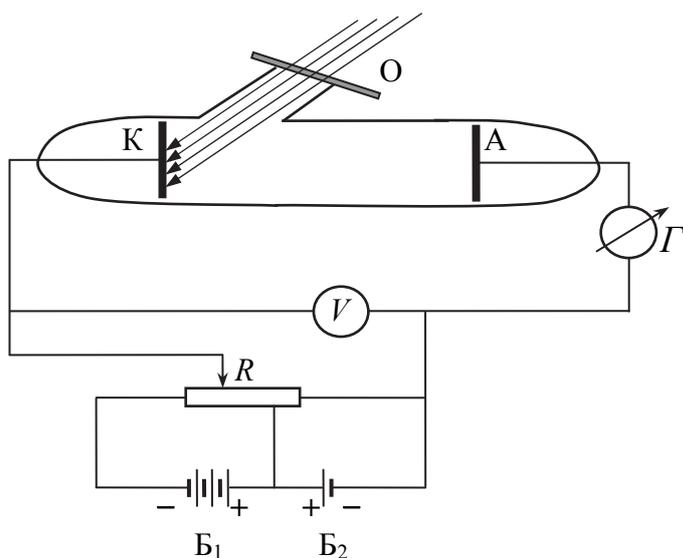


Рис. 9.2.2

Принципиальная схема установки для изучения фотоэффекта приведена на рис. 9.2.2. В баллоне, из которого откачен воздух, расположены два плоских электрода: анод А и катод К. Поверхность катода, изготовленного из исследуемого материала (металла), освещается монохроматическим светом, проникающим в баллон через кварцевое окошко О (кварц пропускает не только видимый

свет, но и ультрафиолет). Напряжение между анодом и катодом регулируется с помощью потенциометра  $R$  и измеряется вольтметром  $V$ . Две аккумуляторные батареи  $B_1$  и  $B_2$ , включенные «навстречу друг другу», позволяют с помощью потенциометра изменять величину и знак напряжения  $U$ . Фототок  $I$  измеряется гальванометром  $\Gamma$ . С помощью такой установки можно получать *вольтамперные характеристики* (зависимости фототока  $I$  от напряжения  $U$ ) при неизменном энергетическом по-

токе излучения. На рис. 9.2.3 представлены две вольтамперные характеристики, полученные при разных энергетических потоках  $\Phi$  (частота падающего излучения в обоих случаях одинакова).

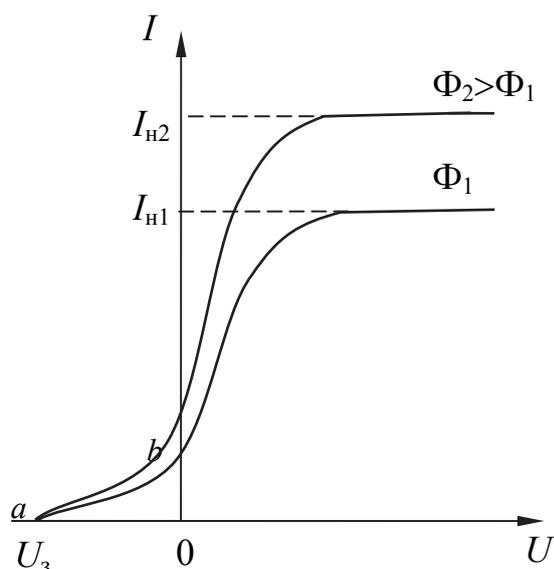


Рис. 9.2.3

Существование фототока в области отрицательных напряжений (от 0 до  $-U_3$ ) объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля начальной кинетической энергией. За счет этой энергии электроны могут совершать работу против сил задерживающего

электрического поля в трубке и достигать анода. При  $U = U_3$  фототок  $I = 0$ . Согласно теореме об изменении кинетической энергии<sup>2</sup>, максимальная начальная скорость фотоэлектронов будет связана с напряжением  $U_3$  соотношением:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU_3, \quad (9.2.1)$$

где  $e$  и  $m_e$  — абсолютное значение заряда и масса электрона. Таким образом, измерив задерживающее напряжение  $U_3$ , можно определить максимальное значение скорости фотоэлектронов (электрона, выбитого светом из вещества).

