

УДК 674.023

С. В. Киселев, А. Ф. Дулевич, А. В. Блохин

Белорусский государственный технологический университет

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В УЗКОЙ ЛЕНТОЧНОЙ ПИЛЕ ДЛЯ РАСПИЛОВКИ БРЕВЕН ОТ ДЕЙСТВИЯ СИЛ РЕЗАНИЯ

В статье рассмотрено определение напряжений, возникающих в полотне узких ленточных пил для распиловки бревен от действия сил резания. Разработаны расчетные схемы нагружения касательной и нормальной силами резания, схемы распределения напряжений в пиле. Ленточная пила представлена в виде балки, закрепленной на двух опорах. Опоры балки представляют жесткую заделку с возможностью осевого перемещения одного из концов. Длина балки равна расстоянию между центрами шкивов. Действие касательных сил резания представлено суммарной результирующей силой, а нормальных – в виде распределенной нагрузки. Получены аналитические зависимости для определения напряжений от действия касательных и нормальных составляющих силы резания. Проведен анализ полученных аналитических зависимостей. Максимальные напряжения от касательных сил резания возникают при выходе из пропила. Максимальные напряжения от нормальных сил резания возникают в области пиления и в области шкивов. Установлено, что для высоты пропила 230 мм, скорости подачи 7 м/мин и скорости резания 30 м/с значение напряжений от касательной силы резания лежит в пределах 20–40 МПа, от нормальной силы резания – 60–80 МПа.

**Ключевые слова:** ленточная пила, пиление, сила резания, напряжения.

S. V. Kiselev, A. F. Dulevich, A. V. Blakhin

Belarusian State Technological University

### DETERMINATION OF STRESS FROM CUTTING FORCES IN A NARROW BAND SAW

The article considers the determination of the stresses arising in the web of narrow band saws for cutting logs by cutting forces. Design diagrams of loading tangential and normal by cutting forces, stress distribution scheme in the saw are developed. Band saw represented as beams on two supports fixed. Support beams are anchorage axially moving one of the ends. Beam length equal to the distance between the centers of the pulleys. Action of tangential cutting forces represented by the total resultant force and normal cutting forces are represented as the distributed load. Analytical dependences for determination of stresses from the action of tangential and normal components of the cutting forces are received. The analysis of the analytical dependencies are obtained. The maximum stress of the tangential cutting forces arise in the exit area of the cut. The maximum stress from the normal cutting forces arise in the cutting area and pulleys. For kерт height of 230 mm, feed rate of 7 m/min, cutting speed of 30 m/s the tangential stress from the action of cutting force is in the range of 20–40 MPa, from the action a normal cutting force – 60–80 MPa.

**Key words:** band saw blade, sawing, cutting force, tension.

**Введение.** Распиловка бревен узкими ленточными пилами является одной из перспективных технологий, позволяющих успешно решать вопросы ресурсо- и энергосбережения при переработке древесины. Одной из проблем, возникающей при эксплуатации ленточных пил, является частый отказ из-за разрыва полотна пилы. Причина таких разрывов заключается в сложном напряженном состоянии полотна ленточной пилы, при этом одним из факторов, существенно влияющих на распределение напряжений в ней и их величину, является действие сил резания на пилу со стороны древесины.

**Основная часть.** В процессе пиления на каждый зуб ленточной пилы со стороны древесины действует сила резания, которую можно

разложить на взаимно перпендикулярные составляющие, действующие на зубья пилы: касательную составляющую силы резания  $F_{Zзуб}$  и нормальную составляющую  $F_{Yзуб}$ .

Касательная составляющая силы резания  $F_{Zзуб}$  (рис. 1), действующая на каждый зуб, находящийся в контакте с бревном, в сумме дает равнодействующую касательную составляющую силы резания  $F_Z$ :

$$F_Z = F_{Zзуб} \frac{h}{t}, \quad (1)$$

где  $h$  – высота пропила;  $t$  – шаг зубьев.

