

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКА

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В 3-х частях

Часть 1. Механика и молекулярная физика

*Рекомендовано
учебно-методическим объединением
по химико-технологическому образованию
в качестве учебно-методического пособия
для студентов учреждений высшего образования
по химико-технологическим специальностям*

Минск 2016

УДК 531(075.8)

ББК 22.36я73

Ф50

А в т о р ы :

Д. В. Кленицкий, Н. Н. Крук, И. И. Наркевич, В. В. Тульев

Р е ц е н з е н т ы :

кафедра «Техническая физика» Белорусского национального технического университета (заведующий кафедрой доцент, кандидат физико-математических наук *И. А. Хорунжий*); заведующий кафедрой математики и физики учреждения образования «Белорусская государственная академия связи» доцент, доктор физико-математических наук *Л. Л. Гладков*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или ее части не может быть осуществлено без разрешения учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет».

Физика. Лабораторный практикум. В 3 ч. Ч. 1. Механика и молекулярная физика : учеб.-метод. пособие для студентов учреждений высшего образования по химико-технологическим специальностям / Д. В. Кленицкий [и др.]. – Минск : БГТУ, 2016. – 180 с.

ISBN 978-985-530-540-9.

В пособии отражены основные понятия и методы, используемые при обработке итогов экспериментальных исследований. Сформулированы требования к оформлению результатов измерений. Изложен теоретический и методический материал, необходимый для выполнения лабораторных работ по механике и молекулярной физике студентами химико-технологических специальностей.

Пособие предназначено для студентов химико-технологических специальностей, может использоваться также студентами инженерно-технических специальностей.

УДК 531(075.8)

ББК 22.36я73

ISBN 978-985-530-539-3

ISBN 978-985-530-540-9 (Ч. 1)

©УО «Белорусский государственный технологический университет», 2016
©Кленицкий Д. В., Крук Н. Н.,
Наркевич И. И., Тульев В. В., 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Лабораторный практикум – одна из форм проведения аудиторных занятий по дисциплине «Физика», его выполнение является важнейшим способом формирования у будущих инженеров умений и навыков работы с измерительными приборами и оборудованием различного назначения, освоения методов физических измерений и обработки экспериментальных результатов.

Данное пособие – первое из трех запланированных к изданию по лабораторному практикуму. Оно включает описание лабораторных работ по разделам «Физические основы механики» и «Термодинамика и молекулярная физика». Содержание практикума удовлетворяет требованиям учебных программ по дисциплине «Физика» для студентов I ступени обучения соответствующих специальностей. При его подготовке использован многолетний опыт проведения лабораторных занятий со студентами химико-технологических и инженерно-технических специальностей на кафедре физики БГТУ, в нем отражено развитие материальной базы учебных лабораторий кафедры за последние 10 лет.

Лабораторный практикум содержит материал в объеме, достаточном для самостоятельной подготовки к выполнению работ, без привлечения дополнительной литературы. Вместе с тем в нем приводится список литературы, ознакомление с которой позволит студентам глубже понять изучаемые физические законы и явления.

Во вводной части пособия изложены правила измерений физических величин, обработки экспериментальных результатов и их оформления, описаны инструменты для измерения линейных размеров. В лабораторных работах приводятся основные теоретические сведения по теме, описываются лабораторные установки и экспериментальный метод, а также последовательность выполнения работы. Справочная часть содержит таблицы со значениями физических величин, необходимых для обработки и анализа результатов измерений, а также список рекомендуемой литературы.

Разделы «Обработка результатов измерений», «Приложение», лабораторные работы № 1–5, 17 написаны доцентом Кленицким Д. В., № 6–10 – профессором Наркевичем И. И., № 11, 16, 18, 22 – заведующим кафедрой Круком Н. Н., № 19–21, 23, 24 – доцентом Тульевым В. В. Лабораторные работы № 12–15 раздела «Физические основы механики» находятся в стадии разработки и изготовления и поэтому не включены в данное пособие.

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Выполнение лабораторной работы включает самостоятельную теоретическую подготовку по теме лабораторной, изучение устройства и принципов работы лабораторной установки, метода и порядка выполнения измерений, проведение экспериментов и обработку их результатов, оформление отчета по выполненной работе и ее защиту в ходе собеседования с преподавателем.

Отчеты студента по лабораторным работам оформляются в отдельной общей тетради. Они должны быть четкими, аккуратными и включать следующие разделы:

1. Номер, название и цель работы.

2. Описание установки и метода измерений (общий вид или схема установки с обозначениями, расчетные формулы с пояснениями входящих в них физических величин).

3. Результаты измерений и их обработка (таблицы с заданными, измеренными и рассчитанными величинами и их погрешностями, а также порядок расчетов физических величин и их погрешностей с короткими пояснениями, графики полученных зависимостей).

4. Выводы по лабораторной работе.

Процесс выполнения лабораторной работы делится на три этапа.

Первый этап. Самоподготовка. Студент, используя методическое пособие, материалы конспекта лекций и рекомендованной литературы, изучает необходимый теоретический материал по работе, знакомится со схемой, устройством и принципом работы установки, а также последовательностью практического выполнения лабораторной. В начале занятий студент предъявляет преподавателю конспект двух первых разделов отчета, что является необходимым условием для его допуска к практическим измерениям. **Студент не допускается ко второму этапу до тех пор, пока не будет выполнена работа на первом этапе.**

Второй этап. Выполнение измерений. Студенты, получившие допуск, приступают к выполнению лабораторной работы. Они работают звеньями, проводят измерения, а их результаты заносят в таблицу. Выполняется контрольный расчет, который должен подтвердить правильность измерений. Полученные результаты

представляются преподавателю. Отчет у каждого студента должен быть индивидуальным.

Третий этап. Обработка результатов измерений, оформление отчета и сдача работы. Студент заканчивает работу над третьим и четвертым разделами отчета. Проводится расчет искомым физическим величин, погрешностей измерений и т. д. Все этапы этих расчетов необходимо кратко отразить в отчете. Выводы отчета должны опираться на анализ выявленных в работе закономерностей, связей между различными физическими величинами, сравнение полученных результатов с теоретическими и табличными.

Защита лабораторной работы проводится на **следующем занятии** и включает в себя: 1) собеседование по теоретической и экспериментальной частям работы; 2) обсуждение результатов выполнения работы; 3) ответы студентов на контрольные вопросы, имеющиеся в методическом пособии. После собеседования преподаватель выставляет оценку в виде рейтингового балла за качество усвоения материала и своевременность выполнения всех этапов.

В лабораториях необходимо неукоснительно соблюдать правила техники безопасности!

Категорически запрещается

- нарушать требования инструкции по технике безопасности;
- приносить и употреблять в лаборатории напитки и еду, разговаривать по мобильному телефону, производить зарядку батареи мобильных телефонов, работать в наушниках, находиться в лаборатории в верхней одежде, загромождать столы и проходы вещами и одеждой;
- заниматься посторонними делами, мешать выполнению работы другими студентами;
- пользоваться чужими отчетами либо их частями (таблицами с экспериментальными и расчетными данными, графиками).

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Классификация измерений и их погрешностей

Измерением называют процесс получения значения физической величины опытным путем. По существу, измерение представляет собой последовательность экспериментальных и вычислительных операций, проводимых с целью нахождения значения физической величины.

По способу получения значения измеряемой величины различают прямые и косвенные измерения. *Прямыми* называют измерения, в результате которых значение измеряемой величины определяется непосредственно из опыта, с помощью прибора, шкала которого проградуирована в единицах измеряемой величины (измерение длины – штангенциркулем, температуры – термометром и т. д.). *Косвенные* – это такие измерения, в которых физическая величина вычисляется по формуле, содержащей физические величины, определяемые путем прямых измерений (например, нахождение скорости v движения по пройденному расстоянию l и времени t движения, сопротивления резистора R по измерению силы тока I и напряжения U и т. д.).

Физическую величину нельзя измерить абсолютно точно. Всегда имеется некоторая погрешность (ошибка) измерения, обусловленная ограниченной точностью измерительных приборов, а также несовершенством используемой методики измерения. Поэтому в задачу измерений входит не только нахождение значения физической величины, но и оценка допущенной при измерении погрешности.

Абсолютной погрешностью измерения называют разность между результатом измерения физической величины x и ее истинным значением $x_{\text{ист}}$:

$$\Delta x = x - x_{\text{ист}} \quad (O1)$$

Причем истинное значение, а следовательно, и абсолютная погрешность принципиально неизвестны и подлежат оценке по результатам измерений.

Точность измерений величины x характеризуют *относительной погрешностью*

$$\varepsilon_x = \frac{|\Delta x|}{x_{\text{ист}}}, \quad (\text{O2})$$

которая показывает, какую часть абсолютная погрешность составляет от истинного значения.

По характеру проявления погрешности физических измерений принято подразделять на систематические, случайные и промахи.

Систематические погрешности – это такие погрешности, у которых значения и знак остаются постоянными на протяжении одной серии измерений. Они вызываются постоянно действующими причинами, односторонне влияющими на результат измерений, и зависят от точности приборов и качества используемых методик измерений. Примеры причин возникновения систематической погрешности: неточная установка прибора на ноль перед измерением, секундомер отстает или спешит, не учитываются силы трения и сопротивления в методе измерения, сопротивление соединительных проводов и контактов и т. д. Систематические погрешности можно выявить, проводя измерения различными методами и приборами с последующим анализом результатов измерений.

Случайные погрешности – это погрешности, которые изменяются от опыта к опыту непредсказуемым (случайным) образом. Причем с равной вероятностью они могут быть как положительными, так и отрицательными. Случайная погрешность возникает как результат совместного влияния различных случайных, меняющихся от измерения к измерению, и не контролируемых экспериментатором факторов, оказывающих действие на процесс измерения. Одна из причин случайной погрешности – непостоянство физических условий, в которых производятся измерения. Например, небольшие колебания температуры воздуха и его давления, электрического напряжения в сети, механические колебания и т. п. Случайную погрешность значения измеряемой величины можно уменьшить многократным повторением измерения.

Промахи (грубые ошибки) – это большие по значению погрешности, сильно искажающие результат. Как правило, промахи вызываются невнимательностью экспериментатора (неправильный отсчет по шкале прибора или небрежная запись в таблице). Они могут возникать также вследствие неисправности приборов. Результаты измерений, содержащие промахи, отбрасываются, как не внушающие доверия.

2. Обработка результатов прямых измерений

В случае прямых многократных измерений физической величины x получают набор из n ее значений: x_1, x_2, \dots, x_n . Наилучшей оценкой истинного значения измеряемой величины по выполненной серии измерений является среднее арифметическое \bar{x} этих значений:

$$x_{\text{ист}} \approx \bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n). \quad (\text{O3})$$

Погрешность среднего арифметического значения обусловлена случайными и систематическими составляющими.

2.1. Случайная погрешность

Случайная погрешность $\Delta x_{\text{сл}}$ среднего арифметического значения \bar{x} вычисляется по формуле

$$\Delta x_{\text{сл}} = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right)}, \quad (\text{O4})$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента, зависящий от числа измерений n и заданной доверительной вероятности p , с которой истинное значение физической величины x лежит в интервале $\bar{x} - \Delta x_{\text{сл}} \leq x \leq \bar{x} + \Delta x_{\text{сл}}$.

Значения коэффициента Стьюдента при различных p и n приведены в таблице. Величина доверительной вероятности p выбирается экспериментатором самостоятельно и может принимать любые значения от нуля до единицы.

Коэффициенты Стьюдента $t_{p,n}$ для разных значений p и n

$n \backslash p$	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,6
6	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9

Чем больше p , тем более сильное утверждение делается о измеряемом значении x , к чему и надо стремиться. Обычно при выполнении учебных лабораторных работ выбирают $p = 0,95$.

2.2. Систематическая погрешность

Систематическая погрешность метода измерений может быть учтена в результате тщательного анализа модельных представлений, положенных в основу процесса измерений. Совершенствование метода измерений и введение уточнений в расчетную формулу позволяет уменьшить систематическую погрешность.

Систематическая погрешность приборов и измерительных инструментов (приборная или инструментальная погрешность) вызвана неточностью градуировки шкалы, качества изготовления, сборки и подгонки отдельных деталей приборов и других причин технологического характера. При определении приборных погрешностей $\Delta x_{\text{пр}}$ необходимо учитывать следующее:

а) для высокоточных (*прецизионных*) приборов в техническом паспорте на прибор приводятся погрешности для всех диапазонов измеряемой величины;

б) для механических измерительных приборов (линейка, штангенциркуль, микрометр, секундомер и т. д.), не имеющих паспорта, можно считать, что абсолютная приборная погрешность

$$\Delta x_{\text{пр}} \approx \frac{\mu}{2}, \quad (\text{O5})$$

где μ – цена наименьшего деления шкалы прибора (с учетом шкалы нониуса);

в) для стрелочных электроизмерительных приборов абсолютная приборная погрешность определяется по их классу точности $E_{\text{пр}}$, который указан на шкале прибора (обычно в правом нижнем углу, цифры могут быть помещены в кружок или ромбик). *Класс*

точности $E_{\text{пр}}$ показывает, какой процент от наибольшего значения x_{max} шкалы прибора составляет абсолютная приборная погрешность $\Delta x_{\text{пр}}$. Таким образом

$$\Delta x_{\text{пр}} = \frac{E_{\text{пр}} \cdot x_{\text{max}}}{100\%}. \quad (\text{O6})$$

Обычно класс точности может принимать одно из семи значений: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Если на шкале прибора класс точности не указан, то это внеклассный прибор и его приведенная погрешность превышает 4%.

2.3. Полная погрешность прямого измерения

В предположении о независимости возникновения случайных и систематических погрешностей полная (суммарная) погрешность прямого измерения определяется по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{сл}}^2 + \Delta x_{\text{пр}}^2}, \quad \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} 100\%. \quad (\text{O7})$$

Если одна из погрешностей $\Delta x_{\text{сл}}$ или $\Delta x_{\text{пр}}$ в несколько раз (три или более) меньше другой, то вклад меньшей в полную погрешность оказывается незначительным и им можно пренебречь.

3. Обработка результатов косвенных измерений

Пусть измеряемая физическая величина y не измеряется непосредственно прибором, а выражается по некоторой формуле через другие величины x_1, x_2, \dots, x_m , значения которых получают в результате прямых измерений, т. е.

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_m). \quad (\text{O8})$$

Наилучшая оценка \bar{y} истинного значения величины y получается, если для ее расчета по формуле (O8) используются наилучшие оценки \bar{x}_k прямых измерений ($k = 1, 2, \dots, m$). Так, что

$$\bar{y} = y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m). \quad (\text{O9})$$

Поскольку все величины x_k ($k = 1, \dots, m$) измерены с некоторыми погрешностями Δx_k прямого измерения, то \bar{y} также будет

определена с некоторой погрешностью Δy , которая вычисляется по формуле

$$\Delta y = \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_m} \Delta x_m \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta y}{\bar{y}}. \quad (\text{O10})$$

где $\partial y / \partial x_k$ – частные производные по переменным x_k , вычисленные при $x_1 = \bar{x}_1, x_2 = \bar{x}_2, \dots, x_m = \bar{x}_m$.

4. Представление результатов измерений

4.1. Численное представление

Результат прямого или косвенного измерения величины x представляет собой приближенное число, точность которого определяется погрешностью измерений. Поэтому результаты измерения принято приводить интервалом, в котором с установленной вероятностью может находиться измеряемая величина:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x. \quad (\text{O11})$$

Значащими цифрами приближенного числа x называют все цифры этого числа, кроме нулей, стоящих впереди числа, а также нулей, поставленных в конце числа вместо цифр, отброшенных при округлении. Например, в числе 0,00308 три значащие цифры; в числе 6700, полученном при округлении числа 6698, две значащие цифры. Заметим, что в конце числа могут быть и значащие нули. При этом записи чисел 2,7 и 2,70 отличаются друг от друга. Запись 2,7 означает, что верны только цифры целых и десятых. Запись 2,70 означает, что верны и сотые доли.

Для того чтобы числа не содержали незначащих нулей, их принято записывать в показательной форме с запятой после первой значащей цифры. Например: $0,00308 = 3,08 \cdot 10^{-3}$; $6700 = 6,7 \cdot 10^3$. Значащие нули в конце приближенного числа при такой записи не отбрасываются, например $x = 1 \text{ т} = 1000 \text{ кг} = 1,000 \cdot 10^3 \text{ кг}$.

Округление результатов измерений следует начинать с погрешности. Найденные значения погрешностей также являются приближенными. В соответствии с точностью используемых

методов обработки абсолютную погрешность Δx опытов округляют не более чем до двух первых значащих цифр. Абсолютную погрешность, начинающуюся с единицы, записывают двумя цифрами. При другой первой цифре указывается только одна цифра. Относительная погрешность ε округляется до первых двух значащих цифр.

После того, как погрешность записана, значение результата должно быть округлено таким образом, чтобы его последняя значащая цифра была того же разряда, что и у погрешности. Примеры правильно записанных результатов измерений: $l = (68,0 \pm 0,5) \text{ см}$; $t = (1,67 \pm 0,14) \cdot 10^3 \text{ с}$; $v = (12,48 \pm 0,04) \text{ м/с}$.

Если данное число является промежуточным и будет использоваться в других вычислениях, то в нем, как и в его погрешности, сохраняют лишний разряд, чтобы не накапливать погрешность за счет округлений.

4.2. Графическое представление физических зависимостей

Графики являются наиболее информативным и наглядным способом представления экспериментальных зависимостей. Они позволяют нагляднее проводить сравнение экспериментальных данных с теоретическими зависимостями. Основное требование к построению графиков – их аккуратное и четкое исполнение. Графики должны легко читаться, а для этого необходимо соблюдать правила.

1. Графики выполняются на миллиметровой бумаге, на которую наносятся координатные оси. На концах осей указываются обозначения откладываемых физических величин и их единицы измерения. В случае очень больших или очень малых величин на осях указываются множители, определяющие порядок чисел.

2. На каждой из осей приводят только тот интервал изменения физической величины, в котором проводилось измерение. Поэтому точка пересечения осей не обязательно должна соответствовать нулю по каждой из осей. Начало отсчета по осям и масштабы следует выбирать так, чтобы кривые занимали практически все поле чертежа. За единицу масштаба разумно выбирать числа кратные 5, 10, 50, 100 мм.

3. Экспериментальные точки наносят на чертеж в виде кружочков небольшого радиуса, квадратиков, крестиков и т. д. Желательно для каждой точки на графике указывать ошибки измерения

в виде отрезков, параллельных осям координат. Если погрешность по одной из осей (или по обеим осям) оказывается слишком малой, то предполагается, что она отображается на графике размером самой точки.

4. Как правило, физические зависимости – это гладкие, плавные линии без резких изломов. Экспериментальные точки вследствие ошибок измерений не ложатся на кривую физической зависимости, а группируются вокруг нее случайным образом. Поэтому не следует соединять соседние экспериментальные точки на графике отрезками прямой и получать таким образом некоторую ломаную линию. Сначала на основе теоретических сведений нужно выяснить, какая имеется зависимость между величинами (линейная, степенная, экспоненциальная и т. д.), а затем провести линию, соответствующую физическим зависимостям, так, чтобы она располагалась как можно ближе к экспериментальным точкам.

5. График должен быть наглядным и приемлемым с эстетической точки зрения (разные цвета для экспериментальных точек, кривых и т. д.). Если имеется несколько кривых, то каждой кривой присваивается номер, а на свободном поле чертежа указывают название, обозначение или параметр кривой, соответствующий этому номеру. Каждый график снабжается подписью, в которой отражается его основное содержание. Пример графика, отражающего зависимость значений прогиба λ металлического стержня от нагрузки F , приведен на рис. О1.



Рис. О1

6. При построении графиков можно пользоваться компьютерными графическими редакторами, например Microsoft Office Excel, Origin и др. Но итоговый график должен соответствовать правилам, изложенным выше.

5. Определение коэффициентов линейной зависимости между двумя физическими величинами

В лабораторном практикуме часто возникает необходимость нахождения коэффициентов k и b , которые определяют линейную связь между двумя физическими величинами y и x : $y = kx + b$. Рассмотрим два метода определения коэффициентов k и b .

Пусть в результате совместных измерений двух физических величин x и y получено n пар значений: $(x_1, y_1), \dots, (x_i, y_i), \dots, (x_n, y_n)$.

Графический метод. В соответствии с рекомендациями предыдущего параграфа строится график зависимости y_i от x_i . Если из теоретических соображений следует, что между величинами x и y существует линейная зависимость, то экспериментальные точки в пределах ошибок должны группироваться вдоль прямой линии, которую проводят по возможности ближе к экспериментальным точкам (рис. O2).