По мере увеличения  $U$  фототок  $I$  постепенно возрастает, так как все большее число фотоэлектронов оказывается способным достигнуть анода. Максимальное значение тока  $I_n$ , называемое фототоком насыщения, соответствует таким значениям  $U$ , при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода:

$$I_n = en, \quad (9.2.2)$$

где  $n$  — число фотоэлектронов, вылетающих из катода за 1 с.

<sup>2</sup> См. электронное издание: Тульев В. В., Бобрович О. Г. Механика и молекулярная физика: тексты лекций по дисциплине «Физика» для студентов спец. 1-48 01 02 «Химическая технология органических веществ, материалов и изделий». — Минск: БГТУ, 2009. — 170 с. (лекция 4, вопрос 3.2, с. 22–23)

Таким образом, измерив силу фототока насыщения можно определить число фотоэлектронов, вылетающих с катода в единицу времени, при данном энергетическом потоке излучения  $\Phi$ .

Обобщение экспериментальных данных позволило установить *три закона фотоэффекта*:

1) максимальная начальная скорость испускаемых фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности;

2) для каждого вещества существует *красная граница фотоэффекта*, т.е. минимальная частота  $\nu_0$  или максимальная длина волны  $\lambda_{\max}$  света, при которой еще возможен внешний фотоэффект; значение красной границы зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности;

3) число фотоэлектронов, которые вырываются с единицы площади катода за единицу времени (фототок насыщения), пропорционально интенсивности падающего излучения.

Установленные закономерности внешнего фотоэффекта не укладываются в рамки классических представлений. Кинетическая энергия, с которой вырывается электрон из металла, должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с ее увеличением электрону должна передаваться большая энергия. А это противоречит первому закону фотоэффекта. Согласно волновой теории энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, поэтому свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла. То есть красной границы фотоэффекта не должно быть. А это противоречит второму закону фотоэффекта.

С позиций квантовой природы света немецкий физик Альберт Эйнштейн дал наглядное объяснение явления фотоэффекта. Процесс поглощения света веществом сводится к тому, что фотоны передают всю свою энергию частицам этого вещества. Для того чтобы вырвать электроны из вещества, необходимо совершить работу, которая называется *работой выхода электрона  $A$* . Если энергия кванта излучения  $h\nu \geq A$ , то будет наблюдаться фотоэффект. В соответствии с законом сохранения энергии Эйнштейн предложил уравнение:

$$h\nu = A + \frac{m_e v_{\max}^2}{2}, \quad (9.2.3)$$

где  $h\nu$  — энергия фотона;  $A$  — работа выхода электрона;  $\frac{m_e v_{\max}^2}{2}$  —

максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона. Уравнение (9.2.3) получило название *уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*.

На основе этого уравнения можно объяснить все законы фотоэффекта:

1. Так как для каждого вещества работа выхода  $A$  имеет определенное значение, то максимальная энергия испускаемых фотоэлектронов определяется только частотой  $\nu$  излучения и не зависит от интенсивности света:

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m_e}}. \quad (9.2.4)$$

2. Так как фотоэффект наблюдается при условии  $h\nu \geq A$ , то минимальная частота  $\nu_0$  будет определяться как:

$$h\nu_0 = A \Rightarrow \nu_0 = \frac{A}{h} \text{ или } \lambda_{\max} = \frac{ch}{A}. \quad (9.2.5)$$

Таким образом получили красную границу фотоэффекта

3. Из уравнения (6.2.3) следует, что каждый фотоэлектрон испускается в результате поглощения одного фотона. Таким образом, общее число фотоэлектронов выбитых с поверхности катода за единицу времени пропорционально числу фотонов, падающих за то же время на эту поверхность. Следовательно, число  $n$  фотонов, вылетающих с катода в единицу времени, пропорционально потоку  $\Phi$  излучения:

$$n = \frac{\Phi}{h\nu}. \quad (9.2.6)$$

Фотоэффект широко используется в науке и технике для регистрации и измерения световых потоков (фотометрия, спектрометрия в широкой области спектра, спектральный анализ вещества, измерение очень слабых световых потоков и пр.), для преобразования световых сигналов в электрические (контроль и управление производственными процессами, разнообразные системы связи и т. д.). Приборы, действие которых основано на явлении фотоэлектрического эффекта, называются *фотоэлементами*.