В произвольном сечении пилы на участке выхода пилы из бревна до набегания на приводной шкив (между сечениями 2–2\* и 1–1\*,

см. рис. 1, б) от силы  $F_Z$  будут возникать продольная сила  $N = F_Z$  и изгибающий момент  $M = (F_Z \cdot b) / 2$ .

Напряжения от касательной составляющей силы резания  $F_Z$  в произвольном сечении, находящемся на участке между сечениями 2–2\* и 1–1\*, будут равны:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{J_Z}. \quad (2)$$

В точке 2 при  $y = b / 2$ :

$$\sigma_{c1} = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot b}{2J_Z}. \quad (3)$$

Подставив значения  $N$  и  $M$  в уравнение (3) и приняв площадь сечения  $A = b \cdot s$ , а момент инерции  $J_Z = \frac{s \cdot b^3}{12}$ , получим

$$\sigma_2 = \frac{F_Z}{b \cdot s} + \frac{F_Z \cdot b \cdot \frac{b}{2}}{2 \cdot \frac{s \cdot b^3}{12}} = \frac{4 \cdot F_Z}{b \cdot s}, \quad (4)$$

где  $s$  – толщина полотна пилы.

В точке 2\* при  $x = -b / 2$

$$\sigma_{2*} = \frac{F_Z}{b \cdot s} - \frac{3 \cdot F_Z}{b \cdot s} = -\frac{2 \cdot F_Z}{b \cdot s}. \quad (5)$$

Напряжения от касательной составляющей силы резания  $F_Z$  в сечениях на участке пилы, находящемся в распиливаемом бревне (между сечениями 2–2\* и 4–4\*), будут меняться от значений  $\sigma_2$  и  $\sigma_{2*}$  до нуля.

В сечениях пилы до входа в распиливаемое бревно (правее сечения 4–4\*) напряжения от касательной составляющей силы резания  $F_Z$  равны нулю.

Напряжения от нормальной составляющей силы резания  $F_Y$ . Ленточная пила удерживается на шкивах за счет сил трения. Нормальная составляющая силы резания  $F_Y$  будет изгибать пилу в плоскости  $ZY$ . При этом пилу можно рассматривать как балку длиной  $a$ , защемленную по концам и нагруженную на участке контакта пилы с распиливаемым бревном  $l_1$  силами  $F_{Y3y6}$  (рис. 2). С достаточной точностью силы  $F_{Y3y6}$  можно рассматривать как сплошную равномерно распределенную нагрузку интенсивностью  $q$  на участке  $l_1$ :

$$q = \frac{F_{Y3y6} \cdot n}{l_1}, \quad (6)$$

где  $n$  – количество зубьев, одновременно находящихся в контакте с древесиной.

В результате получим дважды статически неопределимую систему. Раскроем статическую

неопределимость. Выберем основную систему в виде балки с шарнирными опорами по концам (рис. 2, а). Эквивалентная система представлена на рис. 2, б.

Запишем систему канонических уравнений [1]:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1q} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2q} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\delta_{ij}$  и  $\Delta_{iq}$  – коэффициенты системы;  $X_1$  и  $X_2$  – единичные изгибающие моменты.

Определение коэффициентов  $\delta_{ij}$  и  $\Delta_{iq}$  производим следующим образом. Строим для основной системы эпюру изгибающих моментов от заданной нагрузки  $M_p$ , от  $X_1 = 1$  эпюру  $M_1$  и от  $X_2 = 1$  эпюру  $M_2$ , (рис. 2, з, д). Перемножив эпюры  $M_p$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  по способу Верещагина, определим коэффициенты  $\delta_{ij}$  и  $\Delta_{iq}$ .