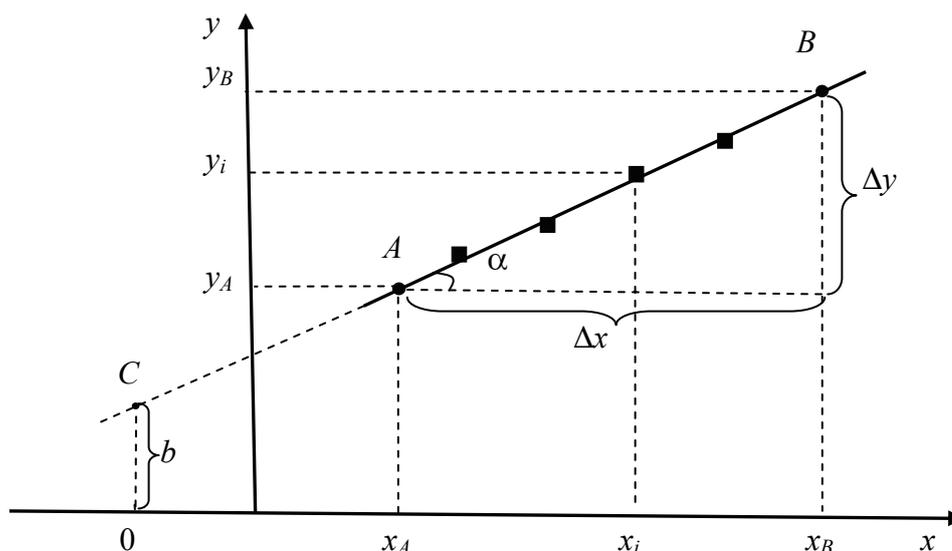


Рис. O2

На полученной прямой выбираются удаленные друг от друга точки A и B , определяются их координаты x_A, y_A , и x_B, y_B , а затем рассчитывается угловой коэффициент k как тангенс угла наклона α прямой:

$$k = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}. \quad (\text{O12})$$

Для нахождения коэффициента b надо продлить прямую до пересечения ее с прямой $x = 0$. Коэффициент b численно равен координате y точки C . Если известно, что прямая проходит через начало координат, то $b = 0$ и для расчета углового коэффициента по формуле (O12) достаточно одной точки, например B . Графический метод не позволяет определить погрешности коэффициентов Δk и Δb . От этого недостатка можно избавиться, используя расчетные методы.

Приближительный расчетный метод. Этот метод применяется, если величины x и y связаны прямо пропорциональной зависимостью $y = kx$. Вычисляется угловой коэффициент для каждой пары измеренных величин $k_i = y_i / x_i$. Если эти значения близки и монотонно не изменяются при изменении x или y , то предполагаемая линейная зависимость $y = kx$ выполняется. В этом случае угловой коэффициент рассчитывается как среднее значение k совокупности случайных значений k_i . Оценку случайной погрешности $\Delta k_{\text{сл}}$ можно выполнить по формуле (O4).

6. Средства измерения линейных размеров

Штангенциркуль. Штангенциркуль используют для измерений наружных и внутренних размеров, а также глубин отверстий. На рис. O3 показан штангенциркуль ШЦ-I с пределами измерения от 0 до 125 мм. Он состоит из штанги 1, на которой нанесена миллиметровая шкала. Вдоль штанги скользит подвижная рамка 2 с дополнительной шкалой 3, которую называют *нониусом*. Положение рамки на штанге может быть зафиксировано с помощью винта 4. Губки 5 используют для измерения наружных, а губки 6 – внутренних размеров. Глубиномер 7 помещен в продольном пазу обратной стороны штанги.

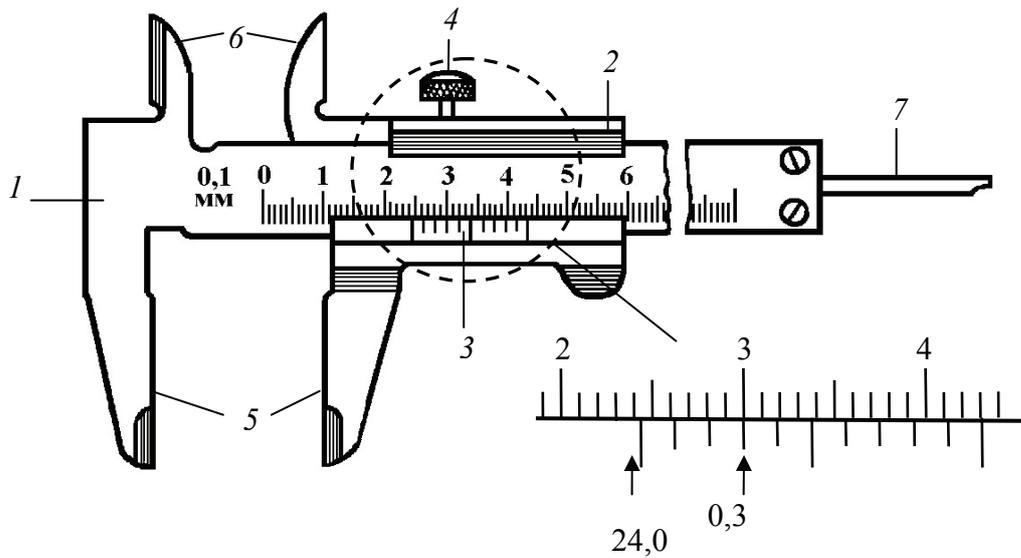


Рис. О3

При измерении штангенциркулем измерительные поверхности губок доводят до требуемого размера, закрепляют рамку стопорным винтом и считывают показание. Целое число миллиметров отсчитывают по миллиметровой шкале от нуля до нулевого штриха нониуса, а десятые доли миллиметра – по шкале нониуса, начиная от нулевой отметки до той риски, которая совпадает с какой-либо рисккой миллиметровой шкалы. На рис. О3 показано расположение шкал, соответствующее измеряемой длине 24,3 мм.

Цена деления нониуса обычно указана на штанге или на нониусе. Для данного штангенциркуля $\mu = 0,1$ мм. Согласно (О5) его приборная погрешность $\Delta x_{\text{пр}} = 0,05$ мм.

Микрометр. Микрометр (рис. О4) состоит из массивной скобы 1, в муфтах которой находятся с одной стороны опорная пятка 2, с другой – микрометрический винт 3, который ввернут в трубку (стебель) 5, неподвижно соединенную со скобой. Микрометрический винт может быть зафиксирован в любом положении стопором 4. На стебель надет барабан 6, который жестко связан с микрометрическим винтом. С помощью барабана происходит перемещение микрометрического винта. На конце микрометр оснащен механизмом – «трещеткой» 7, который фрикционно связан с винтом и передает на него нормированный вращающий момент.

На стебель нанесена шкала, которая состоит из основной – нижней с делениями 1 мм и верхней, смещенной относительно нижней на 0,5 мм. На барабане имеется микрометрическая шкала,

которая обычно содержит 50 делений. Цена ее деления указана на барабане и составляет 0,01 мм. В этом случае один поворот барабана дает смещение микрометрического винта на 0,5 мм.

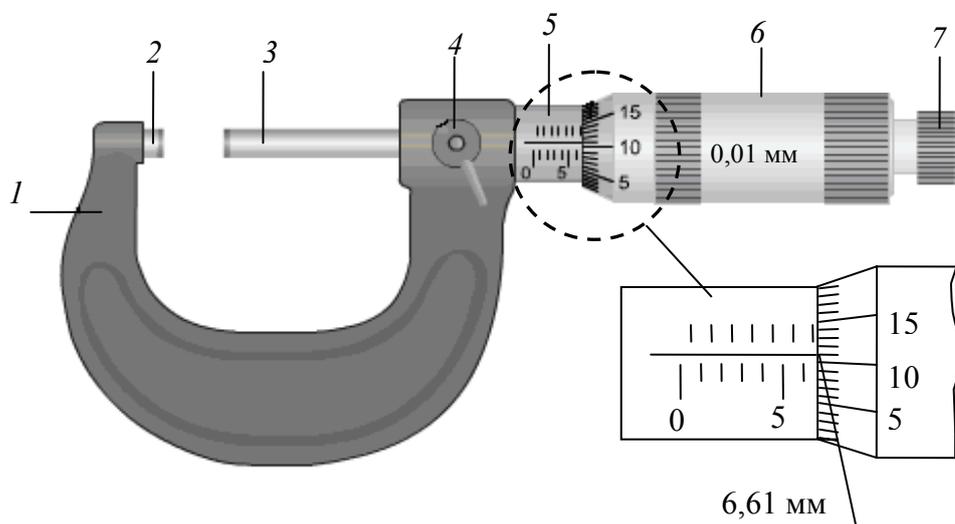


Рис. О4

При измерениях микрометром деталь помещают между пяткой и микрометрическим винтом, затем поворачивают барабан с таким расчетом, чтобы микрометрический винт приблизился к детали, но не касался ее. Дальнейшее продвижение микрометрического винта осуществляется поворотом трещотки до тех пор, пока не послышится характерное потрескивание, показывающее, что микрометрический винт достаточно плотно прижат к поверхности детали. Затем его застопоривают и читают получившееся значение размера. Результат получается суммированием показаний двух шкал на стебле и барабане. Отсчет по шкале на стебле производится по последнему делению, которое не закрыто барабаном. Отсчет по микрометрической шкале на барабане выполняется по делению барабана, совпадающего с неподвижной продольной линией, вдоль которой нанесены деления на стебле. Например, на рис. О4 показание составляет 6,61 мм (6,5 мм по шкале на стебле плюс 0,11 мм по шкале на барабане).

Принимая во внимание цену деления барабана $\mu = 0,01$ мм, приборная погрешность микрометра $\Delta x_{\text{пр}} = 0,005$ мм.

Индикатор. Для измерения малых линейных размеров и контроля отклонений от заданной геометрической формы применяются индикаторы часового типа (рис. О5).

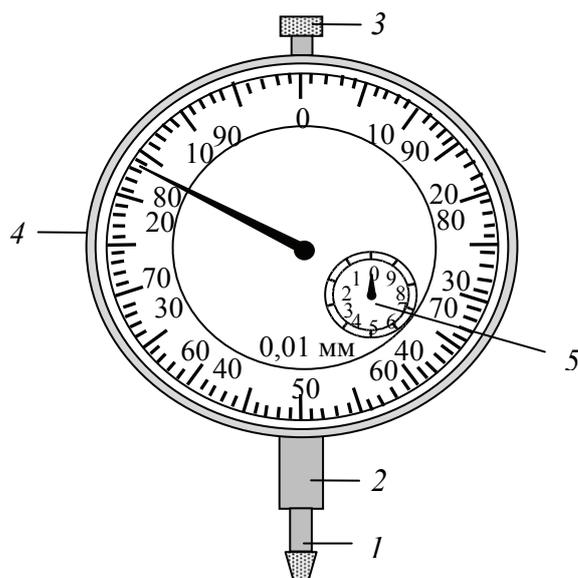


Рис. O5

В индикаторах данного типа поступательное движение измерительного стержня *1* превращается во вращательное движение стрелок. Гильза *2*, внутри которой движется измерительный стержень, используется для крепления индикатора в штативе или другом контрольно-измерительном приспособлении. Контролируемую деталь устанавливают под измерительный стержень, который отводят с помощью головки *3*. С помощью ободка *4* циферблат может поворачиваться вокруг оси, подводя под большую стрелку нулевой штрих шкалы. Показания индикатора считываются с циферблата, цена деления которого составляет $\mu = 0,01$ мм. При этом один оборот большой стрелки соответствует 1 мм поступательного движения измерительного стержня. Поскольку индикатор часового типа является многооборотным, в конструкции предусмотрен указатель числа оборотов *5*. Согласно (O5) приборная погрешность индикатора $\Delta x_{\text{пр}} = 0,005$ мм.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Лабораторная работа № 1 МЕТОДЫ ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ, ИХ ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ (НА ПРИМЕРЕ ЗАКОНА ОМА)

Цель работы: освоить методику расчета погрешностей прямых и косвенных измерений и методику исследования линейной зависимости между двумя физическими величинами; используя закон Ома, измерить электрическое сопротивление проводника и определить удельное электрическое сопротивление хромоникеля.

1. Теоретическое введение

Для выполнения данной работы изучите материал темы «Обработка результатов измерений» (см. с. 6–18).

2. Описание установки и метода измерений

Схема установки для измерения электрического сопротивления косвенным способом показана на рис. 1.1, а.

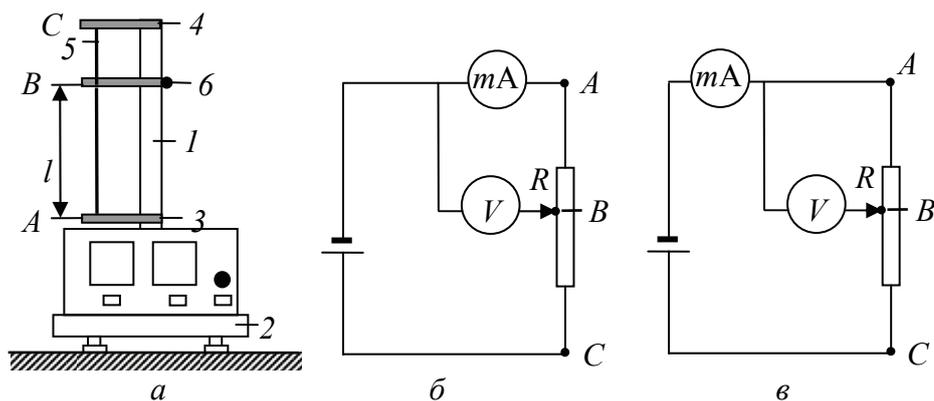


Рис. 1.1

На стойке l , закрепленной на основании установки 2 , имеются неподвижные кронштейны 3 и 4 , между которыми закреплена проволока из хромоникеля 5 и подвижный кронштейн 6 . Отрезок

проводами длиной l между кронштейнами 3 и 6 имеет электрическое сопротивление R , которое нужно измерить. Это сопротивление с помощью переключателя на передней панели прибора может быть включено в электрическую цепь по двум схемам (рис. 1.1, б и 1.1, в).

В случае схемы 1.1, б вольтметр измеряет суммарное напряжение U на последовательно соединенных сопротивлении R и амперметре, а миллиамперметр измеряет ток I на этом участке. В случае схемы 1.1, в миллиамперметр измеряет суммарный ток I , текущий через параллельно соединенные вольтметр и сопротивление R , а вольтметр измеряет напряжение U на этом участке. По закону Ома

$$I = \frac{U}{R_{\Sigma}}, \quad (1.1)$$

где R_{Σ} сопротивление соответствующего участка цепи

$$R_{\Sigma} = R + R_A, \text{ схема б,} \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}, \text{ схема в,} \quad (1.3)$$

где R_A и R_V сопротивления миллиамперметра и вольтметра.

Из (1.2) и (1.3) с учетом (1.1) следуют расчетные формулы для косвенного измерения сопротивления R проволоки по результатам прямых измерений U и I :

$$R = \frac{U}{I} - R_A, \text{ схема б,} \quad (1.4)$$

$$R = \frac{UR_V}{IR_V - U}, \text{ схема в.} \quad (1.5)$$

Формулы для вычисления абсолютной погрешности ΔR вытекают из (О10) с учетом (1.4) и (1.5), где в случае схемы б необходимо принять $y = R$; $x_1 = I$; $x_2 = U$; $x_3 = R_A$, а в случае схемы в $y = R$; $x_1 = I$; $x_2 = U$; $x_3 = R_V$:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_A} \Delta R_A\right)^2}, \text{ схема б,} \quad (1.6)$$

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_V} \Delta R_V\right)^2}, \text{ схема в,} \quad (1.7)$$

где ΔI и ΔU – погрешности измерения силы тока и напряжения; ΔR_A и ΔR_V – погрешности сопротивлений миллиамперметра и вольтметра.

Частные производные от функций (1.4), (1.5) имеют вид

$$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{U}{I^2}, \quad \frac{\partial R}{\partial U} = \frac{1}{I}, \quad \frac{\partial R}{\partial R_A} = -1, \quad \text{схема б}, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{R^2}{U}, \quad \frac{\partial R}{\partial U} = \frac{IR^2}{U^2}, \quad \frac{\partial R}{\partial R_V} = -\frac{R^2}{R_V^2}, \quad \text{схема в}. \quad (1.9)$$

После подстановки производных в (1.6), (1.7) получим окончательные формулы для расчета абсолютной погрешности измерения сопротивления R проволоки:

$$\Delta R = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} \left[\left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U} \right)^2 \right] + (\Delta R_A)^2}, \quad \text{схема б}, \quad (1.10)$$

$$\Delta R = R^2 \sqrt{\frac{I^2}{U^2} \left[\left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U} \right)^2 \right] + \frac{1}{R_V^2} \left(\frac{\Delta R_V}{R_V} \right)^2}, \quad \text{схема в}. \quad (1.11)$$

Погрешности прямых измерений силы тока ΔI и напряжения ΔU обусловлены в основном приборными погрешностями, поэтому они рассчитываются по формулам, которые вытекают из соотношения (Об):

$$\Delta I = \frac{E_A I_{\max}}{100\%}, \quad \Delta U = \frac{E_V U_{\max}}{100\%}, \quad (1.12)$$

где E_A и E_V – классы точности миллиамперметра и вольтметра; I_{\max} , U_{\max} – максимальные значения их шкал.

Используя формулу $R = \rho l / S$, где l – длина проводника; $S = \pi d^2 / 4$ – площадь поперечного сечения цилиндрического проводника (проволоки диаметром d), найдем удельное сопротивление материала проводника:

$$\rho = \frac{R \pi d^2}{4l}. \quad (1.13)$$

Параметры установки: сопротивления миллиамперметра, вольтметра, их погрешности и классы точности: $R_A = 0,30$ Ом, $R_V = 1625$ Ом, $\Delta R_A = 0,05$ Ом, $\Delta R_V = 5$ Ом; $E_A = E_V = 1,5\%$.

3. Порядок выполнения работы

Задание 1. Проверка закона Ома и измерение электрического сопротивления проводника.

1. Подготовьте табл. 1.1 для внесения и обработки результатов серии n измерений ($i = 1, 2, 3, \dots, n$).

Таблица 1.1

$R_A =$		$\Delta R_A =$		$E_A =$		$I_{\max} =$		$l =$	
$R_V =$		$\Delta R_V =$		$E_V =$		$U_{\max} =$		схема	
i	$U,$	$I,$	$\Delta U,$	$\Delta I,$	$R_{\Sigma},$	$R,$	$\Delta R,$	$\varepsilon_R,$	

2. Занесите в таблицу параметры установки и максимальные значения шкал приборов I_{\max}, U_{\max} .

3. Передвигая кронштейн b (рис. 1.1, a), установите длину l проволоки в пределах 0,25–0,50 м, вычислив ее по формуле $l = 0,20 + 0,05m$ (m – номер Вашего звена в подгруппе).

4. Переключатель «Мост» на левой части панели зафиксируйте в *нажатом* положении. Переключателем на правой части панели включите схему b , если номер звена четный или схему v – если нечетный.

5. Включите вилку шнура питания установки в розетку ~ 220 В и нажмите кнопку «Сеть». С помощью ручки потенциометра (рег. тока) подайте максимально возможное напряжение U и измерьте соответствующий ток I . Результаты этого измерения ($i = 1$) занесите в таблицу. Уменьшая напряжение U на 0,1 В, выполните еще не менее пяти аналогичных измерений ($n = 6$) и отключите установку от электросети.

6. По формулам (1.12) вычислите погрешности $\Delta I, \Delta U$.

7. Постройте график зависимости $I = f(U)$ и убедитесь, что эта зависимость линейна, так что $I = kU$. С помощью графического метода по формуле (О12) рассчитайте коэффициент линейной зависимости k ($x = U, y = I$): $k = \Delta I / \Delta U$.

8. Учитывая, что согласно (1.1) $k = 1/R_{\Sigma}$, вычислите сопротивление R_{Σ} .

9. Из формулы (1.2) для схемы b или (1.3) для схемы v найдите сопротивление R проволоки.

10. По формуле (1.10) в случае схемы *б* или (1.11) в случае схемы *в* вычислите абсолютную ΔR , а затем относительную $\varepsilon_R = \Delta R / R$ погрешности измерения сопротивления R для двух опытов: когда напряжение U наибольшее и когда оно наименьшее (см. табл. 1.1).

11. Окончательный результат после округления запишите в виде $R = R \pm \Delta R$; $\varepsilon_R = (\Delta R / R)100\%$. В качестве ΔR возьмите из таблицы значение, которое соответствует большей относительной погрешности (из двух рассчитанных).

12. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Задание 2. Определение удельного электрического сопротивления хромоникеля.

1. Подготовьте табл. 1.2 для внесения и обработки результатов измерений.

Таблица 1.2

i	R ,	ΔR ,	l ,	Δl ,	d_i ,	\bar{d} ,	Δd ,	ρ ,	ε_ρ ,	$\Delta \rho$,

2. Занесите в табл. 1.2 значения R , ΔR , l из первого задания, а также значение погрешности Δl , вычисленное по формуле (O5).

3. Измерьте микрометром диаметр d проволоки не менее чем в трех местах по длине ($i = 1, 2, 3$). По формуле (O3) рассчитайте среднее значение \bar{d} . Оцените случайную погрешность $\Delta d_{\text{сл}}$ по формуле (O4) при $p = 0,95$ и приборную погрешность по формуле (O5).

4. Используя (O7), вычислите полную погрешность Δd прямого измерения диаметра проволоки.

5. По формуле (1.13) вычислите удельное сопротивление ρ .

6. Полагая в соотношении (O10) $m = 3$, $y = \rho$, $x_1 = R$, $x_2 = d$, $x_3 = l$ и используя (1.13), выведите формулу для расчета относительной погрешности ε_ρ , которая имеет следующий вид:

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}.$$

7. Вычислите погрешности ε_ρ и $\Delta \rho = \rho \varepsilon_\rho$, запишите результат в окончательном виде: $\rho = \rho \pm \Delta \rho$. Сформулируйте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое измерение, абсолютная и относительная погрешности? 2. Виды измерений и их погрешностей. 3. Вычисление погрешностей прямых и косвенных измерений. 4. Графический метод определения коэффициентов линейной зависимости. 5. Как измерить линейные размеры с помощью штангенциркуля, микрометра?

Лабораторная работа № 2 ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Цель работы: изучить законы упругой деформации; экспериментально определить модуль Юнга методом изгиба стержня.

