УДК 378.147:51

В.М. Марченко, И.М. Борковская, О.Н. Пыжкова
(БГТУ, г. Минск)

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Современная наука пронизана математикой, ее методами и идеями, которые играют огромную роль в повседневной жизни миллионов людей. В процессе преподавания математических дисциплин возникает ряд противоречий, например, противоречие между необходимостью использования индивидуального подхода в обучении студентов и большой наполняемостью групп, противоречие между большим объемом материала и сокращением количества часов по предмету, противоречие между необходимостью объективной оценки знаний и субъективностью реальной проверки знаний и др. Разрешение данных противоречий можно искать во внедрении в учебный процесс инновационных технологий, основанных на системном подходе.

Для того чтобы процесс изучения математики на всех этапах обучения проходил более осознанно, в каждой изучаемой теме выделяется базис основных задач темы, ведется переход от конкретного к абстрактному. Тем самым осуществляется переход сознания студента к фактическому или воображаемому эксперименту, подкрепление теории примерами из реальной жизни, а также создаются проблемные ситуации, цель которых побудить студентов к самостоятельному получению математических результатов, к применению математического аппарата к решению задач других дисциплин, что в том числе способствует установлению и межпредметных связей. Наиболее тесные связи существуют между курсами математики, физики и химии.

Представляется эффективным построение учебного процесса на основе следующих принципов: принципа построения содержания обучения в логике системного исследования; принципа описания содержания обучения в единстве общего, особенного и единичного; принципа предметной деятельности студента; принципа развивающего обучения и принципа интеграции технологий обучения. Системный подход породил много направлений, в которых на основе целой единой понятийной базы изучаются системы различной физической природы.

Единый подход можно использовать при рассмотрении таких тем, как «Определенный интеграл его приложения», «Дифференциальные уравнения», «Теория поля» и др.

Например, рассмотрение задачи о вычислении площади криволинейной трапеции приводит к понятию интегральных сумм и их пределу, что в свою очередь, приводит к понятию определенного интеграла. По аналогичному принципу (n-разбиения отрезка, выбор промежуточных точек, нахождение интегральной суммы и предельный переход) для различных аддитивных функций промежутка, решаются задачи нахождения объема тела вращения, длины дуги кривой, площади поверхности вращения), а также такие физические задачи, как задачи на вычисление работы переменной силы, на нахождение массы стержня переменной плотности, давления жидкости на вертикальную поверхность и ряд других. Несмотря на разнообразие этих задач, они объединяются одной и той же схемой рассуждений при математическом моделировании и решении. На основе этой общей схемы можно решать задачи на работу по выкачиванию жидкости из резервуаров различной формы, а также задачи на нахождение давления пластины различной формы.

Приведем краткое изложение этой схемы. Предположим, что рассматривается некоторая геометрическая (физическая или любая другая) величина Q, которая является *аддитивной* функцией промежутка, т. е. величина $Q=Q[a;b]$, отнесенная ко всему промежутку $[a;b]$, для любого *n-разбиения* $a=x_0<\cdots<x_{i-1}<x_i<\cdots<x_n=b$, этого промежутка равна сумме величин, отнесенных к частичным промежуткам: $Q[a,b]=\sum_{i=1}^{n}Q[x_{i-1};x_i]$. Например, величина Q – масса материального стержня $[a;b]$ обладает свойством *аддитивности*: масса всего стержня $[a;b]$ равна сумме масс составляющих его частичных стержней. Введем функцию $Q(x)=Q[a;x]$ – величины Q (массы), отнесенной к промежутку $[a;x]$, где $x\in[a;b]$. Обычно в приложениях величина $Q(x)$ имеет плотность $\rho=\rho(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{Q(x+\Delta x)-Q(x)}{\Delta x}=Q'(x), x\in[a,b]$, т.е. существует производная $Q'(x)$ функции $Q(x)$. Например, в случае *массы* $\rho(x)$ – *линейная плотность* материального стержня $[a;b]$ в точке x. Для вычисления аддитивной величины Q может быть использована следующая общая схема применения ОИ:

осуществляем *n-разбиение* промежутка $[a;b]$:

$a=x_0<\cdots<x_{i-1}<x_i<\cdots<x_n=b$, $\Delta x_i=x_i-x_{i-1}$, $d_n=\max\limits_{1\le i\le n}\Delta x_i$ – диаметр разбиения.

Тогда, с одной стороны,

$$Q[a,b] \underset{\textit{аддитивность}}{=} \sum_{i=1}^{n} Q[x_{i-1},x_i] = \sum_{i=1}^{n} (Q(x_i) - Q(x_{i-1})) \underset{\text{формула Лагранжа}}{=}$$

$= \sum_{i=1}^{n} Q'(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) = \sum_{i=1}^{n} \rho(\xi_i)\Delta x_i$ – интегральная сумма (*масса стержня*). Таким образом, в случае наличия плотности $\rho(x)$ величина $Q[a;b]$ совпадает, по крайней мере, с одной из интегральных сумм для функции $\rho(x)$ по промежутку $[a;b]$, при этом точки ξ_i заранее неизвестны. Обычно в таких рассуждениях пишут приближенное равенство и утверждается, что точное равенство получится после перехода к пределу интегральных сумм при $d_n \to 0$, причем подчеркивается, что предел должен не зависеть, как от вида разбиения, так и от выбора точек ξ_i. Это студентами не понимается или понимается плохо. В нашем подходе $Q[a;b]$, скажем масса, не приближенно, а точно равна некоторой интегральной сумме (с лагранжевыми точками ξ_i) и студенту становиться понятно, что эта величина – масса стержня не должна зависеть от способа ее подсчета, т.е. от выбора вида разбиения и от точек ξ_i. Далее появляется возможность предложить метод дифференциалов как универсальный в применении интеграла.

$Q[a;b] = Q(b) - Q(a) = \int_a^b dQ(x)$, где $dQ(x) = \rho(x)dx$ – дифференциал величины Q.

$$\Delta Q(x) = Q(x+\Delta x) - Q(x) = Q[x, x+\Delta x] = \rho(x)\Delta x + o(\Delta x) \approx \rho(x)\Delta x$$

или, переходя к дифференциалам, получаем точное равенство $dQ = \rho(x)dx$. Окончательно: $Q_{[a;b]} = \int_a^b \rho(x)dx$.

Изучение и практическое использование системного подхода накладывает определенные особенности на принципы мышления человека и позволяет вырабатывать унифицированные алгоритмы принятия решений в различных областях знаний. При этом мышление приобретает большую логичность, рациональность, системность, улучшается способность решать новые задачи, адаптироваться к работе в новых областях знаний.