Тогда будем иметь:

$$\delta_{11} = \frac{a}{3}; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{a}{6}; \quad \delta_{22} = \frac{a}{3}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{3}X_1 + \frac{a}{6}X_2 + \Delta_{1q} &= 0, \\ \frac{a}{6}X_1 + \frac{a}{3}X_2 + \Delta_{2q} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Решая систему (9), получим

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= -\frac{2(2\Delta_{1q} - \Delta_{2q})}{a}, \\ X_2 &= -\frac{2(2\Delta_{2q} - \Delta_{1q})}{a}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$\Delta_{1q} = \frac{ql_1}{6a} \left\{ + \frac{l_1}{a} \left[ d_1 \left( d_2 + \frac{l_1}{2} \right) (2l_1 + 3d_2) + d_2 \left( d_1 + \frac{l_1}{2} \right) (l_1 + 3d_2) \right] + \frac{2d_2^3}{a} \left( d_1 + \frac{l_1}{2} \right) + \frac{l_1^2 (l_1 + 2d_2)}{4} \right\}$$

$$\Delta_{2q} = \frac{ql_1}{6a} \left\{ + \frac{l_1}{a} \left[ d_2^2 \left( d_1 + \frac{l_1}{2} \right) \left( 1 + 2 \frac{l_1 + d_1}{a} \right) + d_1 \left( d_2 + \frac{l_1}{2} \right) (l_1 + 3d_1) + d_2 \left( d_1 + \frac{l_1}{2} \right) (2l_1 + 3d_1) \right] + \frac{2d_1^3}{a} \left( d_2 + \frac{l_1}{2} \right) + \frac{l_1^2 (l_1 + 2d_1)}{4} \right\}$$