1. Теоретическое введение

Все твердые тела под действием внешних сил изменяют свои размеры и форму, т. е. *деформируются*. Если после прекращения действия сил тело принимает первоначальные размеры и формы, то деформация называется *упругой*. Если деформации сохраняются после снятия нагрузки, то их называют *пластическими* (или *остаточными*). Деформация является упругой при условии, что она невелика и длится недолго. Упругие деформации используются всюду, начиная от различного типа амортизационных устройств (рессор, пружин и т. д.) и кончая тончайшими измерительными приборами. На пластической деформации основаны различные способы обработки металлов (штамповка, ковка, прокатка и т. д.).

Под действием внешних сил при деформации происходит смещение частиц (атомов), составляющих тело, из их равновесных положений. Возникающие при этом силы взаимодействия этих частиц препятствуют деформации тела. Эти внутренние силы называют *силами упругости* $\vec{F}_{\text{упр}}$. Они уравновешивают внешние силы \vec{F} , приложенные к телу: $\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}$. Величина, равная отношению силы к площади поверхности, на которую действует сила, называется *напряжением*:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (2.1)$$

Благодаря взаимодействию частей тела друг с другом напряжение передается во все точки тела – весь объем тела оказывается в напряженном состоянии. Если сила направлена по нормали к поверхности, напряжение называют *нормальным* σ_n , если же по касательной к поверхности – *тангенциальным (касательным)* σ_τ .

К простейшим видам деформации относятся деформации растяжения (или сжатия) и сдвига. Они принадлежат к однородным деформациям, при которых все элементы тела деформируются одинаково. Выделяют также деформации изгиба и кручения, которые сводятся к комбинациям простейших деформаций.

Деформации *растяжения (сжатия)* (рис. 2.1, а) стержня характеризуются абсолютным удлинением $\Delta l = l - l_0$, где l – длина деформированного стержня и l_0 – длина недеформированного стержня. При упругих деформациях справедлив *закон Гука*, согласно которому деформирующая сила и величина деформации пропорциональны друг другу:

$$F = k |\Delta l|, \quad (2.2)$$

где коэффициент k называют *жесткостью* стержня.

Заметим, что изменение длины стержня сопровождается изменением его поперечных размеров. Из опыта следует, что изменение диаметра стержня Δd связано с изменением его длины Δl соотношением

$$\frac{\Delta d}{d_0} = -\mu \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2.3)$$

где d_0 – первоначальный диаметр стержня; μ – *коэффициент Пуассона*, зависящий от свойств материала. Обычно при растяжении (сжатии) продольные размеры тел уменьшаются (увеличиваются). Для таких тел $0 < \mu < 0,5$. Существуют также материалы, у которых коэффициент Пуассона отрицателен. Это значит, что при растяжении поперечные размеры таких тел увеличиваются и наоборот. Такие материалы называют *ауксетиками*.

Деформацией *сдвига* называют такую деформацию твердого тела, при которой плоские слои тела, параллельные некоторой плоскости, смещаются друг относительно друга под действием силы, приложенной по касательной к образцу (рис. 2.1, б). При упругих деформациях выполняется *закон Гука для сдвига*:

$$F = k_{сд} \Delta a, \quad (2.4)$$

где $k_{\text{сд}}$ – коэффициент жесткости при сдвиге, зависящий от упругих свойств твердого тела и его размеров; Δa – абсолютный сдвиг между слоями, которые расположены на расстоянии b друг от друга.

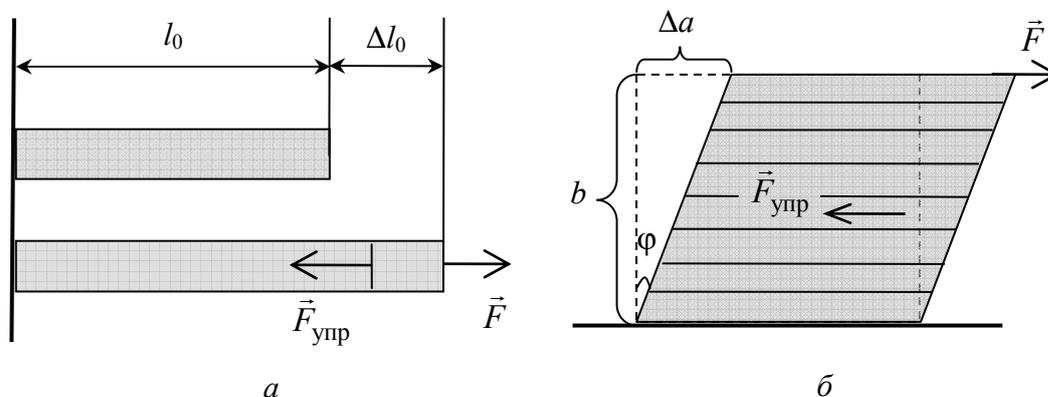


Рис. 2.1

Из опыта следует, что коэффициенты жесткости при растяжении (сжатии) и сдвиге определяются соотношениями

$$k = E \frac{S}{l_0}, \quad k_{\text{сд}} = G \frac{S}{b}, \quad (2.5)$$

где E – модуль Юнга; G – модуль сдвига. Они характеризуют упругие свойства материала, из которого изготовлено тело.

Подставляя (2.5) в (2.2) и (2.4) и принимая во внимание (2.1), получим законы Гука для относительной деформации при растяжении (сжатии) и сдвиге:

$$\sigma_n = E \varepsilon_n; \quad (2.6)$$

$$\sigma_\tau = G \varepsilon_\tau, \quad (2.7)$$

где ε_n и ε_τ относительные деформации при растяжении (сжатии) и сдвиге. Они определяются соотношениями

$$\varepsilon_n = \frac{|\Delta l|}{l_0}, \quad \varepsilon_\tau = \frac{\Delta a}{b} = \text{tg} \varphi. \quad (2.8)$$

где φ – угол сдвига. При упругих деформациях угол φ мал, поэтому $\text{tg} \varphi \approx \varphi$ и $\varepsilon_\tau \approx \varphi$.

Из формул (2.6), (2.7) следует физический смысл модулей Юнга и сдвига. Модуль Юнга равен такому нормальному напряжению, при котором относительное удлинение было бы равно

единице (т. е. при изменении длины стержня в два раза), если считать, что при таких напряжениях деформация остается упругой. Модуль сдвига равен такому тангенциальному напряжению, при котором угол сдвига оказался бы равным 45° ($\gamma = \operatorname{tg}\varphi = 1$), если бы деформации оставались упругими. В СИ модуль Юнга и сдвига измеряют в паскалях: $[E] = [G] = \text{Н/м}^2 = \text{Па}$.

Изгибом называют деформацию (рис. 2.2, а), при которой нарушается прямолинейность оси прямого бруса. Эта деформация неоднородная, так как разные части бруса деформированы в разной степени. Элементы, расположенные вдоль оси, практически не деформированы, выше оси испытывают деформацию сжатия, а ниже – растяжения.

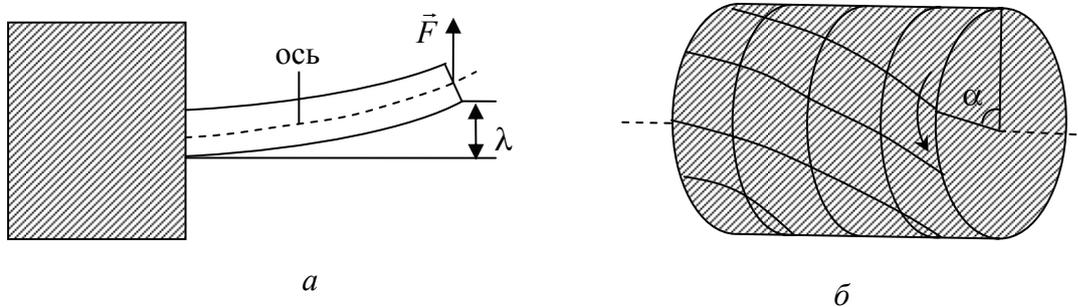


Рис. 2.2

Значение деформации изгиба важно для проектирования упругих тел, таких, как мост с опорами, гимнастический брус, турник, ось автомобиля и др. При упругих деформациях справедлив закон Гука при изгибе:

$$F = k_{\text{и}} \lambda, \quad (2.9)$$

где F – изгибающая сила; $k_{\text{и}}$ – жесткость бруса при изгибе; λ – *стрела прогиба* (максимальное смещение оси бруса).

Коэффициент пропорциональности $k_{\text{и}}$ зависит от модуля Юнга материала бруса, а также от его размеров и формы поперечного сечения. Например, для бруса прямоугольного сечения справедливо соотношение

$$k_{\text{и}} = \frac{Eab^3}{4l^3}, \quad (2.10)$$

где a – ширина бруса; b – толщина бруса; l – длина сгибаемой части бруса.

Кручением называют деформацию твердого тела, при которой под действием внешней силы происходит относительный поворот параллельных сечений тела вокруг некоторой оси (рис. 2.2, б). Мерой абсолютной деформации кручения является угол закручивания α , он неодинаков в различных поперечных сечениях. При закручивании сечения тела испытывают сдвиг относительно друг друга. Эта деформация является неоднородной, так как величина сдвига зависит от расстояния r от оси.

Закон Гука для кручения устанавливает связь между моментом силы M , закручивающего одно сечение относительно другого на угол α :

$$M = f\alpha, \quad (2.11)$$

где f – *модуль кручения*. Он зависит от физических свойств тела, его формы и геометрических размеров. Для сплошной проволоки радиусом R и длиной L

$$f = \frac{\pi G}{2L} R^4. \quad (2.12)$$

Деформацию кручения испытывают валы всех машин, винты, отвертки и т. п., ее часто используют в физических опытах и в измерительных приборах.

2. Описание установки и метода измерений

Измеряя жесткость k_n прямоугольного бруска при изгибе, модуль Юнга материала, из которого изготовлен брусок, можно определить из формулы (2.10):

$$E = \frac{4l^3 k_n}{ab^3}. \quad (2.13)$$

На рис. 2.3, а изображена схема установки для измерения жесткости k_n бруска, изготовленного из различных пород древесины. Она представляет собой закрепленные на основании опоры A и B . Сквозь них пропущена металлическая труба 1 , на середине которой установлены индикатор часового типа 2 для измерения стрелы прогиба λ и чашка 3 для грузов, оказывающих давление на исследуемый брусок 4 . Брусок прямоугольного сечения кладется на опоры A и B между индикатором и чашкой для грузов.

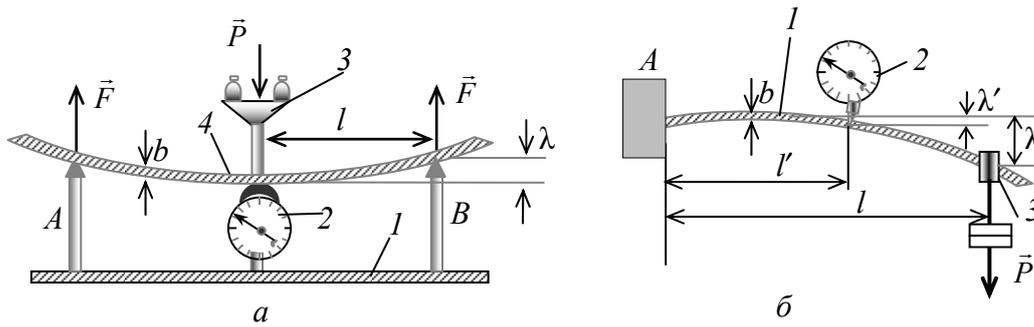


Рис. 2.3

Под действием силы давления со стороны груза брусок изогнется. Учитывая условие равновесия бруска, изгибающая сила равна половине силы тяжести P , действующей на груз:

$$F = \frac{P}{2} = \frac{mg}{2}, \quad (2.14)$$

где m – масса грузов, помещенных на чашку 3. Длина изгибаемой части l равна половине расстояния L между опорами: $l = L / 2$.

Жесткость бруска при изгибе определим из соотношения (2.9):

$$k_{\text{и}} = \frac{F}{\lambda} = \frac{mg}{2\lambda}. \quad (2.15)$$

На рис. 2.3, б изображена схема установки для измерения жесткости $k_{\text{и}}$ бруска, изготовленного из стали. Стальной брусок l одним концом закреплен в неподвижной опоре A . Индикатор 2 установлен на расстоянии l' от опоры, а подвеска 3 с грузами, вызывающими изгиб, – на расстоянии l , которое может изменяться.

Стрела прогиба λ связана с измеряемым прогибом λ' соотношением

$$\lambda = \frac{\lambda'}{\beta}, \quad (2.16)$$

где β определяется по формуле

$$\beta = \frac{3}{2} \left(\frac{l'}{l} \right)^2 \left(1 - \frac{l'}{3l} \right). \quad (2.17)$$

Учитывая, что изгибающая сила в этом случае равна силе тяжести груза $F = P = mg$, из (2.9) найдем жесткость стального бруска:

$$k_{\text{н}} = \frac{F}{\lambda} = \frac{mg\beta}{\lambda'}. \quad (2.18)$$

Выражения для расчета относительной ε_E и абсолютной ΔE погрешностей косвенного измерения модуля Юнга по формуле (2.13) следуют из (О10):

$$\varepsilon_E = \left[9 \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta k_{\text{н}}}{k_{\text{н}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a} \right)^2 + 9 \left(\frac{\Delta b}{b} \right)^2 \right], \quad \Delta E = \varepsilon_E E, \quad (2.19)$$

где Δl , $\Delta k_{\text{н}}$, Δa , Δb погрешности соответствующих величин.

3. Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение модуля Юнга древесины.

1. Подготовьте табл. 2.1 для внесения и обработки результатов измерений размеров деревянного бруска.

Таблица 2.1

i	l_i	Δl_i	a_i	\bar{a}	Δa	b_i	\bar{b}	Δb

2. С помощью линейки измерьте расстояние L между опорами и определите значение $l = L / 2$ и погрешность $\Delta l = \Delta L / 2$, где погрешность ΔL равна половине цены малого деления линейки.

3. Возьмите брусок, номер которого совпадает с номером Вашего звена, и определите породу дерева, из которого он сделан. Измерьте штангенциркулем ширину a и толщину b бруска не менее чем в трех местах ($i = 1, 2, 3$). Рассчитайте средние значения \bar{a} и \bar{b} . Приборные погрешности Δa и Δb равны половине цены малого деления штангенциркуля. Результаты измерения запишите в таблицу.

4. Подготовьте табл. 2.2 для внесения и обработки результатов измерений жесткости $k_{\text{н}}$ и модуля Юнга E .

Таблица 2.2

i	m_i	λ_{1i}	λ_{2i}	$\bar{\lambda}$	$k_{\text{н}i}$	$\bar{k}_{\text{н}}$	$\Delta k_{\text{н}}$	E_i	ε_E	ΔE_i

5. Положите брусок на опоры A и B и опустите на него опорный стержень чашки для грузов. Чтобы обеспечить хороший кон-

такт бруска со стержнем индикатора, положите на чашку утяжелительный груз (эта нагрузка в дальнейшем не учитывается). Соприкосновение считается хорошим, если большая стрелка индикатора повернулась на 10–15 делений. Вращая ободок индикатора, установите деление с цифрой 0 (ноль) против большой стрелки.

6. Последовательно увеличивая массу грузов на чашке, снимите показания индикатора стрелы прогиба λ_1 для пяти нагрузок, г: 100, 200, 300, 400, 500. Затем разгрузите чашку и снова нагрузите, измеряя стрелу прогиба λ_2 при тех же нагрузках. Определите средние значения стрелы прогиба $\bar{\lambda} = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$ при одной и той же нагрузке.

7. Постройте график зависимости стрелы прогиба $\bar{\lambda}$ от массы нагрузки m и убедитесь в справедливости закона Гука.

8. Используя средние значения стрелы прогиба, по формуле (2.15) вычислите жесткость k_n бруска при всех нагрузках. По формулам (O3) и (O4) определите среднее значение \bar{k}_n и его случайную погрешность Δk_n .

9. Подставив значения l , \bar{a} , \bar{b} , \bar{k}_n в формулу (2.13), вычислите модуль Юнга для данного сорта древесины, а используя погрешности Δl , Δa , Δb и Δk_n , по формуле (2.19) найдите относительную ϵ_E и абсолютную ΔE погрешности измерения модуля Юнга.

10. Используя правила округления, запишите результат в окончательном виде ($E = E \pm \Delta E$), сравните значение модуля Юнга с его справочным значением и подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Задание 2. Определение модуля Юнга стали.

1. Подготовьте табл. 2.3 для внесения и обработки результатов измерений размеров стального бруска.

Таблица 2.3

i	$l,$	$\Delta l,$	$a_i,$	$\bar{a},$	$\Delta a,$	$b_i,$	$\bar{b},$	$\Delta b,$	$l',$	$\beta,$

2. Установите подвеску 3 на расстоянии l , которое рассчитайте по формуле $l = 0,4 + 0,05 m$ (в метрах, m – номер Вашего звена в подгруппе).

3. Измерьте линейкой расстояние l , а штангенциркулем ширину a и толщину b бруска в трех местах ($i = 1, 2, 3$). Определите средние значения \bar{a} и \bar{b} , по формуле (2.17) вычислите величину β . Погрешность Δl равна половине цены малого деления линейки, а погрешности Δa и Δb – половине цены малого деления штангенциркуля. В течение всего опыта l, l' не изменяются.

4. Подготовьте табл. 2.2 для внесения и обработки результатов измерений (см. задание 1).

5. Вращая ободок индикатора, установите деление с цифрой 0 (ноль) против большой стрелки.

6. Снимите показания индикатора стрелы прогиба λ'_1 для грузов массами 1, 2, 3, 4, 5, 6 кг. Затем разгрузите подвеску и снова нагрузите, измеряя стрелу прогиба λ'_2 при тех же нагрузках. Найдите среднее значение $\bar{\lambda}'$ при одной и той же нагрузке ($\bar{\lambda}' = (\lambda'_1 + \lambda'_2) / 2$).

7. Постройте график зависимости стрелы прогиба $\bar{\lambda}'$ от массы нагрузки m и убедитесь в справедливости закона Гука.

8. Используя средние значения стрелы прогиба $\bar{\lambda}'$, по формуле (2.18) вычислите жесткость $k_{и}$ бруска при всех нагрузках. По формулам (O3) и (O4) определите среднее значение $\bar{k}_{и}$ и его случайную погрешность $\Delta k_{и}$.

9. Подставив значения $l, \bar{a}, \bar{b}, \bar{k}_{и}$ в формулу (2.13), вычислите модуль Юнга для стали, а используя погрешности $\Delta l, \Delta a, \Delta b$ и $\Delta k_{и}$, по формуле (2.19) найдите относительную ϵ_E и абсолютную ΔE погрешности измерения модуля Юнга.

10. Используя правила округления, запишите результат в окончательном виде ($E = E \pm \Delta E$), сравните значение модуля Юнга с его справочным значением и подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем разница между упругими и пластическими деформациями? 2. Объясните, как перемещаются отдельные элементы тела при различных видах деформации. 3. Сформулируйте закон Гука для относительных и абсолютных деформаций при растяжении (сжатии) и сдвиге. 4. Объясните физический смысл модуля Юнга и модуля сдвига. 5. Сформулируйте закон Гука при изгибе и кручении.

Лабораторная работа № 3 ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ

Цель работы: изучить явления трения скольжения и трения качения; определить коэффициент трения качения методом наклонного маятника.

1. Теоретическое введение

Силы трения возникают при соприкосновении поверхностей тел и препятствуют их относительному перемещению. Различают трение двух видов: внешнее (сухое) и внутреннее (вязкое). *Внешним трением* называют трение между поверхностями двух твердых тел при отсутствии какой-либо прослойки, например смазки, между ними. *Внутренним трением* называют трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой, а также между слоями такой среды.

Различают три вида внешнего трения: трение покоя, скольжения и качения.

Сила трения покоя возникает при попытке внешней силы F вызвать скольжение одного тела по другому. При значениях внешней силы $0 < F < F_0$ тело остается в покое. Сила трения покоя по модулю равна силе, пытающейся сдвинуть тело, и направлена в противоположную сторону (рис. 3.1). Максимальная сила трения покоя пропорциональна силе нормального давления F_n , которая по модулю равна силе реакции опоры $F_n = N$, т. е.

$$F_{\text{тр. п}}^{\text{max}} = \mu_0 N, \quad (3.1)$$

где μ_0 – коэффициент трения покоя, он зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

Если внешняя сила F превзойдет по модулю F_0 , тело начинает скользить по поверхности, возникает *сила трения скольжения*, которая также пропорциональна силе нормального давления:

$$F_{\text{тр. ск}} = \mu N, \quad (3.2)$$

где μ – коэффициент трения скольжения, он зависит от природы и состояния трущихся поверхностей, а также от скорости относительного движения тел. Обычно сила трения скольжения с увеличением скорости вначале несколько убывает, а затем начинает расти.