### 9.3. Эффект Комптона

Квантовые свойства света проявляются в явлении, которое обнаружил американский физик Артур Комптон в 1923 г., наблюдая рассе-

яние монохроматических рентгеновских лучей «легкими» веществами (графит, парафин и др.). Опыты Комптона показали, что длина волны  $\lambda'$  рассеянного излучения больше длины волны  $\lambda$  падающего излучения, причем разность  $\lambda' - \lambda$  зависит только от угла рассеяния  $\theta$ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_K \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (9.3.1)$$

где  $\lambda_K$  — *комптоновская длина волны*. Это явление получило название эффекта Комптона.

Схема опыта Комптона изображена на рис. 9.3.1. Источником рентгеновского излучения служила рентгеновская трубка Р с молибденовым антикатодом А. Выделяемый диафрагмами  $D_1$  и  $D_2$  узкий пучок монохроматических рентгеновских лучей падал на рассеивающее вещество РВ. Для исследования спектрального состава рассеянного рентгеновского излучения использовался рентгеновский спектрограф. Рассеянное излучение после прохождения ряда диафрагм Д попадало на кристалл Кр под определенным углом  $\theta$ , а затем в ионизационную камеру или на фотопластинку П.

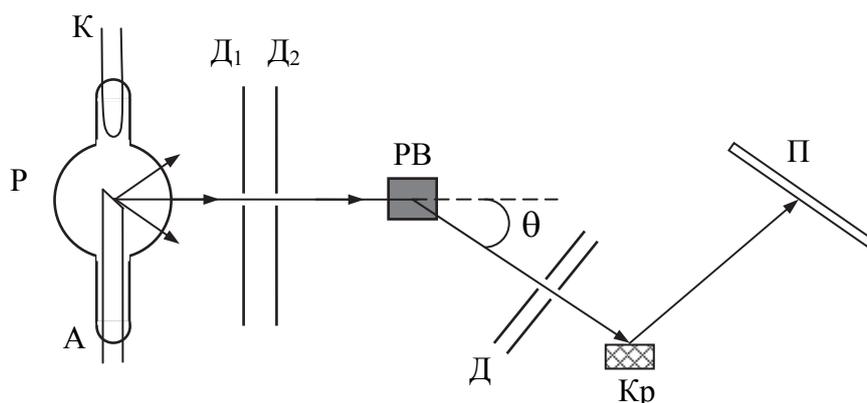


Рис. 9.3.1

На рис. 9.3.2 приведены результаты исследования рассеяния монохроматических рентгеновских лучей (линия  $K_\alpha$  молибдена) на графите. График на рис. 9.3.2 а характеризует первичное излучение (по оси ординат отложена интенсивность излучения, по оси абсцисс — длина волны излучения). Остальные графики (рис. 9.3.2 б — 9.3.2 г) относятся к различным углам рассеяния  $\theta$ . На рис. 9.3.2 б — 9.3.2 г мы наблюдаем появление второго пика, соответствующего рассеянному излучению.

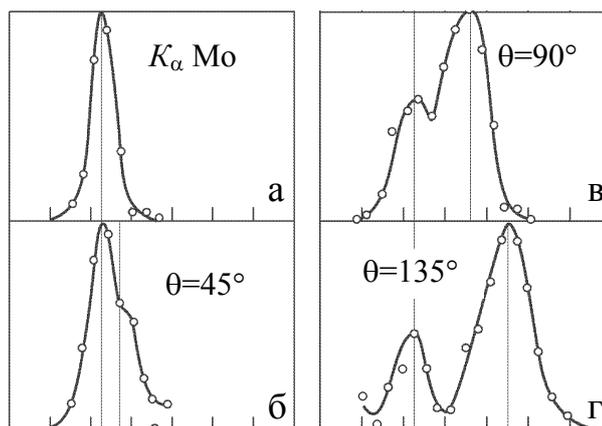


Рис. 9.3.2

На рис. 9.3.3 представлены зависимости интенсивности компонент первичного ( $\lambda$ ) и рассеянного ( $\lambda'$ ) излучения от атомного номера рассеивающего вещества. Рис. 9.3.3 а характеризует первичное излучение (линия  $K_\alpha$  серебра). При рассеивании веществами с малым атомным номером (рис. 9.3.3 б – 9.3.3з) практически все рассеянное излучение имеет смещенную длину волны. По мере увеличения атомного номера все большая часть излучения остается без изменения длины волны (рис. 9.3.3д – 9.3.3р).