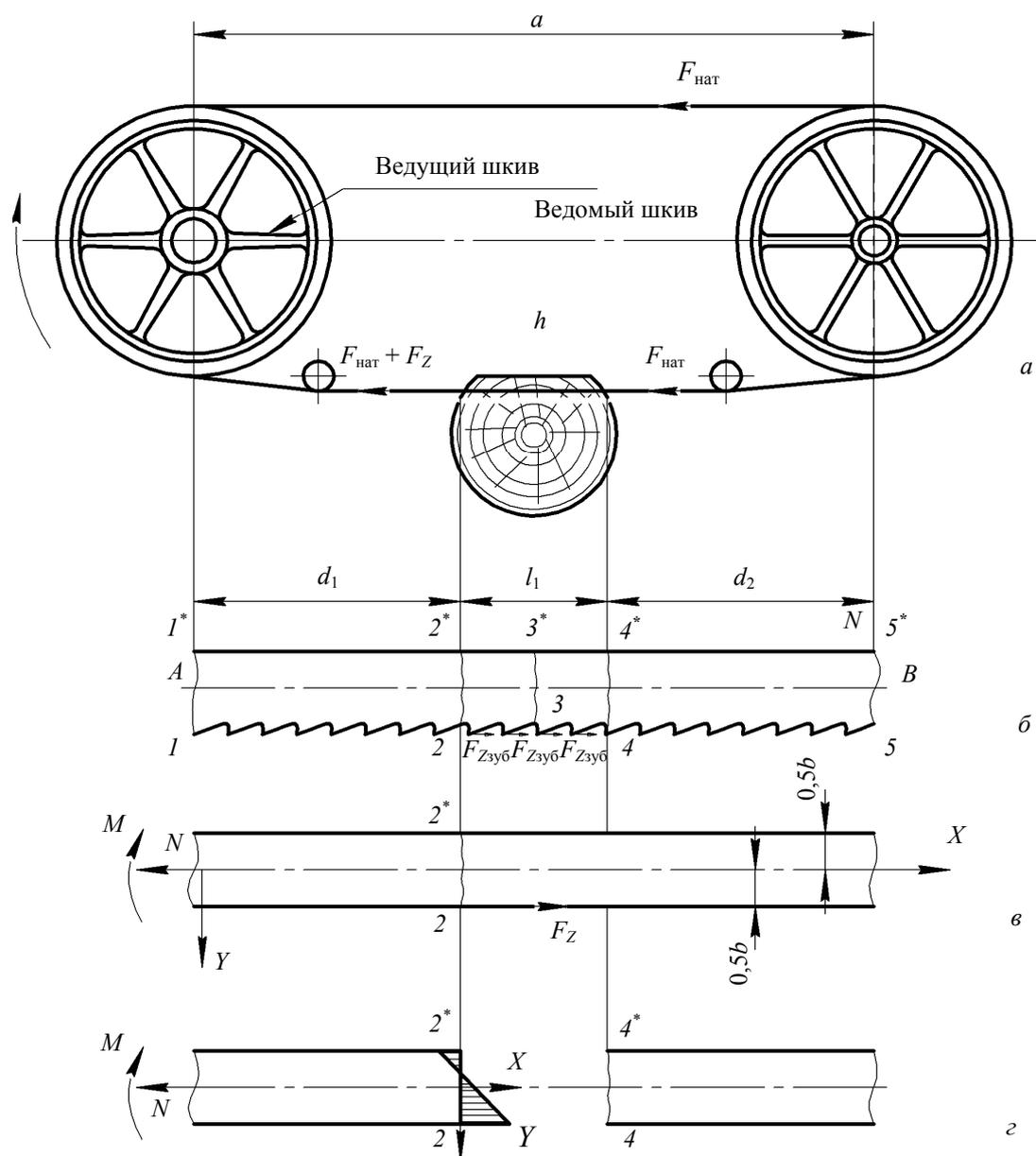


Рис. 1. Схема нагружения узкой ленточной пилы для распиловки бревен касательной составляющей силы резания  $F_Z$ :

$a$  – схема распиловки бревна;  $b$  – схема действия касательных сил на ленточную пилу;  $v$  – расчетная схема;  $z$  – распределение напряжений по ширине полотна пилы

После этого можно построить окончательную эпюру изгибающих моментов  $M$  от заданной нагрузки  $q$ . Характерные ординаты этой эпюры будут иметь следующие значения:

$$M_A = X_1; M_B = X_2;$$

$$M_1 = q \frac{l_1 d_1}{a} \left( d_2 + \frac{l_1}{2} \right) + X_1 \frac{l_1 + d_2}{a} + X_2 \frac{d_1}{a};$$

$$M_2 = \frac{q l_1 d_2}{a} \left( d_1 + \frac{l_1}{2} \right) + X_1 \frac{d_2}{a} + X_2 \frac{l_1 + d_1}{a}.$$
(11)

Для установления максимального изгибающего момента определим реакцию опоры  $A$ :

$$R_A = \frac{q l_1}{a} \left( d_2 + \frac{l_1}{2} \right) + \frac{X_2 - X_1}{a}. \quad (12)$$

Тогда поперечная сила на участке  $l_1$  в произвольном сечении на расстоянии  $x$  от опоры  $A$  будет равна

$$Q_{(x)} = R_A - q(x - d_1).$$

Определим  $x = x_0$ , при котором  $Q_{(x)} = 0$ :