Остановимся на причинах, вызывающих силы трения. Под микроскопом поверхность тела испещрена микроскопическими неровностями. Можно подумать, что трение обусловлено зацеплением выпуклостей друг за друга, но тогда бы сила трения должна была увеличиваться при увеличении площади поверхности соприкосновения тел. Однако опыт показывает, что этого не наблюдается. В действительности трение обусловлено не зацеплением выпуклостей друг за друга, а взаимодействием в точках соприкосновения на молекулярном уровне. Подтверждением этого служит факт, что между очень гладкими поверхностями существует большое трение скольжения. Например, используемые в машиностроении стальные измерительные калибры с тщательно отполированными торцами (плитки Иогансона) благодаря межмолекулярному взаимодействию настолько сильно слипаются, что для их разделения приходится прилагать значительные усилия. Молекулярная модель трения объясняет, почему сила трения не зависит от площади соприкосновения тел. При соприкосновении тел только незначительный процент площади соприкосновения находится в контакте на молекулярном уровне. Тела практически соприкасаются выпуклостями на своих неровных поверхностях. Фактическая площадь соприкосновения не зависит от взаимного расположения тел, а определяется силой, прижимающей тела друг к другу. Молекулярная модель позволяет понять зависимость силы трения от скорости. Когда одно тело начинает перемещаться по поверхности другого, первоначальные связи между молекулами оказываются разорванными и сила трения уменьшается. При увеличении скорости микроскопические выступы начинают разрушаться, и фактическая площадь соприкосновения увеличивается, сила трения скольжения также увеличивается.

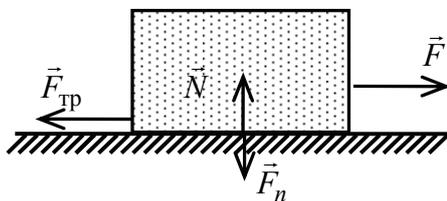


Рис. 3.1

Трение качения возникает при качении одного твердого тела (цилиндра или шара) по поверхности другого. Причиной возникновения трения качения являются деформации самого тела и по-

верхности, по которой оно катится. При качении абсолютно недеформируемого тела по абсолютно недеформируемой поверхности (рис. 3.2, *a*) сила реакции N опоры приложена в точке A и лежит на одной линии с силой тяжести P , уравнивая ее. В этом случае никаких сил сопротивления качению не возникает, оно должно начинаться под действием любой сколь угодно малой силы F .

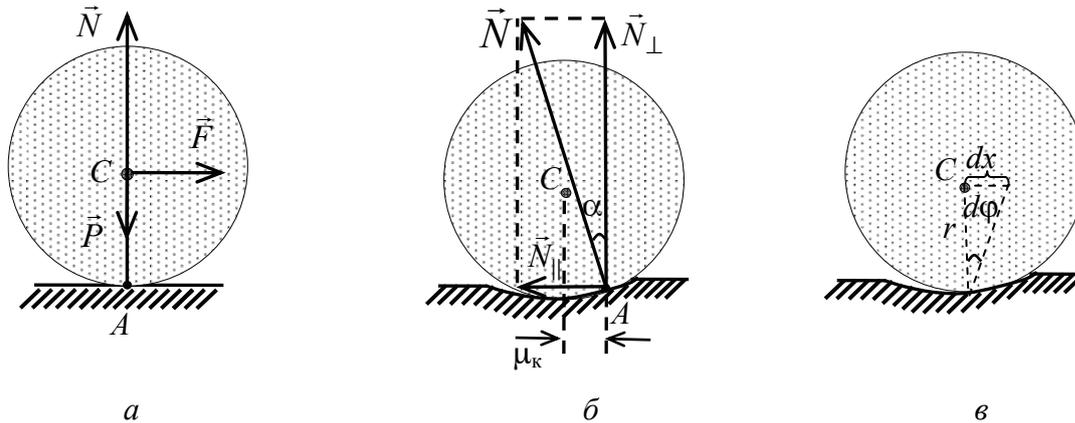


Рис. 3.2

В реальности в точках соприкосновения тела и поверхности возникают деформации. Вследствие этого катящееся тело все время как бы вкатывается на горку (рис. 3.2, *б*). При этом точка A приложения равнодействующей сил реакции поверхности несколько смещается вперед на расстояние μ_k , а линия действия этой силы отклоняется от вертикали назад. В результате возникает момент силы реакции, замедляющий вращение тела и появляется горизонтальная составляющая N_{\parallel} , замедляющая поступательное движение тела.

Момент силы реакции относительно оси, проходящей через центр масс тела, имеет вид

$$M_z = M_{\parallel z} + M_{\perp z} = N_{\parallel} r - N_{\perp} \mu_k, \quad (3.3)$$

где $M_{\parallel z} = N_{\parallel} r$ и $M_{\perp z} = -N_{\perp} \mu_k$ – моменты горизонтальной и вертикальной составляющих сил реакции; r – радиус катящегося тела. При записи (3.3) учтено, что при малых деформациях плечо горизонтальной составляющей N_{\parallel} примерно равно радиусу тела.

Заметим, что момент $M_{\parallel z}$ горизонтальной составляющей силы реакции способствует вращению тела, а замедляет вращение именно момент $M_{\perp z}$. Поэтому момент $M_{\perp z}$ принято называть

моментом трения качения. Учитывая, что угол отклонения α мал, вертикальная составляющая силы реакции $N_{\perp} = N \cos \alpha \approx N$, модуль момента трения качения определяется соотношением

$$M_{\text{тр. к}} = M_{\perp} = \mu_{\text{к}} N_{\perp} = \mu_{\text{к}} N, \quad (3.4)$$

где плечо $\mu_{\text{к}}$ силы N_{\perp} называют *коэффициентом трения качения*. Заметим, что коэффициент трения качения, в отличие от коэффициента трения скольжения, имеет размерность длины.

Горизонтальную составляющую N_{\parallel} , противодействующую поступательному движению тела при качении, называют *силой трения качения*:

$$\vec{F}_{\text{тр. к}} = \vec{N}_{\parallel}. \quad (3.5)$$

Оценить силу трения качения можно по горизонтальной внешней силе \vec{F} , приложенной к оси цилиндра и вызывающей равномерное качение тела по горизонтальной плоскости. В этом случае сила трения качения $F_{\text{тр. к}}$ компенсируется силой тяги F . Угловое ускорение тела, а следовательно и момент силы реакции M_z (3.3), должны быть равны нулю. Линия действия силы реакции опоры \vec{N} при этом проходит через ось тела. Приравнивая (3.3) к нулю и принимая во внимание (3.4), найдем соотношение для силы трения качения (3.5):

$$F_{\text{тр. к}} = \frac{\mu_{\text{к}}}{r} N = \frac{M_{\text{тр. к}}}{r}. \quad (3.6)$$

В отсутствие силы тяги при качении по горизонтальной поверхности ускорение центра масс тела определяется только горизонтальной составляющей N_{\parallel} силы реакции опоры, т. е. силой трения качения. Под действием силы трения качения кинетическая энергия поступательного движения тела уменьшается и ее изменение равно работе силы трения качения. При перемещении центра масс тела на бесконечно малую величину dx работа силы трения качения

$$\delta A_1 = -N_{\parallel} dx. \quad (3.7)$$

При этом изменение кинетической энергии, связанной с вращением тела относительно оси, проходящей через центр масс тела, определяется работой δA_2 момента (3.3) силы реакции:

$$\delta A_2 = M_z d\varphi = (N_{\parallel} r - N_{\perp} \mu_k) d\varphi, \quad (3.8)$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела при перемещении его центра масс на dx .

При качении тела без проскальзывания угол поворота $d\varphi$ и перемещение dx связаны соотношением $dx = r d\varphi$ (рис. 3.2, в). Учитывая это, полное изменение кинетической энергии катящегося тела равно работе:

$$\delta A = \delta A_1 + \delta A_2 = -N_{\perp} \mu_k d\varphi = -M_{\text{тр. к}} d\varphi. \quad (3.9)$$

Таким образом, изменение полной кинетической энергии тела определяется только моментом трения качения. Отсюда следует, что работа силы реакции при повороте тела на конечный угол φ определяется соотношением

$$A = -M_{\text{тр. к}} \varphi. \quad (3.10)$$

Силы *внутреннего (вязкого) трения* зависят от скорости движения тела в среде. При небольших скоростях движения сила линейно возрастает с увеличением скорости и направлена в противоположную сторону движения:

$$\vec{F}_{\text{вн. тр}} = -k\vec{v}, \quad (3.11)$$

где коэффициент k зависит от формы и размеров тела, состояния его поверхности, а также от свойства среды, называемого *вязкостью*.

2. Описание установки и метода измерений

Наклонный маятник (рис. 3.3) состоит из диска 1 (или шарика), который навинчивается на наконечник, подвешенный с помощью нити 2 в точке O на перекладине колонки 3 . Колонка может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, отклоняясь от вертикали на угол β , который измеряется по шкале 4 . Диск опирается на пластину 5 , которая устанавливается в пазы кронштейна колонки. Диск и пластина образуют исследуемую пару трения качения и могут быть сделаны из одинаковых или разных материалов. Угол отклонения диска от положения равновесия определяется по шкале 6 . Подсчет числа n колебаний диска осуществляет электронная система, основными деталями которой являются фотоэлектрический датчик 7 , который соединен с цифровым счетчиком числа колебаний 8 .

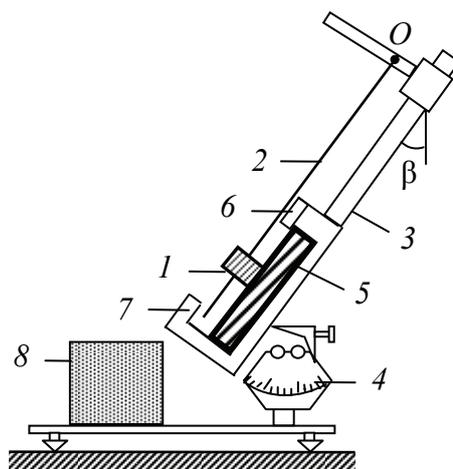


Рис. 3.3

Если отклонить диск на некоторый угол α от положения равновесия (рис. 3.4, *a*), а затем отпустить его, он будет совершать затухающие колебания. Уменьшение амплитуды колебаний обусловлено трением качения и сопротивлением воздуха. Силу сопротивления воздуха ввиду ее малости можно не учитывать.

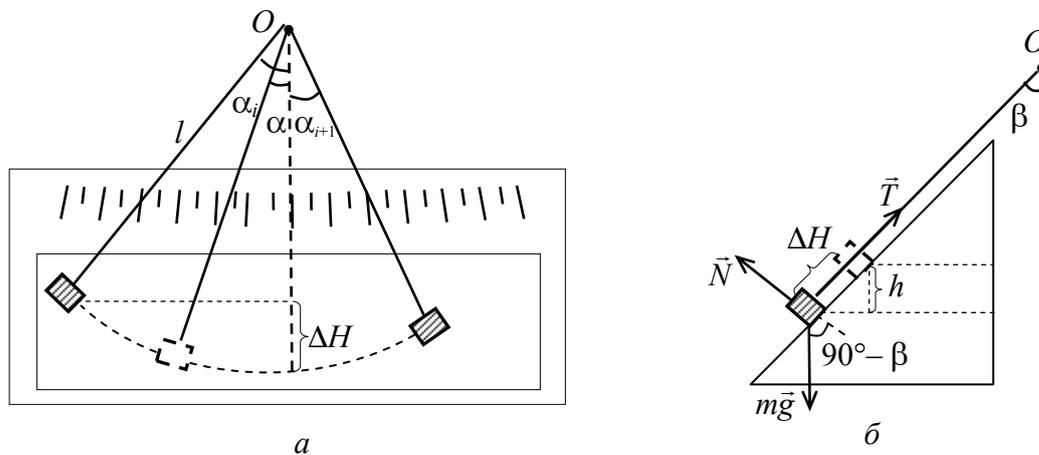


Рис. 3.4

Найдем изменение механической энергии ΔE диска для двух последовательных положений, соответствующих амплитудным (максимальным) отклонениям α_i и α_{i+1} (рис. 3.4, *a*).

Так как кинетическая энергия диска в этих положениях равна нулю, то изменение механической энергии равно изменению потенциальной энергии $\Delta\Pi$ и определяется работой силы реакции при качении:

$$\Delta E = \Delta \Pi = A. \quad (3.12)$$

При отклонении от положения равновесия на угол α диск поднимется над нулевым уровнем отсчета потенциальной энергии на высоту $h = \Delta H \cos \beta$ (рис. 3.4, б), где $\Delta H = l - l \cos \alpha = 2l \sin^2(\alpha / 2)$, l – длина нити (рис. 3.4, а). Его потенциальная энергия в поле силы тяжести

$$\Pi = mgh = 2mgl \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \beta. \quad (3.13)$$

При малых углах отклонения, $\sin(\alpha / 2) \approx \alpha / 2$, изменение потенциальной энергии $\Delta \Pi$ диска для двух положений соответствующим углам α_i и α_{i+1} :

$$\Delta \Pi = \Pi_{i+1} - \Pi_i = \frac{1}{2} mgl (\alpha_{i+1}^2 - \alpha_i^2) \cos \beta. \quad (3.14)$$

Принимая во внимание формулу (3.4) для момента трения качения и учитывая, что сила реакции пластины $N = mg \sin \beta$ (рис. 3.4, б) и угол поворота диска связан с путем $s = (\alpha_i + \alpha_{i+1})l$, пройденным диском, соотношением $\varphi = s / r$ (рис. 3.4, а), из (3.10) найдем соотношение для работы силы реакции:

$$A = -M_{\text{тр. к}} \varphi = -\frac{\mu_k mg \sin \beta}{r} (\alpha_i + \alpha_{i+1})l. \quad (3.15)$$

Подставляя (3.14) и (3.15) в выражение (3.12), найдем, что два последовательных амплитудных угла отклонения связаны соотношением

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - \frac{2\mu_k \text{tg} \beta}{r}. \quad (3.16)$$

Из (3.16) следует, что после n полных колебаний угол отклонения диска α_n от положения равновесия будет равен

$$\alpha_n = \alpha_0 - \frac{4n\mu_k \text{tg} \beta}{r}, \quad (3.17)$$

где α_0 – начальный угол отклонения.

Отсюда следует расчетная формула для определения коэффициента трения качения:

$$\mu_k = r \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \text{ctg} \beta. \quad (3.18)$$

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

i	r ,	α_0 , рад	α_n , рад	β_i ,	n	μ_{ki} ,	$\bar{\mu}_k$,	$\Delta\mu_k$,	$\varepsilon\mu_k$,

2. В комплекте к работе возьмите пластину и диск (выдает преподаватель). Штангенциркулем измерьте диаметр d диска, его радиус $r = d / 2$. Установите пластину в пазы кронштейна, диск навинтите на наконечник, подвешенный на нити.

3. Установите угол наклона колонки $\beta_1 = 10^\circ$. Отрегулируйте положение переключателя, к которой подвешена нить, так чтобы нить проходила над нулевым делением шкалы, по которой измеряется угол отклонения диска.

4. Подключите шнур питания установки к электрической сети ~ 220 В, нажмите кнопку «Сеть».

5. Отклоните диск на угол $\alpha_0 = 8^\circ$, удерживая его в этом положении, нажмите и тут же отпустите кнопку «Сброс».

6. Отпустите диск и следите за изменением амплитуды колебаний (максимальных углов отклонений). Как только максимальный угол α отклонения диска станет равным $\alpha_n = 1^\circ$, нажмите кнопку «Стоп». Снимите показания с индикатора цифрового счетчика, число колебаний n занесите в таблицу.

7. Повторите пп. 5–7 при углах наклона колонки $\beta = 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$, а затем отключите установку.

9. По формуле (3.18) рассчитайте коэффициент трения μ_k для четырех опытов ($i = 1, 2, 3, 4$). Используя соотношения (О3) и (О4), определите среднее значение $\bar{\mu}_k$ и его случайную погрешность $\Delta\mu_k$. По формуле (О2) найдите относительную погрешность измерения $\varepsilon\mu_k$.

10. Используя правила округления, запишите результат в окончательном виде ($\mu_k = \bar{\mu}_k \pm \Delta\mu_k$), сравните коэффициент трения качения μ_k с его справочным значением и подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем различие между внешним и внутренним трением?
2. Какие виды внешнего трения существуют? При каких условиях

они возникают? 3. Объясните зависимость силы трения скольжения от скорости. 4. Каков физический смысл коэффициента трения качения? 5. Зависимость силы внутреннего трения от скорости.

Лабораторная работа № 4 ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО УДАРОВ

Цель работы: проверить закон сохранения импульса, определить коэффициенты восстановления скорости и энергии соударяющихся тел.

1. Теоретическое введение

Столкновением (или *ударом*) называют кратковременное взаимодействие двух или более тел. Заметим, что это понятие относится не только к взаимодействиям, осуществляемым посредством соприкосновения материальных тел. Например, при столкновении бильярдных шаров имеет место их контакт. При рассеянии частиц, т. е. при изменении направления движения одних частиц в результате взаимодействия с другими, столкновение происходит без непосредственного контакта.

Направления и скорости разлета тел после столкновения зависят от конкретной формы тел и от их взаимной ориентации при ударе. *Линией удара* называется линия, проходящая через точку касания тел перпендикулярно их поверхностям (пунктирная линия на рис. 4.1). Удар называется *центральной*, если линия удара проходит через центры масс тел. Например, для шаров удар всегда центральный. Если векторы скоростей тел до удара лежат на линии удара (рис. 4.1, а), то удар называют *прямым*, в противном случае – *косым* (рис. 4.1, б).

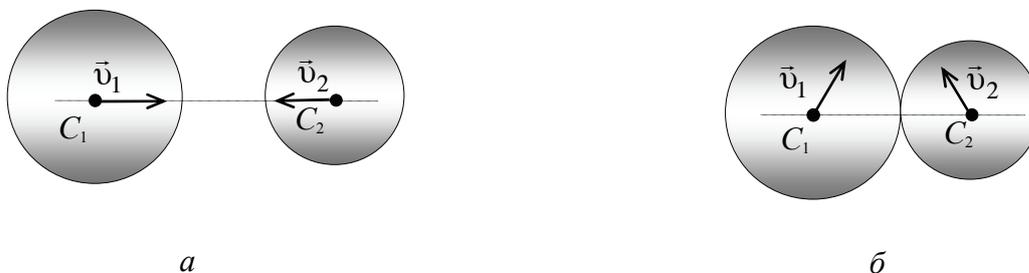


Рис. 4.1

Процессы столкновения являются чрезвычайно сложными. Например, в простейшем случае столкновения двух бильярдных шаров: в момент их соприкосновения они испытывают деформации. При этом кинетическая энергия, которой шары обладали перед ударом, частично или полностью переходит в потенциальную энергию деформации тел. Затем энергия деформации снова превращается в кинетическую, однако не полностью – часть энергии превращается во внутреннюю энергию, шары при этом нагреваются. Под внутренней энергией понимают кинетическую энергию и энергию взаимодействия атомов и молекул, из которых состоят тела. Кроме этого, необходимо принять во внимание, что поверхности шаров не являются абсолютно гладкими и между ними возникают силы трения. Эти силы, с одной стороны, также приводят к превращению части энергии во внутреннюю, а с другой – могут вызвать вращение тел.

Между величинами, характеризующими систему до и после столкновения, соблюдаются вполне определенные соотношения, независимые от детального характера взаимодействия. Наличие этих соотношений обуславливается тем, что за время удара действием внешних сил можно пренебречь. Поэтому систему сталкивающихся тел можно считать замкнутой, для которой справедливы законы сохранения импульса и энергии.

Согласно закону сохранения импульса, импульс \vec{p} замкнутой (изолированной) системы, на которую не действуют никакие внешние силы (или их воздействие пренебрежимо мало), сохраняется:

$$\vec{p} = \sum_{k=1}^n \vec{p}_k = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}, \quad (4.1)$$

где $\vec{p}_k = m_k \vec{v}_k$ – импульс отдельного тела в системе.

При применении закона сохранения энергии следует учитывать, что кинетическая энергия сталкивающихся тел может переходить во внутреннюю энергию.

Различают три типа столкновения тел: абсолютно неупругое, абсолютно упругое столкновение и промежуточный случай – неупругое.

Абсолютно неупругое столкновение – это такое столкновение, в результате которого оба тела «слипаются» и далее движутся как единое целое. Кинетическая энергия тел частично или полностью переходит в потенциальную энергию деформации и во внутрен-

нюю энергию тел. Поэтому закон сохранения механической энергии не соблюдается, имеет место закон сохранения суммарной энергии различных видов – механической и внутренней. При абсолютно неупругом ударе выполняется лишь закон сохранения импульса, который для двух сталкивающихся тел с массами m_1 , m_2 и скоростями \vec{v}_1 , \vec{v}_2 имеет вид

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}, \quad (4.2)$$

где \vec{u} – скорость центра масс образовавшейся системы.

Абсолютно упругое столкновение – это столкновение тел, при котором их внутренняя энергия не изменяется. Как следствие – не будет изменяться кинетическая энергия системы. Таким образом, при этом виде столкновения выполняются законы сохранения кинетической энергии и импульса, которые для двух сталкивающихся тел имеют вид

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}; \quad (4.3)$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2, \quad (4.4)$$

где \vec{u}_1 и \vec{u}_2 – скорости тел после удара.

Рассмотрим простейший вариант абсолютно упругого удара – прямой центральный удар двух шаров (рис. 4.1, а), центры масс которых до удара движутся вдоль одной и той же прямой. Скорости тел после удара будут направлены вдоль этой же прямой при таком ударе.

Из закона сохранения кинетической энергии (4.3) следует, что

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2); \quad (4.5)$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1)(\vec{v}_1 + \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2)(\vec{u}_2 + \vec{v}_2). \quad (4.6)$$

Из закона сохранения импульса (4.4) найдем

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2). \quad (4.7)$$

Сравнивая (4.6) и (4.7), заключаем, что

$$\vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2. \quad (4.8)$$

Отсюда следует, что относительные скорости шаров до и после столкновения равны по модулю и имеют противоположное направление:

$$\vec{v}_{\text{отн}} = -\vec{u}_{\text{отн}}, \quad (4.9)$$

где $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$, $\vec{u}_{\text{отн}} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2$.

