УДК 519.626.2

И.Ф. Соловьева (БГТУ, г. Минск)

НЕЛИНЕЙНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

Рассмотрим систему нелинейных о.д.у. первого порядка с малым параметром при производной, приведенную к нормализованному виду:

$$y' = f(t, y, \varepsilon)\,,\ a \le t \le b \tag{1}$$

с присоединенным к ней двухточечным граничным условием

$$g(y(a),\ y(b)) = 0\,, \tag{2}$$

где $y:[a,b] \to R^n$, $y:[a,b] \to R^n \times R \to R^n$, $\varepsilon > 0$, $g: R^n \times R^n \to R$.

Функция f зависит от малого параметра ε таким образом, что в граничной задаче возникают пограничные или внутренние переходные слои. Ее численное решение в этом случае начинает быстро расти вблизи граничных точек. Предполагаем, что отображения f и g такие, что задача (1) - (2) имеет единственное решение и обладает необходимой гладкостью.

Для решения такого рода задач предлагается несколько модификаций метода пристрелки. Сравнивая их, останавливаемся на модификации множественной двусторонней пристрелки. В ней заложена возможность произвольного выбора точек пристрелки, точек сшива решений, выбора параметров пристрелки и длин положительных $J_{2j-}^{(+}$ и отрицательных $J_{2j-1}^{(-)}$ пристрелочных интервалов.

При решении системы (1) - (2) осуществляется переход от граничной задачи к совокупности трех задач Коши, благоприятных в вычислительном отношении. Параметры пристрелки определяются как решения замыкающей системы. А, в свою очередь, конструктивную сторону замыкающей системы удобно характеризовать матрицей Якоби. Это создает необходимые условия для качественного численного моделирования траектории искомого решения.

Простота реализации и иллюстрация свойств предложенной модификации были подтверждены численным решением конкретной граничной задачи с малым параметром при производной с различными коэффициентами.