УДК 517.977.1

И.М. Борковская, доц., канд. физ.-мат. наук
(БГТУ, г.Минск)

О ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ РЕГУЛЯТОРОВ ТИПА ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Проблема стабилизации является одной из основных в качественной теории управления. При ее решении возникает необходимость построения регуляторов, обеспечивающих одно из важнейших свойств – устойчивость – замкнутой системы. Проблема стабилизации представляет особый интерес для исследования, так как свойство устойчивости реальных систем управления является их ключевым, весьма важным на практике свойством.

Рассмотрим дескрипторные системы с запаздывающим аргументом с точки зрения их стабилизации при воздействии регулятора, построенного по принципу обратной связи. Такие системы достаточно достоверно описывают в физически реальных переменных работу систем автоматического управления и технологические процессы.

Рассмотрим систему вида

$$S\dot{x}(t) = Ax(t) + Ax(t-h) + bu(t), t > 0, \qquad (1)$$
$$u(\cdot) \in R, x(\cdot) \in R^n, S, A_i \in R^{n\times n}, i = 0,1,$$

при воздействии линейной обратной связи

$$u(t) = q_0'x(t) + q_1'x(t-h), \qquad (2)$$
$$q_0, q_1 \in R^n.$$

В работах [1,2] представлены достаточные условия двумерных систем в случае разрешимости относительно производной, полученные с использованием канонических форм для систем с запаздыванием, рассмотрены конструктивные алгоритмы построения регуляторов по параметрам исходной системы, не требующие знания характеристических значений.

В работе [3] исследуются также дескрипторные системы с запаздыванием при воздействии регуляторов различных типов для случая, когда исходная система оказывается неразрешимой относительно производной.

Если $\det[b, Sb] \neq 0$, то найдется такая матрица D, что преобразование $x = Dy$ упрощает исходную систему и приводит ее к следующему виду:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{y}(t) = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{12}^1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} y(t-h) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t).$$

Далее проводится исследование возможности стабилизации в зависимости от значений элементов полученных матриц. Для обеспечения асимптотической устойчивости и получения достаточных условий стабилизируемости используются условия, при которых отрицательны действительные части корней квазиполинома $\lambda+\alpha+\beta e^{-\lambda h}$ (при выводе этих условий применен метод D - разбиений).

Утверждение. Для $Sx(t)$-стабилизируемости системы (1) регулятором вида (2) достаточно, чтобы выполнялось условие $\det[b, Sb]\neq 0$ и при этом α_{11} было отлично от нуля. В случае $\det[b,Sb]\neq 0, \alpha_{11}=0$ систему можно стабилизировать либо если $\alpha_{11}^1=0$ и точка $(-\alpha_{12}, -\alpha_{12}^1)\in\Omega$, либо если $\alpha_{11}^1\neq 0$ (граница области Ω описывается линиями:

$$\beta=-\alpha \quad \text{и} \quad \begin{cases}\alpha+\beta\cos(hg)=0, \\ g-\beta\sin(hg)=0,\end{cases} \quad 0<g<\frac{\pi}{h}).$$

Разработаны алгоритмы построения линейной обратной связи в виде разностных регуляторов вида (2) для обеспечения $Sx(t)$ - асимптотической устойчивости замкнутой системы. Представлены утверждения, относящиеся к стабилизируемости двумерных дескрипторных систем при любых значениях запаздывания h.

Полученные результаты дают возможность расширить класс систем, качественные свойства которых могут быть улучшены за счет применения линейной обратной связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борковская, И. М. О проблеме стабилизации дескрипторных систем с запаздыванием. // Тезисы докладов Международной конференции «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация». Минск, 2008. – С.61.

2. Борковская, И. М. Построение стабилизирующих регуляторов типа обратной связи для двумерных динамических систем с запаздыванием. // Труды БГТУ. Сер.VI, Физ.-мат. науки и информ.-2009. – Вып. XVII. С.8-10.

3. Борковская, И. М. Достаточные условия стабилизируемости дескрипторных систем с запаздыванием в двумерном случае. // Труды БГТУ. Сер.VI, Физ.-мат. науки и информ.-2010. – Вып. XVIII. с.27-30.