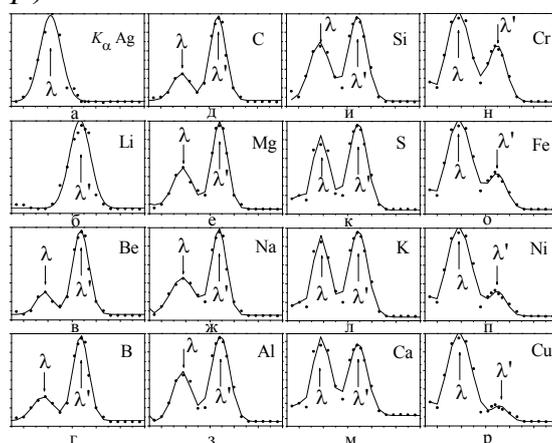


Рис. 9.3.3

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать слабее всего связанными с атомами электроны, энергия связи которых значительно меньше энергии, которую может передать фотон электрону при соударении.

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон падает фотон с энергией  $h\nu$  и импульсом  $\vec{p}_\phi$  (рис. 6.3.4).

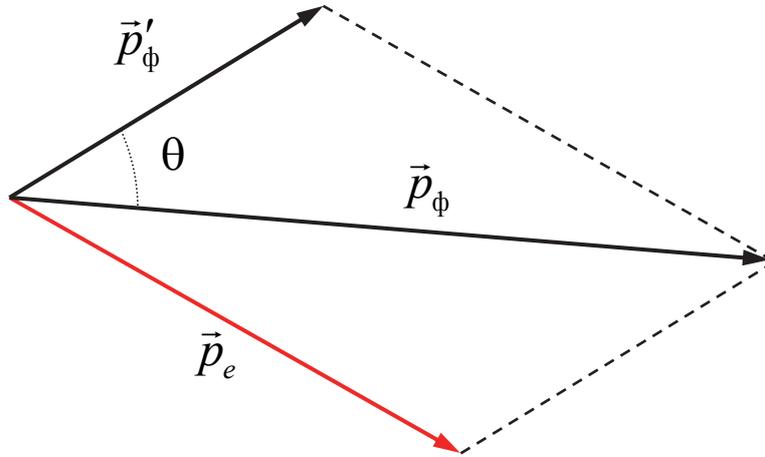


Рис. 9.3.4

Энергия электрона до столкновения равна  $E_0 = m_e c^2$  ( $m_e$  — масса покоя электрона), а его импульс равен нулю. После столкновения электрон будет обладать импульсом  $\vec{p}_e$  и энергией, равной  $E = c\sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2}$ . Энергия и импульс фотона после рассеяния также будут изменяться и станут равными  $h\nu'$  и  $\vec{p}'_\phi$ . Из законов сохранения импульса и энергии следует:

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}_e + \vec{p}'_\phi \quad (9.3.2)$$

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + c\sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2}. \quad (9.3.3)$$

Разделим выражение (6.3.3) на  $c$ , и с учетом формулы для импульса фотона  $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$  запишем в виде:

$$\frac{h\nu}{c} + m_e c = \frac{h\nu'}{c} + \sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2} \Rightarrow (p_\phi - p'_\phi) + m_e c = \sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2}. \quad (9.3.4)$$

Возведя выражение (9.3.4) в квадрат получаем:

$$p_e^2 = (p_\phi - p'_\phi)^2 + 2m_e c \cdot (p_\phi - p'_\phi). \quad (9.3.5)$$

Из закона сохранения импульса (9.3.2) и рис. 9.3.4 следует, что:

$$p_e^2 = p_\phi'^2 + p_\phi^2 - 2p_\phi p'_\phi \cdot \cos\theta. \quad (9.3.6)$$

Приравнивая выражений (9.3.5) и (9.3.6) получаем:

$$(p_{\phi} - p'_{\phi})^2 + 2m_e c \cdot (p_{\phi} - p'_{\phi}) = p_{\phi}'^2 + p_{\phi}^2 - 2p_{\phi} p'_{\phi} \cdot \cos \theta. \quad (9.3.7)$$

Из (9.3.7) следует что:

$$m_e c \cdot (p_{\phi} - p'_{\phi}) = p_{\phi} p'_{\phi} \cdot (1 - \cos \theta). \quad (9.3.8)$$

Разделив выражение (6.3.8) на  $(m_e c \cdot p_{\phi} p'_{\phi})$ , получаем соотношение:

$$\frac{1}{p'_{\phi}} - \frac{1}{p_{\phi}} = \frac{1}{m_e c} (1 - \cos \theta). \quad (9.3.9)$$

Так как  $p_{\phi} = \frac{h}{\lambda}$  и  $p'_{\phi} = \frac{h}{\lambda'}$  (см. формулу 6.1.3) из выражения (6.3.9) получает формулу:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = 2\lambda_K \sin^2(\theta/2), \quad (9.3.10)$$

где  $\lambda_K = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-12}$  м — комптоновская длина волны электрона.