Неупругое столкновение – это такое столкновение, в результате которого внутренняя энергия разлетающихся после столкновения тел изменяется, а следовательно, изменяется и суммарная кинетическая энергия системы.

Неупругие столкновения занимают промежуточное положение между абсолютно упругим и абсолютно неупругим столкновениями. При абсолютно упругом столкновении, согласно (4.9), модуль относительной скорости тел не изменяется $|\vec{v}_{\text{отн}}| = |\vec{u}_{\text{отн}}|$. При абсолютно неупругом ударе, поскольку тела после удара не перемещаются относительно друг друга, их относительная скорость равна нулю $|\vec{u}_{\text{отн}}| = 0$. При таком ударе модуль относительной скорости изменяется от некоторого, не равного нулю, значения $|\vec{v}_{\text{отн}}| \neq 0$ до нуля. В случае неупругих столкновений относительная скорость тел после удара не равна нулю $|\vec{u}_{\text{отн}}| \neq 0$ и из-за потерь механической энергии $|\vec{u}_{\text{отн}}| < |\vec{v}_{\text{отн}}|$. Для характеристики неупругих столкновений вводят *коэффициент восстановления скорости* k_c :

$$k_c = \frac{|\vec{u}_{\text{отн}}|}{|\vec{v}_{\text{отн}}|} = \frac{|\vec{u}_1 - \vec{u}_2|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}. \quad (4.10)$$

Коэффициент восстановления зависит от упругих свойств соударяющихся тел и определяет, какая доля начальной относительной скорости этих тел восстанавливается к концу удара. Для абсолютно неупругого столкновения $k_c = 0$, так как $|\vec{u}_{\text{отн}}| = 0$, для абсолютно упругого столкновения $k_c = 1$, так как $|\vec{v}_{\text{отн}}| = |\vec{u}_{\text{отн}}|$, для неупругих столкновений $0 < k_c < 1$. Таким образом, данный коэффициент можно рассматривать как меру упругости столкновения. Чем коэффициент k_c ближе к единице, тем столкновение ближе к абсолютно упругому. Заметим, что при нецентральной соударении коэффициент восстановления определяется только для проекций скоростей на линию удара.

Для учета потерь механической энергии вводят *коэффициент восстановления кинетической энергии* k_3 :

$$k_3 = \frac{K'}{K}, \quad (4.11)$$

где K и K' – кинетические энергии системы до и после столкновения

$$K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \quad K' = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (4.12)$$

При абсолютно упругом столкновении $K' = K$ и $k_3 = 1$, при неупругом столкновении $k_3 < 1$.

2. Описание установки и метода измерений

На рис. 4.2, *a* изображена схема установки для определения скорости шаров до и после их столкновения. Она представляет собой установленный на основании штатив *1*, в верхней части которого закреплены бифилярные подвесы (состоящие из двух нитей) *2* длиной l с исследуемыми телами (шарами), навинченными на стержни с указателями, которые служат для отсчета углов отклонения тел по шкалам *3*. На установке имеется механизм изменения расстояния между телами, который приводится в действие с помощью винта *4*. Правое тело может удерживаться в отклоненном положении с помощью электромагнита *5*, который можно перемещать вдоль шкалы и фиксировать в заданном положении. Сквозь подвесы проходят провода, замыкающие электрическую цепь при соприкосновении шаров. Это позволяет по электронному микросекундомеру *6* измерять время взаимодействия шаров при ударе.

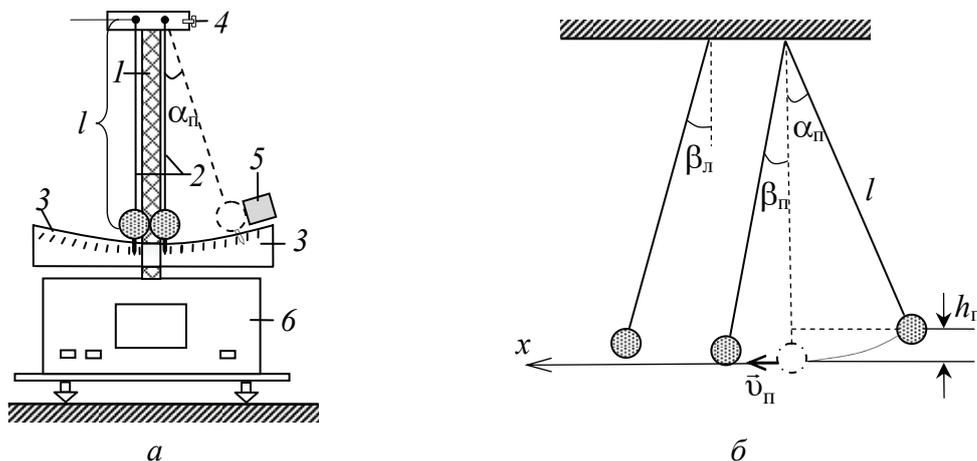


Рис. 4.2

Перед началом опыта тела приводят в соприкосновение с помощью винта *4*. Правый шар отклоняют на некоторый начальный угол α_π и фиксируют с помощью электромагнита *5*. Затем шар

отпускают и по шкалам \mathcal{Z} измеряют углы отклонения левого $\beta_{\text{л}}$ и правого $\beta_{\text{п}}$ шаров сразу после первого соударения (рис. 4.2, б).

Для определения скорости правого тела непосредственно перед ударом воспользуемся законом сохранения механической энергии, пренебрегая сопротивлением воздуха при движении тела. В крайнем правом положении тело обладает потенциальной энергией $\Pi = m_{\text{п}}gh_{\text{п}}$, а при прохождении положения равновесия непосредственно перед ударом – кинетической энергией $K = m_{\text{п}}v_{\text{п}}^2/2$. Согласно закону сохранения механической энергии $\Pi = K$ в данном случае. Отсюда найдем скорость правого тела перед ударом:

$$v_{\text{п}} = \sqrt{2gh_{\text{п}}} . \quad (4.13)$$

Примем во внимание, что при отклонении тела на угол $\alpha_{\text{п}}$ от положения равновесия его центр тяжести поднимется на высоту

$$h_{\text{п}} = l - l \cos \alpha_{\text{п}} = 2l \sin^2 \frac{\alpha_{\text{п}}}{2} . \quad (4.14)$$

Подставив (4.14) в (4.13), найдем

$$v_{\text{п}} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_{\text{п}}}{2} . \quad (4.15)$$

Рассуждая аналогичным образом, нетрудно найти скорости тел сразу же после удара:

$$u_{\text{п}} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\beta_{\text{п}}}{2}, \quad u_{\text{л}} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\beta_{\text{л}}}{2} . \quad (4.16)$$

Учтем, что углы отклонения тел в данной установке не превышают 8° . Для таких углов $\sin \alpha \approx \alpha$ с относительной ошибкой меньше 0,5%, что значительно меньше случайной и приборной погрешностей определения угла отклонения. Поэтому скорости тел непосредственно до удара и сразу после удара

$$v_{\text{л}} = 0, \quad v_{\text{п}} = \sqrt{gl}\alpha_{\text{п}}, \quad u_{\text{л}} = \sqrt{gl}\beta_{\text{л}}, \quad u_{\text{п}} = \sqrt{gl}\beta_{\text{п}} . \quad (4.17)$$

Проекции импульсов системы тел на ось x (линию удара) до p_{1x} и после p_{2x} удара имеют вид

$$p_{1x} = m_{\text{л}}v_{\text{л}} + m_{\text{п}}v_{\text{п}} = m_{\text{п}}\sqrt{gl}\alpha_{\text{п}}; \quad (4.18)$$

$$p_{2x} = m_{\text{л}}u_{\text{л}} \pm m_{\text{п}}u_{\text{п}} = \sqrt{gl}(m_{\text{л}}\beta_{\text{л}} \pm m_{\text{п}}\beta_{\text{п}}), \quad (4.19)$$

где $m_{\text{п}}$, $m_{\text{л}}$ – массы правого и левого тел, знаки плюс и минус в (4.19) соответствуют движению правого тела сразу же после удара в положительном направлении оси x и в противоположном направлении соответственно.

Вследствие закона сохранения импульса при столкновении в пределах погрешности измерения должно удовлетворяться приближенное равенство $p_{1x} \approx p_{2x}$. Погрешность измерения импульса системы p_{2x} связана с погрешностями измерения углов отклонения тел $\beta_{\text{л}}$ и $\beta_{\text{п}}$. Используя формулу (1.10), погрешность косвенного измерения импульса системы p_{2x} определяется соотношением

$$\Delta p_{2x} = \sqrt{gl \left((m_{\text{л}} \Delta \beta_{\text{л}})^2 + (m_{\text{п}} \Delta \beta_{\text{п}})^2 \right)}, \quad (4.20)$$

где $\Delta \beta_{\text{л}}$ и $\Delta \beta_{\text{п}}$ – погрешности измерения углов.

Учитывая в (4.10) направления скоростей тел до и после удара и формулы для их модулей (4.17), найдем коэффициент восстановления скорости:

$$k_c = \frac{|\vec{u}_{\text{л}} - \vec{u}_{\text{п}}|}{|\vec{v}_{\text{л}} - \vec{v}_{\text{п}}|} = \frac{u_{\text{л}} \mp u_{\text{п}}}{v_{\text{п}}} = \frac{\beta_{\text{л}} \mp \beta_{\text{п}}}{\alpha_{\text{п}}}, \quad (4.21)$$

где знаки минус и плюс соответствуют движению правого тела сразу же после удара в положительном направлении оси x и в противоположном направлении соответственно.

С учетом (4.17) коэффициент восстановления кинетической энергии (4.11) примет вид

$$k_{\text{э}} = \frac{m_{\text{л}} u_{\text{л}}^2 + m_{\text{п}} u_{\text{п}}^2}{m_{\text{л}} v_{\text{л}}^2 + m_{\text{п}} v_{\text{п}}^2} = \frac{m_{\text{л}} \beta_{\text{л}}^2 + m_{\text{п}} \beta_{\text{п}}^2}{m_{\text{п}} \alpha_{\text{п}}^2}. \quad (4.22)$$

При ударе левое тело изменит свой импульс на величину $\Delta p = m_{\text{л}} u_{\text{л}}$. По второму закону Ньютона среднее значение силы, действующей на левое тело, определяется соотношением

$$F_{\text{л}}^{\text{ср}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_{\text{л}} \sqrt{gl} \beta_{\text{л}}}{\Delta t}, \quad (4.23)$$

где Δt – время взаимодействия тел.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

$m_{\text{п}} =$	$m_{\text{л}} =$			$l =$		$\alpha_{\text{п}} =$		
i	$\beta_{\text{л}}$	$\bar{\beta}_{\text{л}}$	$\Delta\beta_{\text{л}}$	$\beta_{\text{п}}$	$\bar{\beta}_{\text{п}}$	$\Delta\beta_{\text{п}}$	Δt	$\bar{\Delta t}$

2. Занесите в таблицу массы шаров и длину бифилярного подвеса (указаны на установке). С помощью винта 4 приведите шары в соприкосновение. Убедитесь, что точка касания лежит на линии, проходящей через центры шаров. Отрегулируйте положение левой шкалы 3 так, чтобы указатель левого шара был совмещен с ее нулем.

3. Подключите шнур питания установки к электрической сети, нажмите кнопку «СЕТЬ» и отпустите кнопку «ПУСК». Отклоните правый шар так, чтобы он притянулся к электромагниту 5. Отпустите стопорный винт электромагнита, а затем переместите и закрепите электромагнит так, чтобы угол отклонения шара соответствовал $\alpha_{\text{п}} = 5^\circ - 8^\circ$. Значение угла занесите в таблицу.

4. Нажав кнопку «ПУСК», выключите электромагнит. Сразу же после столкновения шаров определите максимальный угол отклонения левого $\beta_{\text{л}}$ и правого $\beta_{\text{п}}$ шаров. Обратите внимание на направления движения правого шара сразу после удара. Снимите показания секундомера Δt . Затем нажмите кнопку «СБРОС» для обнуления показаний секундомера.

5. Повторите измерения углов $\beta_{\text{л}}$, $\beta_{\text{п}}$ и времени соударения Δt еще не менее чем в пяти столкновениях при одном и том же начальном угле отклонения $\alpha_{\text{п}}$ правого шара. Результаты измерений занесите в таблицу.

6. Определите средние значения углов $\bar{\beta}_{\text{л}}$, $\bar{\beta}_{\text{п}}$ и времени $\bar{\Delta t}$. По формуле (O7) вычислите полные погрешности прямых измерений углов $\Delta\beta_{\text{л}}$ и $\Delta\beta_{\text{п}}$, где случайные погрешности $\Delta\beta_{\text{л}}^{\text{сл}}$, $\Delta\beta_{\text{п}}^{\text{сл}}$ и приборные погрешности $\Delta\beta_{\text{л}}^{\text{пр}}$, $\Delta\beta_{\text{п}}^{\text{пр}}$ вычисляются по формулам (O4), (O5) соответственно.

7. Используя значения углов $\alpha_{\text{п}}$, $\bar{\beta}_{\text{л}}$, $\bar{\beta}_{\text{п}}$, выраженные в радианах, по формулам (4.18), (4.19) вычислите проекции импульсов системы тел на линию удара до p_{1x} и после p_{2x} столкновения.

8. Используя значения погрешностей углов $\Delta\beta_{\text{л}}$, $\Delta\beta_{\text{п}}$, выраженных в радианах, по формуле (4.20) вычислите погрешность Δp_{2x} косвенного измерения импульса системы p_{2x} .

9. Используя значения углов $\alpha_{\text{п}}$, $\bar{\beta}_{\text{л}}$, $\bar{\beta}_{\text{п}}$, по формулам (4.21), (4.22) определите коэффициенты восстановления скорости и кинетической энергии.

10. Используя значение $\bar{\beta}_d$, выраженное в радианах, и среднее значение времени удара Δt , по формуле (4.23) вычислите среднее значение силы, действующей на левое тело.

11. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Что понимают под столкновением тел? 2. Какое столкновение называют центральным? В чем различие между прямым и косым соударениями? 3. Виды столкновения тел. Какие законы сохранения выполняются при различных видах столкновений? 4. Как определяются коэффициенты восстановления скорости и кинетической энергии.

Лабораторная работа № 5 ИЗУЧЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Цель работы: освоить методику измерения момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний.

1. Теоретическое введение

Моментом инерции I_z системы материальных точек относительно оси z называют физическую величину, равную сумме произведений масс материальных точек m_i на квадраты расстояний их до оси вращения r_i :

$$I_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2. \quad (5.1)$$

Формула для момента инерции абсолютно твердого тела следует из (5.1), если рассматривать тело как систему частиц (материальных точек) с неизменным расстоянием между ними (рис. 5.1). Заменяя в (5.1) массу материальной точки m_i на массу $dm = \rho dV$ элементарного объема dV тела и переходя от суммирования к интегрированию по объему V тела, получим формулу, которую используют для вычисления момента инерции абсолютно твердого тела:

$$I_z = \int r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV, \quad (5.2)$$

где ρ – плотность материала тела.

Момент инерции в динамике вращательного движения играет ту же роль, что и масса тела в динамике поступательного движения, т. е. является мерой инертности при вращательном движении. Напомним, что *инертность* – это способность тел препятствовать изменению своей скорости относительно инерциальной системы отсчета при воздействии на него внешних сил. Таким образом, чем больший момент инерции относительно некоторой оси имеет тело, тем труднее раскрутить это тело относительно данной оси.

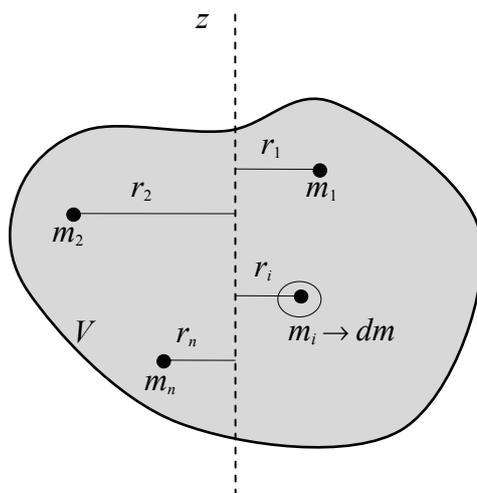


Рис. 5.1

Момент инерции тела зависит от распределения масс относительно данной оси. Если вычислить сумму (5.1) или интеграл (5.2), то момент инерции любого тела можно выразить через массу тела, его геометрические размеры и положение относительно оси вращения. Во многих случаях расчеты существенно упрощаются при использовании двух свойств момента инерции, которые следуют из определения (5.1) этой величины – аддитивность момента инерции и теорема Штейнера.

Аддитивность (от англ. *to add* – добавлять, суммировать) момента инерции означает, что момент инерции системы относительно некоторой оси равен сумме моментов инерции тел или всех частей системы относительно этой оси. В случае непрерывно распределенной массы (твердого тела) сумма переходит в интеграл

$$I_z = \sum_{k=1}^n I_{kz} = I_{1z} + I_{2z} + \dots + I_{nz}, \quad I_z = \int dI_z, \quad (5.3)$$

где I_{kz} – моменты инерции тел, входящих в систему ($k = \overline{1, n}$); dI_z – момент инерции малого элемента объема тела dV .

По *теореме Штейнера* момент инерции I_z тела относительно произвольной оси z равен сумме момента инерции $I_{Cz'}$ относительно оси z' , параллельной данной и проходящей через центр масс C тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями (рис. 5.2):

$$I_z = I_{Cz'} + md^2. \quad (5.4)$$

Эта теорема сводит вычисление момента инерции относительно произвольной оси к вычислению момента инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела.

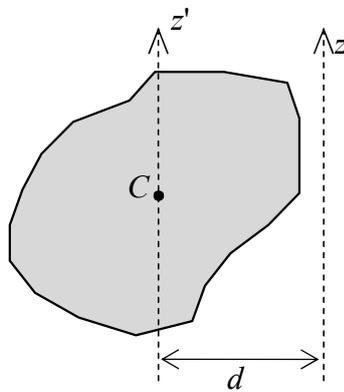


Рис. 5.2

Рассмотрим несколько примеров вычисления моментов инерции тел, имеющих простую форму.

1. *Момент инерции однородного тонкого стержня.* Определим момент инерции однородного стержня длиной l относительно оси z , перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс C (рис. 5.3, а.)

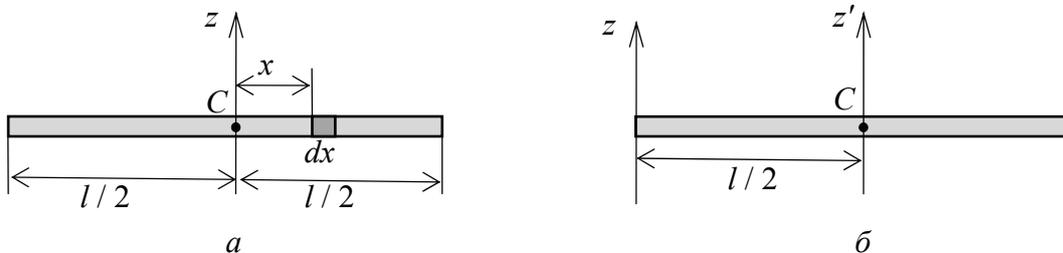


Рис. 5.3

Разделим стержень на бесконечно малые элементы длиной dx . Объем элемента $dV = Sdx$, где S – площадь поперечного сечения стержня. Момент инерции элемента, расположенного на расстоянии x от оси, определяется соотношением

$$dI_z = x^2 \rho dV = x^2 \rho S dx. \quad (5.5)$$

Согласно (5.2) момент инерции стержня

$$I_z = \int dI_z = 2\rho S \int_0^{l/2} x^2 dx = 2 \frac{\rho S x^3}{3} \Big|_0^{l/2} = \frac{\rho S l^3}{12}, \quad (5.6)$$

где множитель 2 учитывает две половины стержня, расположенные симметрично относительно оси z .

Так как масса стержня $m = \rho V = \rho S l$, получим

$$I_z = \frac{1}{12} m l^2. \quad (5.7)$$

Момент инерции стержня относительно оси, проходящей через один из его концов (рис. 5.3, б), найдем, воспользовавшись теоремой Штейнера (5.4). Учитывая момент инерции стержня относительно центра масс (5.7) и расстояние между осями $d = l/2$, получим

$$I_z = I_{Cz'} + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{m l^2}{12} + \frac{m l^2}{4} = \frac{m l^2}{3}. \quad (5.8)$$

2. *Момент инерции параллелепипеда.* Определим момент инерции параллелепипеда относительно оси z , проходящей через его центр масс перпендикулярно боковым граням (рис. 5.4). Через a , b , c обозначим боковые ребра параллелепипеда.