$$Q_{(x)} = R_A - q(x_0 - d_1) = 0.$$

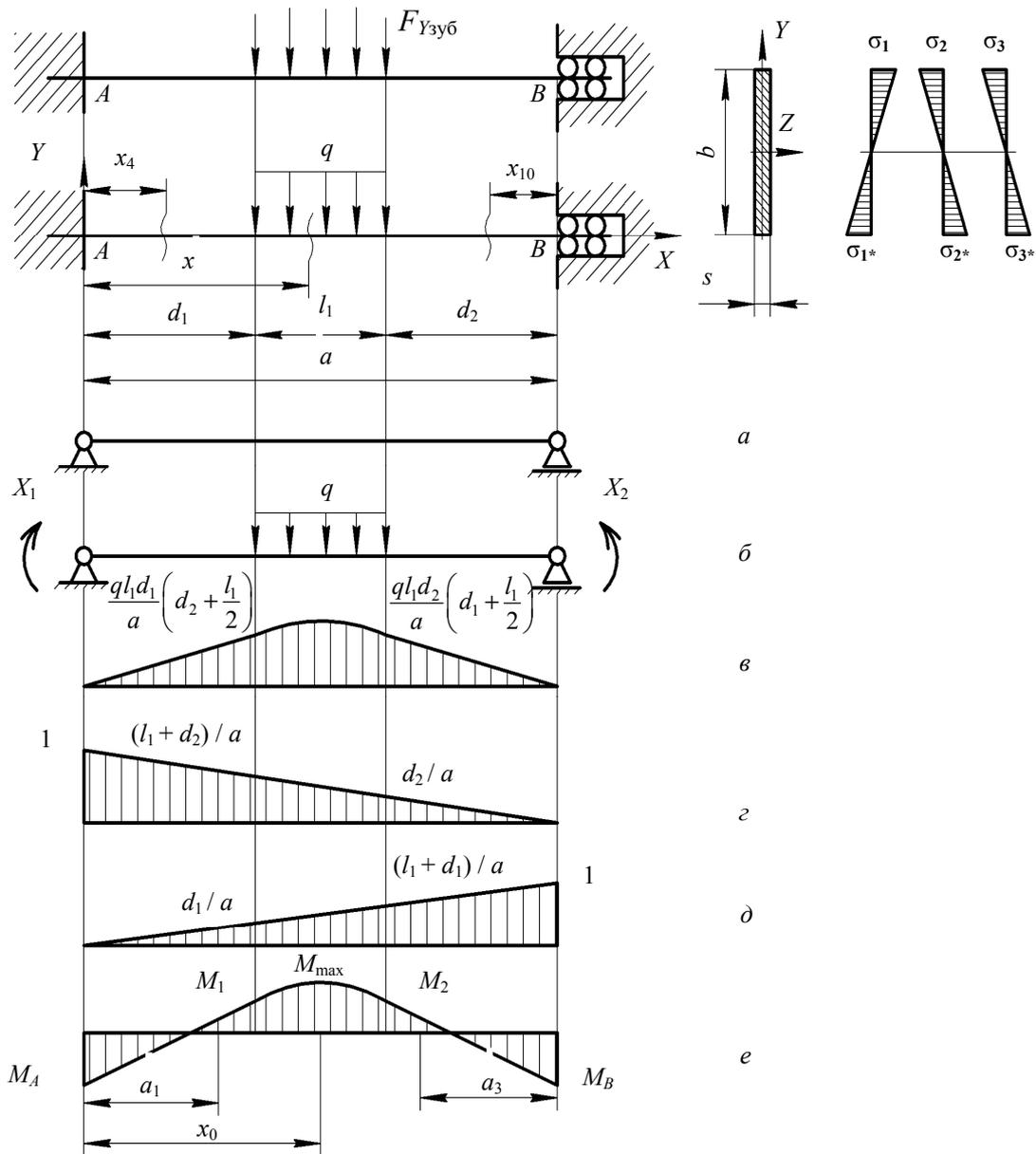


Рис. 2. Схема нагружения ленточной пилы нормальными составляющими сил резания  $F_{Y3y6}$ :

$a$  – основная система;  $b$  – эквивалентная система;  $в$  – эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки  $M_p$ ;  $г$  – эпюры от единичного момента  $M_1$ ;  $д$  – эпюры от единичного момента  $M_2$ ;  $e$  – суммирующая эпюра изгибающих моментов  $M$

Откуда определяем  $x_0$ :

$$x_0 = R_A / q + d_1.$$

Подставив значение  $R_A$ , получим:

$$x_0 = \frac{l_1}{a} \left( d_2 + \frac{l_1}{2} \right) + \frac{X_2 - X_1}{aq} + d_1. \quad (13)$$

При  $x = x_0$  изгибающий момент будет максимальным:

$$M_{max} = R_A \cdot x_0 + X_1 - q \cdot \frac{(x_0 - d_1)^2}{2}. \quad (14)$$

После этого можно определить напряжения от сил  $F_{Y3y6}$  в сечениях:

$$-1-1^*: \sigma = -\frac{M_A \cdot y}{J_Z};$$

$$-2-2^*: \sigma = -\frac{M_1 \cdot y}{J_Z};$$

$$-3-3^*, (x_0): \sigma = -\frac{M_{max} \cdot y}{J_Z}; \quad (15)$$

$$-4-4^*: \sigma = -\frac{M_2 \cdot y}{J_Z};$$

$$-5-5^*: \sigma = -\frac{M_B \cdot y}{J_Z}.$$

Наибольшими будут напряжения при  $u = \pm b/2$  в точках:

$$\begin{aligned}
 - 1 \text{ и } 1^*: \sigma_{\max} &= \pm \frac{M_A \cdot b}{2 \cdot J_Z} = \pm \frac{6 \cdot M_A}{s \cdot b^2}; \\
 - 2 \text{ и } 2^*: \sigma_{\max} &= \pm \frac{6 \cdot M_1}{s \cdot b^2}; \\
 - 3 \text{ и } 3^*: \sigma_{\max} &= \pm \frac{6 \cdot M_{\max}}{s \cdot b^2}; \\
 - 4 \text{ и } 4^*: \sigma_{\max} &= \pm \frac{6M_2}{s \cdot b^2}; \\
 - 5 \text{ и } 5^*: \sigma_{\max} &= \pm \frac{6M_B}{s \cdot b^2}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Таким образом, зная значения касательной и нормальной составляющих сил резания, приходящихся на один зуб  $F_{Z\text{зуб}}$  и  $F_{Y\text{зуб}}$ , высоту пропила  $h$  по формулам (4), (5), (16), можно определить значения напряжений, возникающих в полотне пилы от действия данных сил.

Расчет значений напряжений от действия касательной составляющей силы резания  $F_Z$  производим для усредненных значений величин высоты пропила  $h$ , равной 230 мм, скорости подачи  $V_s$ , равной 7 м/мин, и скорости резания 30 м/с. Усредненное значение касательной составляющей силы резания  $F_{Z\text{зуб}} = 26$  Н, нормальной силы резания  $F_{Y\text{зуб}} = 6$  Н. Напряжения определены по формулам (4), (5), (16). Значения напряжений от действия касательной составляющей силы резания (рис. 1): в точке 2  $\sigma = 39$  МПа; в точке 2\*  $\sigma = -20$  МПа. Значения напряжений от действия нормальной составляющей силы резания (рис. 2): в точках 1 и 1\*  $\sigma = \pm 84$  МПа, в точках 2 и 2\*  $\sigma = \pm 57$  МПа; в точках 3 и 3\*  $\sigma = \pm 70$  МПа; в точках 4 и 4\*  $\sigma = \pm 57$  МПа; в точках 5 и 5\*  $\sigma = \pm 79$  МПа.

**Заключение.** Действие сил резания оказывает существенное влияние на общее напряженное состояние полотна ленточной пилы для распиловки бревен. Результаты исследований показали, что напряжения от их действия находятся в пределах 60–85 МПа, что сопоставимо с величиной напряжений от предварительного натяжения пилы и ее изгиба на шкивах.

### Литература

Феодосьев В. И. Соппротивление материалов: учеб. для втузов 3-е изд., испр. и доп. М.: Физматгиз, 1963. 539 с.

### References

Feodos'yev V. I. *Soprotivlenie materialov: uchebnyk dlya vtuzov* [Strength of materials: textbook for university]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963, 539 p.

### Информация об авторах

**Киселев Сергей Владимирович** – преподаватель кафедры безопасности жизнедеятельности. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: kiselev@belstu.by

**Дулевич Александр Федорович** – кандидат технических наук, доцент кафедры деталей машин и подъемно-транспортных устройств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: daf42@belstu.by

**Блохин Алексей Владимирович** – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры деталей машин и подъемно-транспортных устройств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: blakhin@belstu.by

### Information about the authors

**Kiselev Sergey Vladimirovich** – lecturer, Department of Occupational Safety. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kiselev@belstu.by

**Dulevich Aleksandr Fedorovich** – Ph. D. Engineering, assistant professor, Department of Machine Elements and Hoisting and Conveying Equipment. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: daf42@belstu.by

**Blakhin Aleksey Vladimirovich** – Ph. D. Engineering, senior lecturer, Department of Machine Elements and Hoisting and Conveying Equipment. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: blakhin@belstu.by

Поступила 20.02.2015