Результаты измерений Комптона находятся в полном соответствии с формулой (9.3.10).

При рассеивании фотонов на электронах, связь которых с атомами велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. Поскольку масса атома намного превосходит массу электрона, комптоновское смещение в этом случае очень мало. Поэтому по мере роста атомного номера увеличивается число электронов с сильной связью, чем и обуславливается ослабление смещенной линии (рис. 9.3.3).

Кроме того, с ростом угла рассеяния  $\theta$  доля передаваемой электрону энергии возрастает. Отсюда следует, что при увеличении угла рассеяния  $\theta$  растет относительная доля электронов, которые можно считать свободными, и, соответственно, растет отношение интенсивности смещенной компоненты к интенсивности несмещенной, что и показывает опыт (рис. 9.3.2). Чем больше энергия фотона, тем в меньшей степени проявляется связь электрона с атомом, тем больше электронов, которые можно считать свободными. Именно поэтому для наблюдения эффекта Комптона нужно использовать рентгеновское излучение. По этой причине эффект Комптона не наблюдается в видимой области

спектра. Энергия фотонов видимой области спектра настолько мала, что даже внешние электроны атома не могут играть роль свободных. В дальнейших опытах Комптона и других исследователей удалось зарегистрировать электроны отдачи и показать, что в элементарных актах рассеяния фотонов на электронах выполняются законы сохранения энергии и импульса.

#### 9.4. Давление света

Наличие у фотона импульса экспериментально проявляется в том, что свет оказывает давление на твердые тела и газы. Формулу для светового давления  $p$  можно получить исходя из квантовых свойств света. Рассмотрим случай, когда поток фотонов с импульсом  $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$  падает по нормали к площадке  $dS$  с коэффициентом отражения  $\rho$  (рис. 9.4.1).

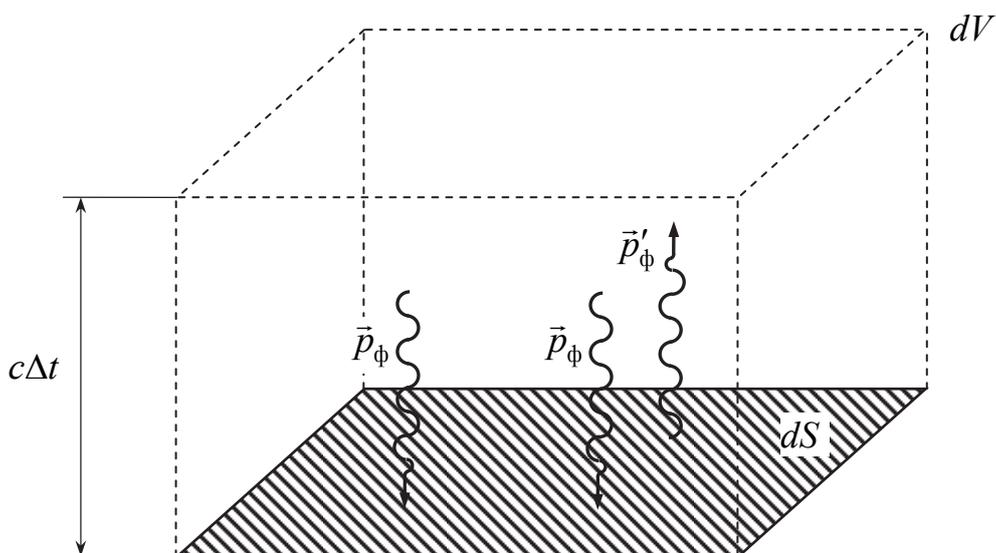


Рис. 9.4.1

Если на площадку падает общее число фотонов  $dN$ , то число  $dN_1$  отраженных фотонов равно:

$$dN_1 = \rho dN, \quad (9.4.1)$$

а число  $dN_2$  поглощенных фотонов равно:

$$dN_2 = (1-\rho)dN. \quad (9.4.3)$$

Каждый поглощенный фотон передает площадке  $dS$  импульс  $\Delta p_1$  равный:

$$\Delta p_1 = |0 - p_\phi| = \frac{h\nu}{c}. \quad (9.4.4)$$

Отраженный фотон за счет того, что импульс изменяется на противоположный ( $\vec{p}'_\phi = -\vec{p}_\phi$ ), передает площадке  $dS$  импульс  $\Delta p_2$  равный:

$$\Delta p_2 = |\vec{p}'_\phi - \vec{p}_\phi| = 2\frac{h\nu}{c}. \quad (9.4.5)$$

Число фотонов падающих на площадку  $dS$  за промежуток времени  $\Delta t$  можно определить как:

$$dN = ndV = nc\Delta tdS, \quad (9.4.6)$$

где  $n$  — концентрация фотонов в падающем пучке;  $dV = c\Delta tdS$  — объем в котором содержатся фотоны, успевающие за время  $\Delta t$  достигнуть площадки  $dS$ .

Согласно второму закону Ньютона изменение импульса фотонов равно импульсу  $dF\Delta t$  силы давления:

$$\begin{aligned} dF\Delta t &= dN_1\Delta p_1 + dN_2\Delta p_2 = dN(1 - \rho)\Delta p_1 + \rho dN\Delta p_2 = \\ &= dN\left((1 - \rho)\frac{h\nu}{c} + \rho 2\frac{h\nu}{c}\right) = dN(1 + \rho)\frac{h\nu}{c}. \end{aligned} \quad (9.4.7)$$

Так как сила с давлением связана соотношением  $dF = pdS$ , то из выражения (6.4.7) получаем:

$$pdS\Delta t = dN(1 + \rho)\frac{h\nu}{c}. \quad (9.4.8)$$

Подставим выражение (6.4.6) в (6.4.8) получим формулу для давления света:

$$pdS\Delta t = nc\Delta tdS(1 + \rho)\frac{h\nu}{c} \Rightarrow p = nh\nu(1 + \rho). \quad (9.4.9)$$

Если ввести понятие *объемная плотность  $w$  энергии излучения* (энергия фотонов в единице объема  $dV$ ):

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{dNh\nu}{dV} = nh\nu, \quad (9.4.10)$$

то можно получить следующую формулу для расчета давления света:

$$p = (1 + \rho)nh\nu = (1 + \rho)w. \quad (9.4.11)$$

Энергетическая освещенность  $E_3$  (энергия падающего излучения на единицу площади в единицу времени) равна:

$$E_3 = \frac{dW}{dSdt} = \frac{dWc}{dSdct} = \frac{dWc}{dV} = wc. \quad (9.4.12)$$

С учетом формулы (9.4.12), из выражения (9.4.11) получим еще одну формулу для давления света:

$$p = (1 + \rho)w = (1 + \rho)\frac{E_3}{c}. \quad (9.4.13)$$

Так как скорость распространения света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, то из формул (9.4.13) видно, что при практически достижимых потоках световой энергии световое давление будет небольшим. Так, прямые солнечные лучи в солнечный день при их полном поглощении оказывают давление  $\sim 4 \cdot 10^{-6}$  Па. Благодаря столь ничтожному значению светового давления, заметить его трудно. Впервые экспериментально световое давление было обнаружено и измерено русским физиком Петром Николаевичем Лебедевым в 1901 г.

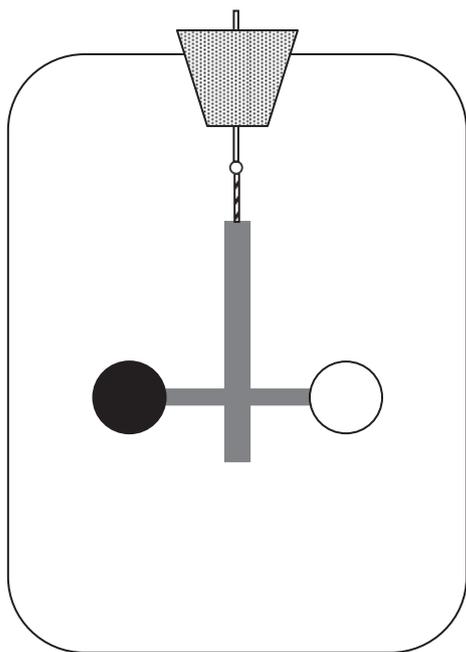


Рис. 9.4.2

Основной частью прибора Лебедева служили плоские лёгкие крылышки из различных металлов (платина, алюминий, никель) и слюды (рис. 6.4.2). Крылышки подвешивались на тонкой стеклянной нити, на которой было укреплено зеркальце для определения угла поворота системы. Вся система помещалась внутри стеклянного сосуда, из которого выкачивался воздух. На крылышки с помощью специальной оптической системы и зеркал направлялся свет от сильной электрической дуги. Световое давление на крылышки определялось по углу закручивания нити подвеса.