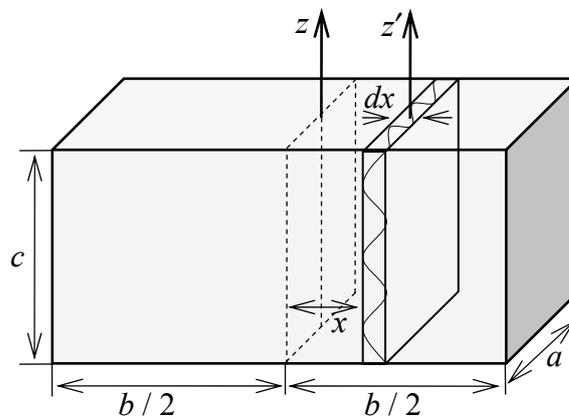


Рис. 5.4

Разделим параллелепипед на тонкие пластины толщиной dx , параллельные одной из граней параллелепипеда. Они имеют объем $dV = acdx$ и массу $dm = \rho dV = \rho acdx$. Пластины можно считать совокупностью параллельных полосок (стержней) длиной a , поэтому ее момент инерции относительно оси z' , проходящей через центр масс пластины параллельно оси z , определяется соотношением (5.7):

$$dI_{Cz'} = \frac{1}{12} dma^2. \quad (5.9)$$

Момент инерции пластины относительно оси z , расположенной на расстоянии x от нее, найдем по теореме Штейнера (5.4):

$$dI_z = dI_{Cz'} + dm x^2 = \frac{1}{12} dma^2 + dm x^2 = \left(\frac{1}{12} a^2 + x^2 \right) \rho ac dx. \quad (5.10)$$

Принимая во внимание, что расстояние x для разных пластин изменяется от 0 до $b/2$, по формуле (5.2) найдем момент инерции параллелепипеда:

$$I_z = \int dI_z = 2\rho ac \int_0^{b/2} \left(\frac{1}{12} a^2 + x^2 \right) dx = \frac{1}{12} \rho ac b (a^2 + b^2), \quad (5.11)$$

где учтены две половины параллелепипеда, расположенные симметрично относительно оси z .

Учитывая в (5.11), что $V = acb$ – объем параллелепипеда и $m = \rho V$ – его масса, окончательно получим

$$I_z = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2). \quad (5.12)$$

2. Описание установки и метода измерений

Если тело имеет сложную геометрическую форму или распределение плотности по объему неизвестно, то вычисление моментов инерции оказывается затруднительным либо невозможным. В этом случае целесообразно использовать экспериментальные методы. В данной работе для определения момента инерции тела I_z применяется крутильный маятник, показанный на рис. 5.5. Исследуемое тело I закрепляется с помощью подвижной балки 2 на рамке 3, подвешенной на стальной вертикальной проволоке 4, натянутой между двумя кронштейнами 5, жестко соединенными со стойкой 6 установки. За рамкой имеется электромагнит 7, который

фиксирует ее в отклоненном на угол φ_0 положении. Угол отклонения определяется по шкале δ . Подсчет числа N колебаний рамки осуществляет электронная система, основными деталями которой являются фотоэлектрический датчик 9 , который соединен с цифровым счетчиком числа колебаний и секундомером 10 .

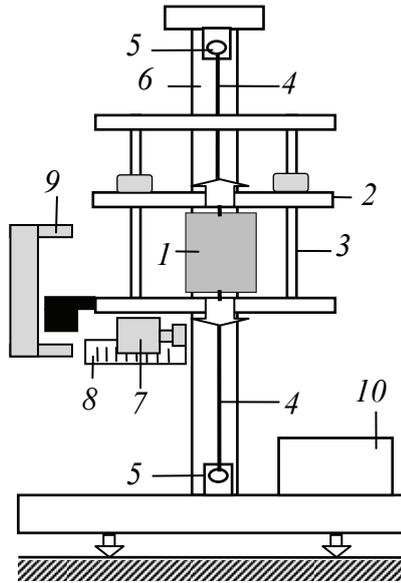


Рис. 5.5

Под действием сил упругости закрученной на угол φ проволоки рамка совершает крутильные колебания. Согласно закону Гука момент сил упругости, действующий на рамку

$$M_z = -f\varphi, \quad (5.13)$$

где f – коэффициент крутильной жесткости проволоки, который называют модулем кручения.

Угловое ускорение рамки $\varepsilon = d^2\varphi / dt^2$ определяется основным уравнением динамики вращательного движения:

$$\varepsilon = \frac{M_z}{I_z}. \quad (5.14)$$

Пренебрегая сопротивлением воздуха и учитывая (5.13), из этого уравнения следует дифференциальное уравнение колебаний рамки

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{f}{I_z}}, \quad (5.15)$$

где ω_0 – циклическая частота колебаний рамки.

2. В комплекте к работе возьмите тело для исследований (выдает преподаватель) и приложение к работе. Измерьте линейкой размеры тела (a , b , c) и определите его массу (указана на установке). Результаты измерения, а также момент инерции рамки $I_{1z} = 6,87 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ и его погрешность $\Delta I_{1z} = 0,05 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ занесите в таблицу.

3. Измерьте время t_1 , за которое рамка (без тела) совершит N колебаний. Инструкция по использованию цифрового счетчика колебаний и электронного секундомера приведена в приложении к работе. Измерение времени t_1 проделайте не менее пяти раз при различных значениях числа N . Полученные значения занесите в таблицу.

4. Закрепите исследуемое тело на рамке. Измерьте время t_2 , за которое рамка с телом совершит N колебаний. Измерение времени t_2 проделайте не менее пяти раз при различных значениях числа N . Полученные значения занесите в таблицу.

5. По формулам $T_1 = t_1 / N$ и $T_2 = t_2 / N$ вычислите периоды колебаний для каждого измерения. Определите средние значения \bar{T}_1 и \bar{T}_2 . По формуле (О4) вычислите погрешности ΔT_1 и ΔT_2 .

6. Используя средние значения \bar{T}_1 и \bar{T}_2 , по формулам (5.19), (5.20) вычислите момент инерции тела I_z , относительную ϵ и абсолютную ΔI_z погрешности измерения.

7. По формуле (5.12) вычислите теоретическое значение момента инерции $I_z^{\text{теор}}$ и сравните его с экспериментальным значением.

8. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите определение момента инерции для системы материальных точек и твердого тела. 2. Поясните физический смысл момента инерции. 3. В чем состоит свойство аддитивности момента инерции? 4. Сформулируйте теорему Штейнера. 5. Поясните методику определения момента инерции с помощью крутильных колебаний.

Лабораторная работа № 6 ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: с помощью маятника Обербека освоить основной закон динамики вращательного движения твердого тела.

1. Теоретическое введение

Кинематическое уравнение вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси определяет зависимость угла поворота φ тела от времени t (рис. 6.1, ось вращения проходит через точку O перпендикулярно плоскости рисунка)

$$\varphi = \varphi(t). \quad (6.1)$$

Угловая скорость ω тела определяет быстроту изменения угла поворота и численно равна первой производной от угла поворота φ по времени t :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (6.2)$$

Угловое ускорение ε тела определяет быстроту изменения угловой скорости и, следовательно, оно численно равно первой производной от угловой скорости ω по времени t либо второй производной от угла поворота φ по времени t :

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (6.3)$$

Угловые скорость и ускорение тела позволяют определить скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} любой точки этого тела, например точки A , движущейся по окружности радиуса $R = OA$:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega R, \quad a_A^n = \omega^2 R, \quad a_A^\tau = \varepsilon R; \\ \vec{a}_A &= \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n, \quad a_A = \sqrt{a_A^{\tau 2} + a_A^{n 2}}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

где a_A^τ и a_A^n – касательное и нормальное ускорения точки A .

Момент силы \vec{M} относительно точки O (рис. 6.2) определяет способность силы \vec{F} вызвать вращение тела вокруг этой точки. Он равен векторному произведению радиус-вектора \vec{r} точки A приложения силы \vec{F} на вектор силы:

$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (6.5)$$

Модуль момента силы

$$M_0 = Fr \sin \alpha = Fh, \quad (6.6)$$

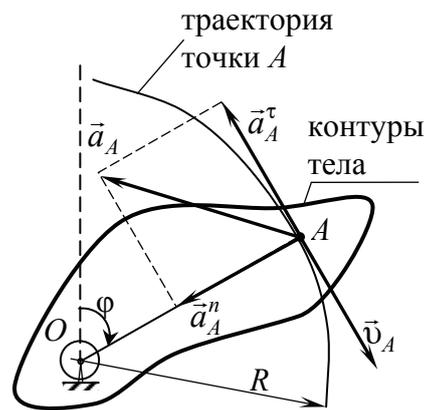


Рис. 6.1

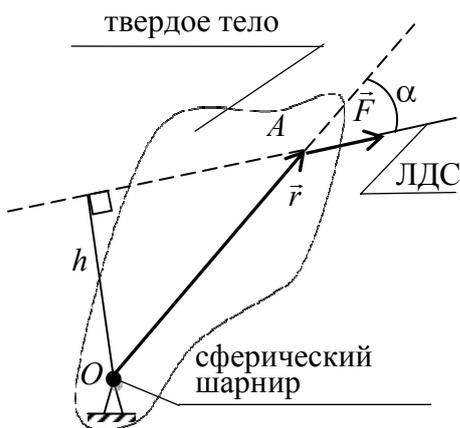


Рис. 6.2

где $h = r \sin \alpha$ – плечо силы \vec{F} , т. е. кратчайшее расстояние от точки O до линии действия силы \vec{F} (ЛДС). Направление вектора \vec{M}_0 находится по правилу векторного произведения, которое согласуется с правилом правой руки, или правилом буравчика.

Момент силы \vec{F} относительно оси z равен моменту ее перпендикулярной к оси составляющей \vec{F}_\perp относительно точки O , находящейся на оси z (рис. 6.3):

$$\vec{M}_0(\vec{F}_\perp) = \vec{r} \times \vec{F}_\perp \Rightarrow M_z = \pm F_\perp h, \quad (6.7)$$

где h – плечо силы \vec{F}_\perp относительно точки O (заштрихованный треугольник расположен в горизонтальной плоскости); M_z – алгебраическое значение момента силы относительно оси z , которое равно проекции вектора \vec{M}_0 на эту ось. Отсюда следует *правило знаков* для M_z : если, наблюдая с конца оси z , поворот под действием силы \vec{F}_\perp происходит против часовой стрелки (как на рис. 6.3), то момент M_z считается *положительным*, иначе – *отрицательным*.

В частном случае, если сила \vec{F} параллельна оси z , то ее перпендикулярная проекция $F_\perp = 0$ и, следовательно, момент силы \vec{F} относительно этой оси равен нулю.

Моментом инерции I_z тела относительно оси z называют величину (см. лаб. раб. № 5)

$$I_z = \sum_{k=1}^N m_k r_k^2, \quad (6.8)$$

где m_k – массы частиц, на которые мысленно можно разбить тело, а r_k – расстояния от этих масс до оси z (рис. 6.4).

Основное уравнение динамики вращательного движения, описывающее вращение твердого тела относительно неподвижной оси, имеет следующий вид:

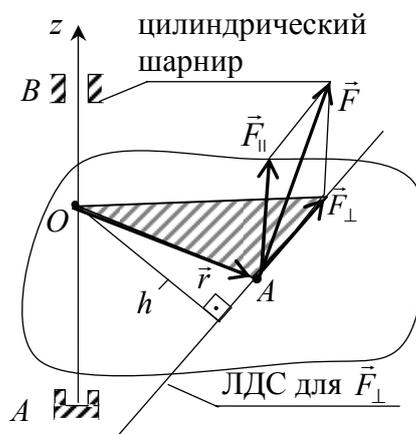


Рис. 6.3

$$I_z \varepsilon = M_z^e, \quad (6.9)$$

где M_z^e – суммарный момент внешних сил, действующих на тело.

Уравнение (6.9) можно рассматривать как аналог 2-го закона Ньютона для материальной точки, или уравнения, описывающего движение центра масс твердого тела, или, в частности, поступательного движения этого тела:

$$m \vec{a}_C = \vec{F}^e, \quad (6.10)$$

где m – масса тела; \vec{a}_C – ускорение центра масс C тела; \vec{F}^e – суммарная внешняя сила, действующая на тело.

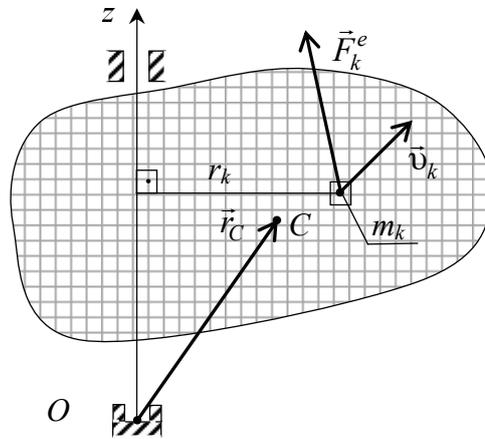


Рис. 6.4

Радиус-вектор центра масс (точки C) определяется соотношением

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^N m_k \vec{r}_k}{m}, \quad (6.11)$$

где \vec{r}_k – радиус-векторы частиц, на которые мысленно можно разбить тело массой m .

Из сопоставления (6.9) и (6.10) следует, что, поскольку масса m во 2-м законе Ньютона является мерой инертности материальной точки, то момент инерции I_z является мерой инертности для вращательного движения тела.

2. Описание установки и метода измерений

Общий вид маятника Обербека изображен на рис. 6.5, а. На вертикальной стойке имеется подшипниковый узел, на котором

укреплен двухступенчатый блок 4 с четырьмя стержнями 5, образующими крестовину. На стержнях 5 крестовины выполнены кольцевые выточки через 1 см друг от друга, первая из которых находится на расстоянии $d_1 = 4$ см от оси вращения, а последняя – на расстоянии 25 см. Они позволяют закрепить четыре передвигающихся груза 1 на заданном расстоянии d от оси вращения. На одну из ступеней блока 4 наматывается нить, перекинутая через блок 6, к ее концу прикреплена

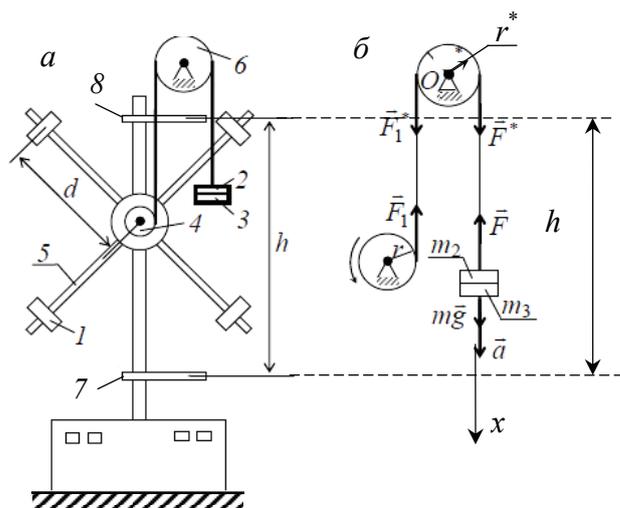


Рис. 6.5

нагрузочная площадка 3.

На стойке имеются нижний неподвижный 7 и верхний подвижный 8 кронштейны с фотоэлектрическими датчиками. Для измерения высоты h между датчиками на стойке нанесена миллиметровая шкала. При утопленной кнопке «ПУСК» и нажатой кнопке «СЕТЬ» нить наматывают на блок 4 до тех пор, пока нижняя плоскость площадки 3 с

грузами 2 не окажется немного выше риски, нанесенной на верхнем кронштейне, т. е. выше светового луча фотоэлектрического датчика. После этого кнопка «ПУСК» отпускается, а тормозной электромагнит прижимает фрикционную муфту и удерживает маятник вместе с грузами в состоянии покоя. Следующее нажатие кнопки «ПУСК» освобождает маятник, и он начинает вращаться под действием нагруженной площадки 3. При пересечении площадкой 3 светового луча верхний фотоэлектрический датчик включает секундомер, шкала которого установлена на передней панели основания прибора. Площадка с грузами совершает поступательное, а маятник – вращательное движения. При пересечении площадкой светового луча нижнего фотоэлектрического датчика на кронштейне 7 автоматически выключается секундомер и включается тормозной электромагнит.

Пренебрегая сопротивлением воздуха и трением в подшипнике, можно воспользоваться формулами равноускоренного движения маятника из состояния покоя и получить формулу для косвенного измерения углового ускорения ε блока 4 с крестовиной:

2. В соответствии с номером звена в подгруппе определите расстояние d по формуле $d = 0,11 + 0,02m$ и расстояние $h = 0,41 + 0,01m$ (в метрах, m – номер Вашего звена в подгруппе). Если номер звена в подгруппе *нечетный*, то используется груз массой $m_2 = 43$ г, если *четный*, то $m_2 = 84$ г.

3. Закрепите передвижные грузы l массой m_1 (массы указаны на самих грузах) на четырех стержнях крестовины на расстоянии d . Штангенциркулем измерьте размеры груза l (его толщину l и диаметр $D = 2R$), а также радиус r используемой ступени блока 4.

4. Небольшими смещениями грузов l отцентрируйте маятник для двух взаимно перпендикулярных положений крестовины. Если центровка выполнена правильно, то маятник при отсутствии натяжения нити при любой ориентации будет находиться в равновесии (безразличное равновесие).

5. Зафиксируйте верхний передвижной кронштейн 8 на заданной высоте h так, чтобы его верхняя плоскость совпадала с соответствующим делением шкалы на стойке. Вставьте вилку кабеля питания установки в розетку электрической сети.

6. Положите на нагрузочную площадку 3 массой m_3 заданный груз массой m_2 , тогда масса, создающая ускорение, будет равна $m = m_2 + m_3$ (значение m_3 указано на площадке). Закрепите конец нити на ступени радиусом r блока 4. *Утопите* кнопку «ПУСК» и *нажмите* кнопку «СЕТЬ».

7. Вращая маятник, наматывайте нить на выбранную ступень диска до тех пор, пока нижняя плоскость нагрузочной площадки 3 не поднимется чуть выше линии, нанесенной на верхнем кронштейне. *Отпустите* кнопку «ПУСК», при этом электромагнит прижмет фрикционную муфту и будет удерживать крестовину в состоянии покоя.

8. *Нажмите* кнопку «СБРОС» и *утопите* кнопку «ПУСК». Как только площадка 3 начнет двигаться, она закроет световой луч и верхний фотодатчик запустит секундомер¹. Он остановится в тот момент, когда площадка закроет световой луч нижнего фотодатчика. Значение t_1 занесите в таблицу. *Нажмите* кнопку «СБРОС». Пункты 7, 8 опыта повторите еще 5 раз ($i = 2, \dots, 6$).

¹ Если секундомер не запустился, то, не ожидая, пока груз опустится вниз, задержите крестовину и повторно выполните пункт 7.

9. Рассчитайте среднее значение времени \bar{t} , затем, используя \bar{t} , по формуле (6.12) вычислите среднее угловое ускорение $\bar{\varepsilon}$.

10. В соответствии с методикой прямых измерений определите приборные погрешности Δr , Δh и случайную погрешность Δt при доверительной вероятности $p = 0,95$. Самостоятельно выведите формулу для относительной погрешности δ_ε косвенного измерения углового ускорения (с помощью формулы (6.12)), которая имеет следующий вид:

$$\delta_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}. \quad (6.15)$$

Вычислите относительную δ_ε и абсолютную $\Delta\varepsilon$ погрешности ($\Delta\varepsilon = \delta_\varepsilon \bar{\varepsilon}$).

11. По формуле (6.14) рассчитайте теоретическое ускорение $\varepsilon^{(т)}$. Учтите, что момент инерции маятника $I_z = I_0 + 4I_1$, где $I_0 = 4,71 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ – момент инерции крестовины без грузов, а момент инерции I_1 груза I на расстоянии d от оси вращения вычисляйте как для материальной точки ($I_1 = m_1 d^2$).

12. Рассчитайте значение момента инерции I_1^* груза I как для цилиндра радиусом $R = D / 2$ и высотой l , используя формулу

$$I_1 = m_1 \left(\frac{l^2}{12} + \frac{R^2}{4} \right) + m_1 d^2,$$

которая получена с помощью теоремы Штейнера. Рассчитайте уточненные значения I_z и $\varepsilon^{(т)}$.

13. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение для угловой скорости и углового ускорения тела во вращательном движении. 2. Как определяются вектор момента силы относительно центра и его модуль? 3. Что называется плечом силы относительно центра? 4. Запишите формулу для момента инерции твердого тела. Какой физический смысл имеет осевой момент инерции? 5. Сформулируйте и запишите математически закон движения центра масс системы и основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

Лабораторная работа № 7 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Цель работы: изучить закон сохранения механической энергии и освоить метод его проверки с помощью маятника Максвелла.

1. Теоретическое введение

Для материальной точки массой m , движущейся со скоростью v , кинетическая энергия $K = mv^2/2$, поэтому кинетическая энергия системы из N материальных точек с учетом ее аддитивности рассчитывается по формуле

$$K_{\text{сист}} = \sum_{k=1}^N \frac{m_k v_k^2}{2}. \quad (7.1)$$

При поступательном движении тела массой m все его частицы массой m_k , на которые мысленно можно разбить тело, имеют одинаковые скорости, равные скорости центра масс ($\vec{v}_k = \vec{v}_C$). Следовательно

$$K_{\text{пост. дв}} = \sum_{k=1}^N \frac{m_k v_k^2}{2} = \frac{v_C^2}{2} \sum_{k=1}^N m_k = \frac{m v_C^2}{2}, \quad (7.2)$$

где $m = \sum m_k$ – масса тела.

При вращательном движении тела все его частицы массой m_k движутся по окружностям радиуса r_k (рис. 6.4). Скорости этих частиц рассчитываются по формуле $v_k = \omega r_k$ (ω – угловая скорость тела (см. лаб. раб. № 6)). В результате из формулы (7.1) следует, что

$$K_{\text{вр. дв}} = \sum_{k=1}^N \frac{m_k v_k^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{k=1}^N m_k r_k^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}, \quad (7.3)$$

где $I_z = \sum m_k r_k^2$ – момент инерции тела относительно оси z .

Для консервативных сил, работа которых не зависит от формы траектории движущейся материальной точки, можно ввести понятие потенциальной энергии этой точки в силовом поле. Эта энергия по определению равна работе A консервативной силы, которая выполняется при переходе материальной точки из произвольной точки P с координатами x, y, z на нулевой уровень O , где потенциальная энергия Π полагается равной нулю, т. е.

$$\Pi(x, y, z) = A_{P \rightarrow O} = \int_{P(x, y, z)}^O \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}. \quad (7.4)$$

Примеры вычисления потенциальной энергии.

Потенциальная энергия материальной точки массой m в поле сил тяжести.

На точку массой m на высоте $h = z$ со стороны поля действует сила тяжести $\vec{F}_T = m\vec{g}$ (рис. 7.1). Скалярное произведение для элементарной работы $\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ в формуле (7.4) запишем в координатной форме:

$$\begin{aligned} \delta A &= \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \\ &= F_x dx + F_y dy + F_z dz. \end{aligned} \quad (7.5)$$

В этом примере проекции F_x и F_y для силы \vec{F}_T равны нулю, а $F_z = -mg$. Нулевой уровень O для потенциальной энергии выберем при $z = 0$, т. е. на горизонтальной плоскости xy . В результате с помощью (7.4) получим

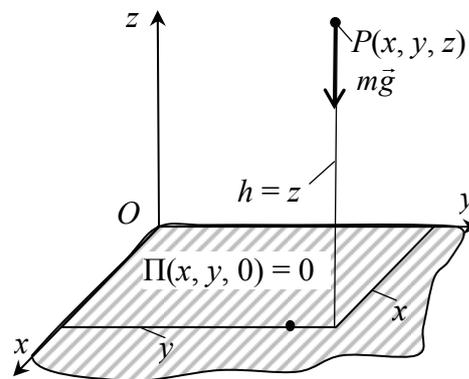


Рис. 7.1

$$\Pi(x, y, z) = \int_{P(x, y, z)}^O \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = \int_z^0 F_z dz = -mg \int_z^0 dz = mgh. \quad (7.6)$$

Потенциальная энергия сил упругости.

В соответствии с законом Гука сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ деформированной пружины пропорциональна ее абсолютной деформации $x = \Delta l = l - l_0$ (рис. 7.2), l_0 – длина недеформированной пружины), тогда ее проекция

$$F_x^{\text{упр}} = -kx, \quad (7.7)$$

где k – коэффициент жесткости пружины.

Из определения (7.4) найдем

$$\Pi(x) = \int_{P(x)}^0 F_x dx = -k \int_x^0 x dx = \frac{kx^2}{2}. \quad (7.8)$$

Здесь нулевой уровень выбран в положении, которое соответствует недеформированной пружине длиной l_0 , т. е. в точке O .

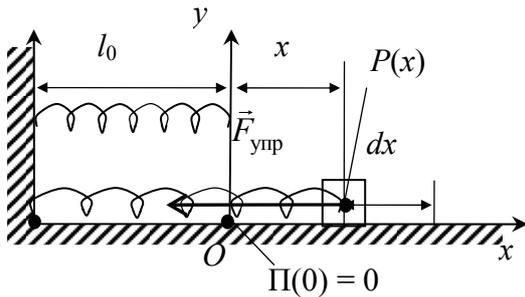


Рис. 7.2

Потенциальная энергия гравитационного поля.

Сила всемирного тяготения (гравитации) определяется по формуле $F_{\text{гр}} = \gamma m_1 m_2 / r^2$, γ – гравитационная постоянная; r – расстояние между точечными массами m_1 и m_2 .

Выполняя расчеты, будем считать, что точка массой m_1 неподвижна, а точка массой m_2 движется (рис. 7.3). Далее учтем, что, поскольку работа консервативных сил не зависит от формы траектории, то наиболее удобно провести интегрирование вдоль радиального направления (т. е. оси r), выбрав нулевой уровень на бесконечности ($\Pi(\infty) = 0$). В результате получим

$$\Pi(r) = \int_{P(x)}^{\infty} \vec{F}_{\text{гр}} \cdot d\vec{r} = -\gamma m_1 m_2 \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}. \quad (7.9)$$

Если на систему материальных точек и (или) тел действуют диссипативные силы, то для этой системы *механическая энергия* $E = K + \Pi$ будет изменяться. Изменение механической энергии определяется работой $A_{\text{дис}}$ диссипативных сил:

$$E_2 - E_1 = A_{\text{дис}}. \quad (7.10)$$

Работа диссипативных сил, т. е. сил трения и сопротивления, отрицательна, поэтому энергия E уменьшается, превращаясь в тепловую энергию, которая рассеивается в окружающей среде, т. е. имеет место диссипация энергии.

Если на систему действуют только *консервативные силы* (внешние и внутренние), т. е. $A_{\text{дис}} = 0$, из (7.10) следует, что механическая энергия сохраняется ($E = K + \Pi = \text{const}$). Это утверждение называют *законом сохранения механической энергии*.

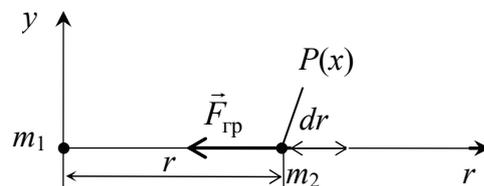


Рис. 7.3

2. Описание установки и метода измерений

Маятник Максвелла (рис. 7.4, а) представляет собой массивный диск 1 на оси 2, подвешенной на двух нитях 3, которые за-

креплены на неподвижном верхнем кронштейне 4 (*бифилярная подвеска*). При вращении диска 1 нити наматываются (или разматываются) на ось, которая при этом движется поступательно в вертикальном направлении. Подвижный кронштейн 5 можно перемещать вдоль вертикальной стойки, на которую нанесена миллиметровая шкала для установления заданного расстояния h_1 между кронштейнами. В кронштейнах 4 и 5 находятся фотоэлектрические датчики. Ворот 6 используется для закрепления и регулирования длины бифилярной подвески маятника, а электромагнит 7 – для удержания маятника в верхнем положении.

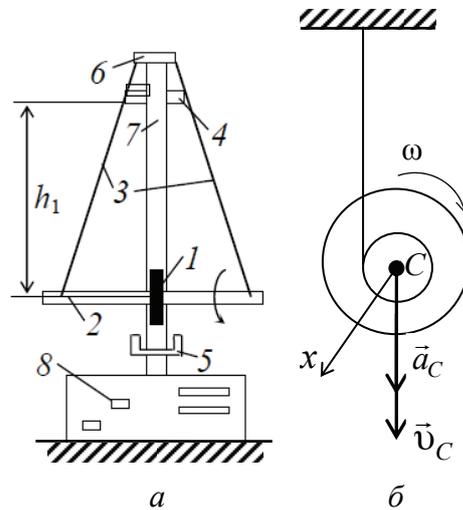


Рис. 7.4

Для изменения момента инерции маятника на диск 1 накладываются кольца разной массы. Время падения измеряется с помощью секундомера 8.

Если поднять маятник в верхнее положение и отпустить его, то под действием силы тяжести ось Cx маятника начнет опускаться (рис. 7.4, б). Пренебрегая силами сопротивления воздуха и неупругой деформацией нитей, можно воспользоваться формулами равноускоренного движения и получить расчетную формулу для *косвенного измерения* скорости оси, т. е. центра масс C маятника в его нижнем положении (после опускания на высоту h_1):

$$h_1 = \frac{a_C t^2}{2}, \quad v_2 = a_C t \quad \Rightarrow \quad v_C = \frac{2h_1}{t}. \quad (7.11)$$

С другой стороны, пренебрегая диссипативными силами (сопротивлением воздуха и неупругой деформацией нитей), можно использовать *закон сохранения механической энергии*. В верхнем положении маятник массой m обладает потенциальной энергией $\Pi = mgh$. Перемещаясь на расстояние h в нижнее положение, потенциальная энергия маятника переходит в кинетическую энергию поступательного и вращательного движений. Приравнявая механическую энергию в верхнем и нижнем положениях маятника, получим

$$mgh = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_{Cx}\omega^2}{2}. \quad (7.12)$$

Угловая скорость ω диска маятника связана со скоростью его поступательного движения, т. е. со скоростью v_C его центра масс ($\omega = v_C / R_o$, где R_o – радиус оси). После подстановки $\omega = v_C / R_o$ в формулу (7.12) получаем теоретическую формулу для скорости центра масс маятника:

$$v_C^{(т)} = \sqrt{\frac{2mgh}{I_{Cx} + mR_o^2}} R_o. \quad (7.13)$$

Используя свойство аддитивности, находим массу и осевой момент инерции маятника по следующим формулам:

$$m = m_o + m_d + m_k, \quad I_{Cx} = I_o + I_d + I_k, \\ I_o = \frac{m_o R_o^2}{2}, \quad I_d = \frac{m_d (R_d^2 + R_o^2)}{2}, \quad I_k = \frac{m_k (R_k^2 + R_d^2)}{2}, \quad (7.14)$$

где m_o , m_d , m_k и R_o , R_d , R_k – соответственно массы и внешние радиусы оси, диска и кольца.

Полностью избавиться от действия неконсервативных сил сопротивления и неупругой деформации нитей в любой реальной механической системе практически невозможно. Действие этих сил приводит к частичной потере механической энергии и превращению ее в теплоту (диссипация, т. е. рассеяние энергии в окружающей среде). Потери механической энергии маятника можно оценить, наблюдая за его дальнейшим движением после достижения нижнего положения. Диск, вращаясь по инерции в прежнем направлении, приводит к наматыванию нити в направлении, противоположном начальному. В результате происходит подъем маятника. В идеальном случае (при отсутствии диссипации) максимальная высота h_2 подъема была бы в точности равна первоначальной высоте h_1 . Практически на опыте маятник поднимается на меньшую высоту $h_2 = h_1 - \Delta h_{12}$. Таким образом, потеря механической энергии за время опускания и подъема равна $mg\Delta h_{12}$, а за время опускания она равна половине этой потери, т. е. $mg\Delta h_{12} / 2$. Поэтому, если в формуле (7.13) используем значение $h = h_1$, то получаем завышенное значение теоретической скорости $v_C^{(т)}$ по сравнению с ее истинным значением. Для учета этой *системати-*

ческой погрешности нужно в левой части уравнения (7.12) использовать только ту часть потенциальной энергии, которая фактически превращается в кинетическую энергию маятника, поэтому надо положить

$$h = h_1 - \frac{\Delta h_{12}}{2}. \quad (7.15)$$

Совпадение значений скорости v_C , рассчитанных по формулам (7.11) и (7.13) с учетом (7.15), будет свидетельствовать о выполнении закона сохранения механической энергии, который был использован при выводе формулы (7.13).

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для занесения и обработки результатов измерений.

$h_1 =$; $m_0 =$; $m_d =$; $m_k =$; $D_0 =$; $D_d =$; $D_k =$										
i	$m,$	$h,$	$\Delta h_{12},$	$t_i,$	$\bar{t},$	$\Delta t,$	$v_C,$	$v_C^{(T)},$	$\Delta v,$	$\varepsilon_v,$

2. В комплекте к установке возьмите кольцо, номер которого совпадает с номером группы в потоке. Если номер звена в подгруппе четный, то $h_1 = 38$ см, если нечетный – $h_1 = 41$ см.

3. Установите подвижный кронштейн 5 так, чтобы его указатель высоты совпал с заданным значением h_1 . Наложите кольцо на диск, прижимая до упора. Массы оси, диска и кольца и их диаметры, указанные на этих деталях маятника, занесите в таблицу.

4. Придерживая ворот 6, отпустите его стопорную гайку. Вращая ворот, установите длину нитей подвески, при которой нижний край кольца маятника будет примерно на 3 мм ниже оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика (на уровне оптической оси датчика на кронштейне нанесена горизонтальная линия). Одновременно произведите корректировку подвески маятника, обращая внимание на то, чтобы его ось была параллельной основанию прибора. Блокируйте ворот, зажав гайку. Включите вилку шнура в розетку и нажмите кнопку «СЕТЬ». Утопите кнопку «ПУСК».

5. Вращая маятник, намотайте на вал нити подвески. Следите, чтобы она наматывалась равномерно, виток к витку. Отпустите кнопку «ПУСК» и зафиксируйте маятник с помощью электромагнита

в верхнем положении. Если при удерживании электромагнитом маятника нити подвески *слишком натянуты*, поверните диск маятника так, чтобы точки на ободе кольца сместились на 2–3 мм в обратном направлении по отношению к наматыванию нити.

6. *Нажмите* кнопку «СБРОС», затем *утопите* кнопку «ПУСК». Как только маятник начнет падать, откроется световой поток, падающий на верхний фотодатчик. В результате включится секундомер, который выключится, как только маятник перекроет световой поток, падающий на нижний фотодатчик. Тем самым будет измерено время t падения маятника. Продолжайте следить за маятником во время подъема и задержите его на максимальной высоте. Измерьте расстояние Δh_{12} между верхним краем кольца и линией на корпусе электромагнита. Значения t и Δh_{12} занесите в таблицу.

7. Пункты 5, 6 опыта повторите еще 5 раз ($i = 2, \dots, 6$). Выключите установку.

8. Найдите среднее значение \bar{t} и по формуле (7.11) рассчитайте среднее значение скорости \bar{v}_C .

9. По формуле (7.13) с учетом (7.14), (7.15) вычислите теоретическое значение скорости $v_C^{(r)}$.

10. Согласно методике прямых измерений определите абсолютные погрешности Δh_1 и Δt (Δh_1 рассматривайте как приборную погрешность, а Δt – как случайную). *Самостоятельно* выведите формулу для относительной погрешности ε_v косвенного измерения скорости, которая имеет следующий вид:

$$\varepsilon_v = \sqrt{\left(\frac{\Delta h_1}{h_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}.$$

Вычислите ε_v , а также абсолютную погрешность $\Delta v = \varepsilon_v v_C$.

11. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Как определяется кинетическая энергия материальной точки, а также твердого тела в поступательном и вращательном движениях? 2. Как определить, является сила консервативной или диссипативной? Приведите примеры таких сил. 3. Дайте определение потенциальной энергии. Приведите примеры ее расчета. 4. В каком случае энергия механической системы сохраняется?

Лабораторная работа № 8 ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Цель работы: изучить закон сохранения момента импульса; измерить скорость полета пули методом крутильного баллистического маятника.

1. Теоретическое введение

Момент импульса \vec{l}_O материальной точки M относительно точки O рассчитывается по формуле, которая аналогична моменту силы \vec{F} относительно центра O (см. лаб. раб. № 6), т. е.

$$\vec{l}_O = \vec{r} \times m\vec{v} \Rightarrow \text{модуль } l_O = rmv \sin(\hat{r}, \hat{v}) = mvh, \quad (8.1)$$

где h – плечо импульса $\vec{p} = m\vec{v}$ относительно точки O .

Направление вектора \vec{l}_O определяется по правилу векторного произведения двух векторов, т. е., например, по правилу правой руки. Для векторов, изображенных на рис. 8.1, *а* момент импульса \vec{l}_O направлен перпендикулярно плоскости рисунка «от нас».

Если тело вращается с угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси Oz (рис. 8.1, *б*), которая перпендикулярна рисунку, то все его частицы массами m_k движутся по окружностям с радиусами r_k . Их линейная скорость $v_k = \omega r_k$, а модуль импульса $p_k = m_k v_k = m_k r_k \omega$.

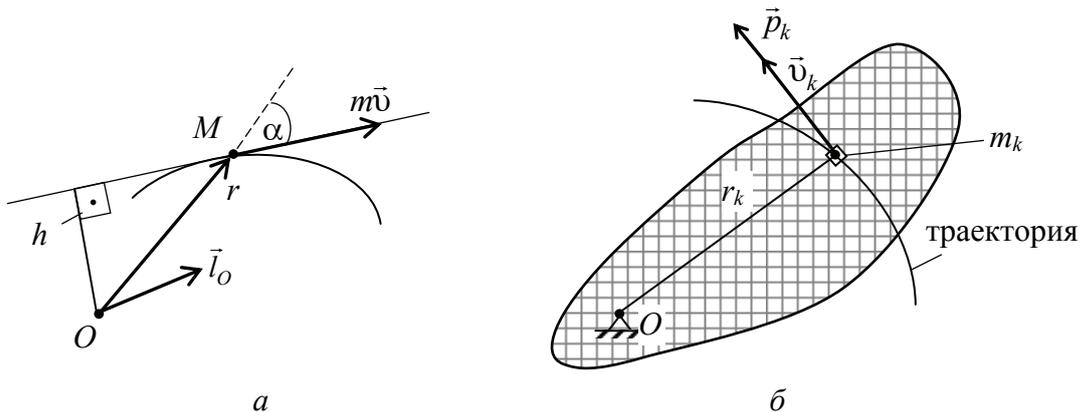


Рис. 8.1

Модуль момента импульса тела относительно оси Oz равен сумме моментов импульсов всех частиц тела (свойство аддитивности):

$$L_z = \sum_{k=1}^N p_k h_k = \omega \sum_{k=1}^N m_k r_k^2 \Rightarrow L_z = I_z \omega, \quad (8.2)$$

где h_k – плечо импульса \vec{p}_k относительно оси Oz ; $I_z = \sum_{k=1}^N m_k r_k^2$ – осевой момент инерции тела (см. лаб. раб. № 6).

Скорость изменения момента импульса \vec{L}_O механической системы относительно центра O равна сумме моментов всех внешних сил \vec{F}_k^e , действующих на точки и тела этой системы, т. е.

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_{k=1}^N \vec{M}_O(\vec{F}_k^e). \quad (8.3)$$

Если сумма моментов всех внешних сил равна нулю во время движения, то вектор \vec{L}_O не изменяется во времени, т. е. $\vec{L}_O = \text{const}$ (закон сохранения момента импульса \vec{L}_O). В частном случае, если сумма моментов всех внешних сил относительно оси Oz все время равна нулю, то момент импульса системы относительно этой оси не изменяется, т. е. $L_z = \text{const}$ (закон сохранения проекции вектора \vec{L}_O).

2. Описание установки и метода измерений

Крутильный баллистический маятник (рис. 8.2) выполнен в виде крестовины, подвешенной на проволочном тросе 11 к кронштейну 10 . Для устранения маятниковых боковых колебаний к крестовине с помощью троса $11'$ крепится тяжелый груз 9 . Покрытая слоем пластилина мишень 5 укреплена на правом конце горизонтальной штанги, по которой могут перемещаться три цилиндрических груза $6, 7, 8$. Меньший из них 6 служит для уравнивания мишени, а два одинаковых цилиндрических груза 7 и 8 служат для изменения момента инерции маятника. Для определения угла поворота φ маятника используется лазер 12 , прикрепленный к оси крестовины. Угол φ определяется по смещению S светового зайчика 13 по круговой шкале радиуса R (на рис. 8.2 она не показана), т. е. $\varphi = S/R$.

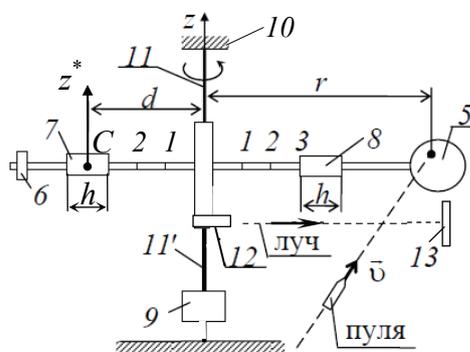


Рис. 8.2

После выстрела пули массой m , летящая со скоростью v , попадает в мишень и застревает в ней, создавая в пластине углубление, на расстоянии r от оси вращения. Рассмотрим движение системы, состоящей из маятника и пули. Моменты всех внешних сил (сил тяжести, сил реакции опор), действующих во время удара на систему, относительно оси вращения z равны нулю (почему это так, разберитесь *самостоятельно*, изобразив все внешние силы на рис. 8.2). Поэтому применяем закон *сохранения проекции момента импульса* относительно этой оси ($L_{1z} = L_{2z}$, где $L_{1z} = mvr$ – момент импульса пули до попадания ее в мишень маятника; $L_{2z} = (I_z + mr^2)\omega$ – момент импульса системы после попадания пули), т. е.

$$mvr = (I_z + mr^2)\omega, \quad (8.4)$$

где I_z и mr^2 – моменты инерции маятника и пули относительно оси вращения соответственно; ω – угловая скорость вращения системы маятник – пуля сразу после соударения.

Начальная *кинетическая энергия* вращающегося маятника с застрявшей после удара пулей ($K_{\text{вп}} = (I_z + mr^2)\omega^2 / 2$) постепенно превращается в энергию упругой деформации кручения двух одинаковых проволок подвески, так что в момент остановки маятника в *крайнем положении* потенциальная энергия $\Pi = 2f\varphi_M^2 / 2$ (f – модуль кручения проволоки; φ_M – максимальный угол поворота маятника).

В соответствии с *законом сохранения энергии* (если пренебречь сопротивлением воздуха) получим

$$\frac{(I_z + mr^2)\omega^2}{2} = \frac{2f\varphi_M^2}{2}. \quad (8.5)$$

Исключая из уравнений (8.4) и (8.5) неизвестную угловую скорость ω и учитывая, что $\varphi = S / R$, получим расчетную формулу для *косвенного измерения* скорости v пули (сделайте это *самостоятельно*):

$$v = \frac{S}{mrR} \sqrt{2f(I_z + mr^2)}. \quad (8.6)$$

Используя свойство аддитивности и теорему Штейнера, найдем момент инерции I_z маятника:

$$I_z = I_{\text{кр}} + 2I_{\text{цил}} = I_{\text{кр}} + 2M \left(\frac{1}{12} h^2 + \frac{1}{4} R_{\text{цил}}^2 + d^2 \right), \quad (8.7)$$

где $I_{кр}$ – момент инерции крестовины с мишенью 5 и противовесом 6;
 $I_{цил} = I_{Cz^*}^{цил} + Md^2$ – момент инерции цилиндрических грузов 7, 8 относительно оси вращения маятника.