Так как давление света очень мало, были приняты меры, чтобы исключить влияние на крылышки всех других факторов. Влияние конвекционных токов воздуха было исключено Лебедевым путем создания в баллоне достаточно глубокого вакуума. Кроме того, чтобы учесть влияние конвекционных потоков, изме-

рялись углы закручивания нити при освещении крылышка с противоположных сторон и определялось их среднее значение.

Так как температуры освещенной и неосвещенной поверхностей крылышек несколько различаются, то возникают *радиометрические силы*. Молекулы газа, отраженные от более нагретой (освещенной) стороны, имеют больший импульс, чем отраженные от менее нагретой. При отражении молекул крылышки получают дополнительный импульс. Для уменьшения этого эффекта в баллоне создается глубокий вакуум. Кроме того, чтобы уменьшить разность температур, используются очень тонкие крылышки (толщиной 0,02 – 0,1 мм).

Давление света на зеркальное крылышко (с коэффициентом отражения  $\rho \approx 1$ ) оказалось вдвое большим, чем давление на зачерненное крылышко (где коэффициентом отражения  $\rho \approx 0$ ), что соответствует расчетам (9.4.13).

Направляя определенную долю светового потока на термоэлемент, можно было измерить величину падающей световой энергии и произвести количественную оценку давления света. По измерениям П. Н. Лебедева, величина светового давления оказалась в пределах ошибки наблюдения совпадающей с вычисляемой по формуле (6.4.13).

Впоследствии в 1908 г. П. Н. Лебедев решил еще более трудную экспериментальную задачу, а именно: обнаружил и измерил световое давление на газы. Эта работа подтвердила правильность гипотезы Ф. А. Бредихина об образовании кометных хвостов вследствие действия сил, отталкивающих от Солнца частицы, образующие хвост кометы. Эти силы отталкивания обусловлены давлением солнечного света на частицы.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ И РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курс физики: учеб. пособие для ВТУЗов: в 3 т. / А. А. Детлаф [и др.]. — М.: Высшая школа, 1987, 1989. — 3 т.
2. Детлаф, А. А. Курс физики: учеб. пособие для студ. ВТУЗов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. — М.: Издат. Центр «Академия», 2007. — 720 с.
3. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 3 т. / И. В. Савельев. — М.: Наука, 1987. — 3 т.
4. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 5 т. Т. 1–5 / И. В. Савельев. — М.: Кно-рус, 2009
5. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 4 т. Т. 1–4 / И. В. Савельев. — М.: Кно-рус, 2009
6. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М.: Высшая школа, 1998. — 542 с.
7. Наркевич, И. И. Физика для ВТЗов: в 2 т. / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Любко. — Минск: Вышэйшая школа, 1992, 1994. — 2 т.
8. Наркевич, И. И. Физика для ВТУЗов: в 2 т. / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. — Минск: Новое знание, 2004. — 680 с.
9. Джанколи, Д. Физика: в 2 т. / Д. Джанколи. — М.: Мир, 1989. — 2т.
10. Яворский, Б. М. Основы физики: в 2 т. / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. — М.: Физматлит, 2003. — 576 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Элементы геометрической оптики и основы фотометрии.....	3
Лекция 1.....	3
2. Интерференция света.....	14
Лекция 2.....	14
Лекция 3.....	23
3. Дифракция света.....	30
Лекция 4.....	30
Лекция 5.....	35
4. Поляризация света.....	47
Лекция 6.....	47
Лекция 7.....	56
5. Тепловое излучение.....	66
Лекция 8.....	66
6. Квантовые свойства излучения.....	80
Лекция 9.....	80

Учебное издание

**Бобрович Олег Георгиевич**  
**Тульев Валентин Валентинович**

## **ФИЗИКА**

Тексты лекций

*Редактор Д. С. Соколовский*  
Компьютерная верстка *Д. С. Соколовский*  
Корректор *Д. С. Соколовский*

Издатель

УО «Белорусский государственный технологический университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий  
№1/227 от 20.03.2014.  
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.