Параметры установки. Модуль кручения проволоки $f = 4,5 \cdot 10^{-2}$ Н·м. Момент инерции крестовины с мишенью и противовесом $I_{кр} = 0,18$ кг·м². Масса M , высота h и радиус $R_{цил}$ подвижных цилиндров: $M = 1,82$ кг; $h = 8$ см; $R_{цил} = 3$ см.

Расстояния d от оси вращения маятника до центра тяжести S подвижных цилиндрических грузов при совмещении их ближайших к оси z оснований с метками на горизонтальной штанге крестовины, см: для первой метки $d_1 = 8,5$; для второй – $d_2 = 9,5$; для третьей – $d_3 = 10,5$; для четвертой – $d_4 = 11,5$ для пятой – $d_5 = 12,5$; для шестой – $d_6 = 13,5$; для седьмой – $d_7 = 14,5$; для восьмой – $d_8 = 15,5$. Массы m пуль указаны на крышке коробки с пулями (номер пули соответствует числу круговых меток, нанесенных на поверхности этой пули).

3. Порядок выполнения работы

1. Результаты измерений и расчетов, а также единицы измерения величин занесите в таблицу.

$R =$		$m =$		$d =$		
i	$r,$	$S,$	$v_i,$	$\bar{v},$	$\Delta v,$	$\varepsilon_v, \%$

2. Измерьте расстояние R от оси вращения z до круговой шкалы.

3. В комплекте к работе возьмите пулю, число меток (выточек) на которой совпадает с номером Вашего звена в подгруппе, и занесите ее массу в таблицу.

4. Расположите цилиндрические грузы 7 и 8 симметрично, так, чтобы они своими ближайшими к оси основаниями были совмещены с меткой, номер которой в направлении от оси совпадает с номером группы в потоке, и определите расстояние d . Включите вилку шнура источника света (лазера) в розетку сети.

5. Произведите 6 выстрелов, каждый раз измеряя *максимальное* смещение S светового зайчика (равное амплитуде последующих колебаний маятника) и расстояние r от оси вращения до точки попадания пули в мишень. Отключите установку от сети.

6. Вычислите момент инерции маятника по формуле (8.7), а по формуле (8.6) для каждого опыта (выстрела) рассчитайте скорость пули v_i и найдите ее среднюю скорость \bar{v} .

7. Определите случайную абсолютную Δv и относительную ϵ_v погрешности серии измерений скорости пули по методике прямых измерений (при доверительной вероятности $p = 0,95$).

8. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Как определяется вектор момента импульса материальной точки и его модуль? 2. Что называется плечом импульса материальной точки относительно центра? 3. Как определяется осевой момент инерции твердого тела и какой физический смысл он имеет? 4. Сформулируйте условие сохранения момента импульса системы относительно оси вращения. Запишите формулу для момента импульса тела во вращательном движении. 5. Сформулируйте словами и запишите математически теорему Штейнера. Приведите примеры аддитивных физических величин.

Лабораторная работа № 9 ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Цель работы: измерить период колебаний физического маятника, рассчитать приведенную длину и осевой момент инерции; с помощью математического маятника измерить ускорение свободного падения.

1. Теоретическое введение

Математический маятник – это материальная точка массой m (шарик), подвешенная на тонкой нити длиной l . Если пренебречь силой сопротивления воздуха, то после отклонения шарика из положения равновесия маятник совершает незатухающие колебания под действием силы тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и силы натяжения \vec{T} нити. Из 2-го закона Ньютона в проекции на касательную к траектории шарика (рис. 9.1) получается дифференциальное уравнение движения математического маятника как одномерного осциллятора:

$$ma_{\tau} = -mg \sin \alpha \Rightarrow \frac{d^2 s}{dt^2} + g \sin \alpha = 0 \Rightarrow \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{g}{l} s = 0. \quad (9.1)$$

Здесь $s = l\alpha$ – дуговая координата шарика в естественном способе описания движения, для малых углов $\sin \alpha \approx s/l$; касательное ускорение $a_{\tau} = dv/dt = d^2 s/dt^2$; для краткой записи дифференциального уравнения двумя точками обозначена вторая производная от s по времени t .

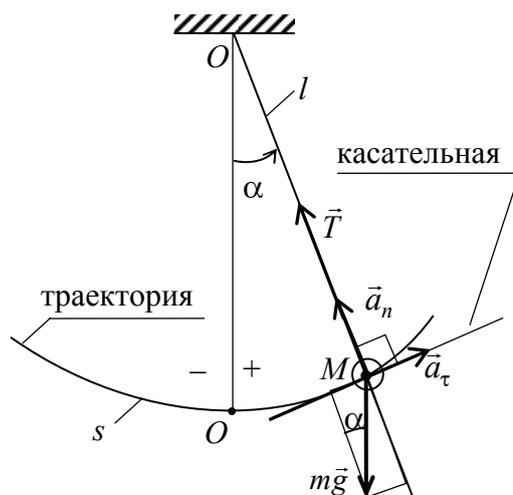


Рис. 9.1

Решение дифференциального уравнения (9.1) для осциллятора описывает незатухающие гармонические колебания:

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T_0^{\text{мат}} = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad (9.2)$$

где A – амплитуда колебаний; $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ – собственная циклическая частота; $\nu_0 = 1/T_0^{\text{мат}}$; $T_0^{\text{мат}}$ – период собственных колебаний математического маятника; $\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний; φ_0 – начальная фаза.

Физическим маятником называется твердое тело, имеющее неподвижную горизонтальную ось вращения, которая не проходит через его центр тяжести C (ось Ox перпендикулярна плоскости рис. 9.2). Воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения маятника (см. лаб. раб. № 6), движущегося под действием силы тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и реакции \vec{R}_O цилиндрического шарнира O (силами сопротивления пренебрегаем). Рассчитав моменты этих сил относительно оси Ox , получим

$$I_x \varepsilon = -mgl_0 \sin \alpha, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}, \quad (9.3)$$

где I_x – осевой момент инерции маятника; ε – угловое ускорение; $\omega = d\alpha / dt$ – угловая скорость.

Для малых углов $\sin \alpha \approx \alpha$ (в радианах) и уравнение (9.3) запишем в виде дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами ($\varepsilon = d^2\alpha / dt^2 \equiv \ddot{\alpha}$):

$$I_x \ddot{\alpha} = -mgl_0 \alpha \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{mgl_0}{I_x} \alpha = 0. \quad (9.4)$$

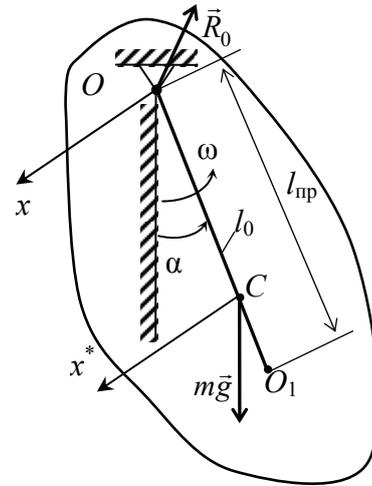


Рис. 9.2

Его решение определяет незатухающие колебания физического маятника:

$$\alpha = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgl_0}{I_x}}. \quad (9.5)$$

Период собственных колебаний физического маятника

$$T_0^{\text{физ}} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I_x}{mgl_0}}. \quad (9.6)$$

По определению *приведенная длина* $l_{\text{пр}}$ физического маятника равна длине l такого математического маятника, который совершает колебания с циклической частотой $\omega_0^{\text{мат}}$, равной циклической частоте $\omega_0^{\text{физ}}$ физического маятника. Его момент инерции $I_x = I_{Cx^*} + ml_0^2$ (теорема Штейнера), т. е.

$$\begin{aligned} \omega_0^{\text{мат}} = \omega_0^{\text{физ}} &\Rightarrow \frac{g}{l_{\text{пр}}} = \frac{mgl_0}{I_x} \Rightarrow \\ \Rightarrow l_{\text{пр}} &= \frac{I_x}{ml_0} = \frac{I_{Cx^*} + ml_0^2}{ml_0} = l_0 + \frac{I_{Cx^*}}{ml_0} \Rightarrow l_{\text{пр}} > l_0. \end{aligned} \quad (9.7)$$

Если маятник закрепить в точке O_1 на расстоянии $l_{\text{пр}}$ от точки O , создав *оборотный маятник*, то окажется, что период колебаний относительно точки O_1 будет равен периоду колебаний относительно точки O . Точка O_1 называется *центром колебаний оборотного маятника*.

2. Описание установки и метода измерений

Общий вид установки изображен на рис. 9.3. На вертикальной стойке закреплены верхний 1 и нижний 2 кронштейны.

На кронштейне 1, который может поворачиваться вокруг вертикальной оси, имеется опорная площадка 4 для подвешивания физического маятника и ворот 3, предназначенный для регулирования длины l математического маятника,

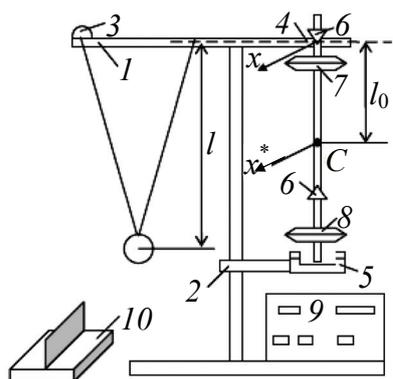


Рис. 9.3

измеряемой по шкале на стойке. Нижний кронштейн 2 с фотоэлектрическим датчиком 5 может перемещаться вдоль стойки и фиксироваться на заданной высоте. Физический маятник состоит из стального стержня, на котором закреплены опорные призмы 6, повернутые лезвиями (опорными ребрами) навстречу друг другу, и две чечевицы (верхняя – 7, нижняя – 8). На стержне через 1 см сделаны *кольцевые выточки*,

предназначенные для надежного крепления призм и чечевиц стопорными винтами. Время и число колебаний измеряются с помощью секундомера 9. Подставка 10 используется для определения положения центра масс C маятника.

Измерив период T_0 колебаний математического маятника длиной l , можно найти ускорение свободного падения *косвенным способом*, т. е.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T_0^2}. \quad (9.8)$$

Для физического маятника массой m , который совершает колебания относительно горизонтальной оси x , используем формулу (9.6) для периода его незатухающих колебаний:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_x}{mgl_0}} \quad \Rightarrow \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\text{пр}}}{g}}, \quad l_{\text{пр}} = \frac{gT_0^2}{4\pi^2}, \quad (9.9)$$

где $l_{\text{пр}} = I_x / (ml_0)$ – приведенная длина физического маятника (см. формулу (9.7)); I_x – осевой момент инерции маятника относительно оси x ; l_0 – расстояние от его центра масс C до оси x (рис. 9.2).

Из формулы (9.7) следует, что с учетом теоремы Штейнера приведенная длина

$$l_{\text{пр}} = \frac{I_x}{ml_0} = \frac{I_{Cx^*} + ml_0^2}{ml_0} = l_0 + \frac{I_{Cx^*}}{ml_0}, \quad (9.10)$$

где I_{Cx^*} – осевой момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс C маятника.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте табл. 9.1 для занесения и обработки результатов измерений для *физического маятника*.

Таблица 9.1

$l =$		$l_0 =$		$m_{\text{ст}} = 0,363 \text{ кг};$		$m_{\text{чеч}} = 1,113 \text{ кг};$		$d =$		$r_1 =$		$r_2 =$	
i	$N_i,$	$t_i,$	$T_i,$	$\bar{T},$	$l_{\text{пр}}^{\text{эксп}},$	$l_{\text{пр}}^{\text{теор}},$	$I_{Cx'}^{\text{эксп}},$	$I_{Cx'}^{\text{теор}},$					

2. В начале опытов лезвие опорной призмы 6 (рис. 9.3) должно быть закреплено на расстоянии 5–7 см от верхнего конца стержня, а центр верхней чечевицы 7 – на расстоянии, меньшем или равном 10 см от лезвия верхней опорной призмы. Нижнюю чечевицу 8 закрепите на расстоянии $b = (3 + n)$ см (n – номер Вашего звена в подгруппе) от нижнего конца стержня. **Призму и чечевицы** надо закрепить так, чтобы **острие стопорных винтов** попадало в кольцевую выточку на стальном стержне.

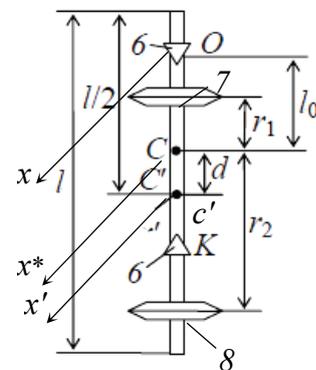


Рис. 9.4

3. Подвесьте маятник верхней призмой 6 на опорную площадку 4 верхнего кронштейна 1. Нижний кронштейн 2 с фотоэлектрическим датчиком 5 закрепите так, чтобы нижний конец стержня перекрыл световой поток фотодатчика. Вставьте вилку шнура питания установки в розетку сети и *нажмите* кнопку «СЕТЬ».

4. Выберите число колебаний $N \geq 20$. Отклоните маятник на $5-6^\circ$, *нажмите* кнопку «СБРОС» и *отпустите* маятник. Автоматически начнется отсчет времени t и числа колебаний N . После $(N-1)$ -го

колебания *нажмите* кнопку «СТОП» и подождите, пока маятник выполнит еще одно колебание, прежде чем отсчет времени и числа колебаний прекратится.

5. Пункт 4 повторите еще три раза при других значениях числа N .

6. С помощью подставки 10 определите положение центра масс C физического маятника и измерьте расстояние l_0 от точки C до точки подвеса O маятника (рис. 9.4), а также расстояния r_1, r_2 от центров чечевиц до точки C и расстояние d между точками C и C' (C' – центр масс стержня).

7. Найдите периоды колебаний $T_i = t_i / N_i$ для всех опытов и их среднее значение $\bar{T}_{\text{физ}}$. Затем по формуле (9.9) рассчитайте приведенную длину $l_{\text{пр}}^{\text{эксп}}$, используя значение $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Из формулы (9.10) найдите экспериментальное значение осевого момента инерции $I_{C^*}^{\text{эксп}}$ физического маятника ($m = m_{\text{ст}} + 2m_{\text{чеч}}$).

8. Расположите лезвия нижней призмы 6 на расстоянии $l_{\text{пр}}^{\text{эксп}}$ от лезвия верхней призмы и, подвесив маятник на нижней призме, выполните пункт 4. Сравните периоды колебаний обратного маятника на верхней и нижней призмах (далее перейдите к выполнению пункта 12, а расчеты в соответствии с пунктами 9–11 проведите после окончания экспериментов).

9. Случайную погрешность ΔT определите по методике прямых измерений при доверительной вероятности $p = 0,95$, а абсолютную погрешность $\Delta l_{\text{пр}} = l_{\text{пр}} \varepsilon_{l_{\text{пр}}}$ – по методике косвенных измерений. Для этого, используя формулу (9.9) для $l_{\text{пр}}$, получите *самостоятельно* выражение для относительной погрешности $\varepsilon_{l_{\text{пр}}}$:

$$\varepsilon_{l_{\text{пр}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2}, \text{ где } \Delta g = 0,005 \text{ м/с}^2; \Delta \pi = 0,005. \quad (9.11)$$

10. По формуле $I_{C^*}^{\text{теор}} = I_{\text{ст}} + I_1^{\text{чеч}} + I_2^{\text{чеч}}$ (свойство аддитивности) вычислите теоретическое значение момента инерции маятника, где момент инерции чечевиц (как материальных точек) рассчитайте по формуле $I_{\text{чеч}} = m_{\text{чеч}} r^2$, а момент инерции стержня рассчитайте по теореме Штейнера: $I_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} l^2 / 12 + m_{\text{ст}} d^2$. Используя $I_{C^*}^{\text{теор}}$, найдите $l_{\text{пр}}^{\text{теор}}$ по формуле (9.10).

11. Сравните экспериментально измеренные и теоретически рассчитанные значения $l_{\text{пр}}$ и $I_{\text{Сх}^*}$.

12. Подготовьте табл. 9.2 для занесения и обработки результатов измерений для *математического маятника*.

Таблица 9.2

i	$l,$	N	$t,$	$\bar{T}_{\text{физ}},$	$\Delta T,$	$g,$	$\bar{g},$	$\Delta g,$

13. Поверните нижний кронштейн 2 так, чтобы математический маятник (шарик) находился над фотодатчиком 5. Установите и закрепите его так, чтобы осевая линия фотодатчика находилась на высоте, отвечающей длине l математического маятника, равной приведенной длине $l_{\text{пр}}^{\text{экс}}$ физического маятника ($l = l_{\text{пр}}^{\text{экс}}$ из табл. 9.1). Далее, вращая ворот 3, подберите длину l математического маятника так, чтобы кольцевая линия на шарике совпала с осевой линией фотодатчика, нанесенной на кронштейне 2.

14. Выполните пункты 4, 5 для математического маятника. Найдите периоды колебаний $T_i = t_i / N_i$ математического маятника, их среднее значение $\bar{T}_{\text{мат}}$ и сравните с периодом физического маятника.

15. По формуле (9.8), используя $\bar{T}_{\text{мат}}$, вычислите ускорение свободного падения g . Найдите абсолютную погрешность $\Delta g = g\varepsilon_g$, где относительная погрешность косвенного измерения ускорения g (см. выражение (9.8)) рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_g = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2}, \quad (9.13)$$

где $\Delta \pi = 0,005$; Δl – абсолютная погрешность измерения длины математического маятника, равная *половине цены деления линейки* (шкалы на стойке); ΔT – случайная абсолютная погрешность для периода колебаний, определите ее, используя методику прямых измерений при доверительной вероятности $p = 0,95$.

16. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение физического маятника. 2. Запишите дифференциальное уравнение движения осциллятора (любого ма-

ятника) и поясните, как оно получается для физического маятника. 3. Дайте определение приведенной длины физического маятника. Запишите формулы связи приведенной длины маятника с его периодом или осевым моментом. 4. Перечислите все характеристики, описывающие колебательное движение осциллятора. Приведите примеры одномерных осцилляторов (маятников).

Лабораторная работа № 10 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы: изучить свойства стоячих волн, зависимость скорости распространения поперечных колебаний частиц медной струны от силы натяжения; измерить плотность материала струны *методом резонанса*.

1. Теоретическое введение

Упругая волна – это процесс распространения колебаний частиц сплошной среды (от источника вдоль луча волны). В зависимости от вида *фронта волны* различают *плоские* и *сферические* волны (см. лаб. раб. № 11).

Продольными называются волны, в которых частицы среды совершают колебания в направлении распространения волны, т. е. вдоль луча волны.

Поперечными называются волны, в которых частицы среды совершают колебания в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, т. е. перпендикулярно лучу волны.

Волновое уравнение является дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных, т. е.

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - v^2 \left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - v^2 \Delta s = 0, \quad (10.1)$$

где $s(x, y, z, t)$ – смещение частицы среды в момент времени t от ее положения в состоянии равновесия, т. е. смещения частиц зависят от их координат в положении равновесия и времени; v – фазовая скорость волны; $\Delta = \partial^2 s / \partial x^2 + \partial^2 s / \partial y^2 + \partial^2 s / \partial z^2$ – *оператор Лапласа*.

В случае *плоской волны*, распространяющейся вдоль оси x , смещение s зависит от x и t . Тогда волновое уравнение (10.1) упрощается и имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}. \quad (10.2)$$

Решение этого дифференциального уравнения является уравнением *плоской бегущей волны*:

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \alpha_0), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (10.3)$$

где A – амплитуда незатухающей волны; T – период колебаний; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота ($\nu = 1/T$); $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\lambda = \nu T$ – длина волны; α_0 – начальная фаза, а $\varphi = \omega t - kx + \alpha_0$ – фаза волны в точке с координатой x в момент времени t .

Скорость v распространения волны, т. е. скорость перемещения плоского фронта волны, называется *фазовой скоростью*, так как все точки плоского фронта имеют одинаковую фазу ($\omega/k = \lambda/T = v$).

В случае *сферической волны* решение волнового уравнения (10.1) имеет следующий вид:

$$s(\vec{r}, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0), \quad (10.4)$$

где \vec{k} – *волновой вектор*, направленный в сторону распространения волны (модуль вектора \vec{k} является волновым числом); $\vec{k}\vec{r}$ – скалярное произведение векторов \vec{k} и \vec{r} .

Если волна, распространяющаяся в упругой среде, достигает границы раздела с другой средой, то она, преломляясь, продолжает распространяться в этой среде и частично отражается от границы. На рис. 10.1 изображен процесс отражении волны при ее нормальном падении, т. е. вектор \vec{v} фазовой скорости перпендикулярен плоской границе двух сред.

Оказывается, что при отражении волны не изменяются ни направление колебаний частиц среды, ни частота их колебаний. При отражении от менее плотной среды фаза колебаний тоже не изменяется, т. е. $\Delta\varphi = 0$ (рис. 10.1, *а*). При отражении от более плотной среды фаза колебаний скачком изменяется на противоположную, т. е. на $\Delta\varphi = \pi$. Происходит потеря полуволны (рис. 10.1, *б*).

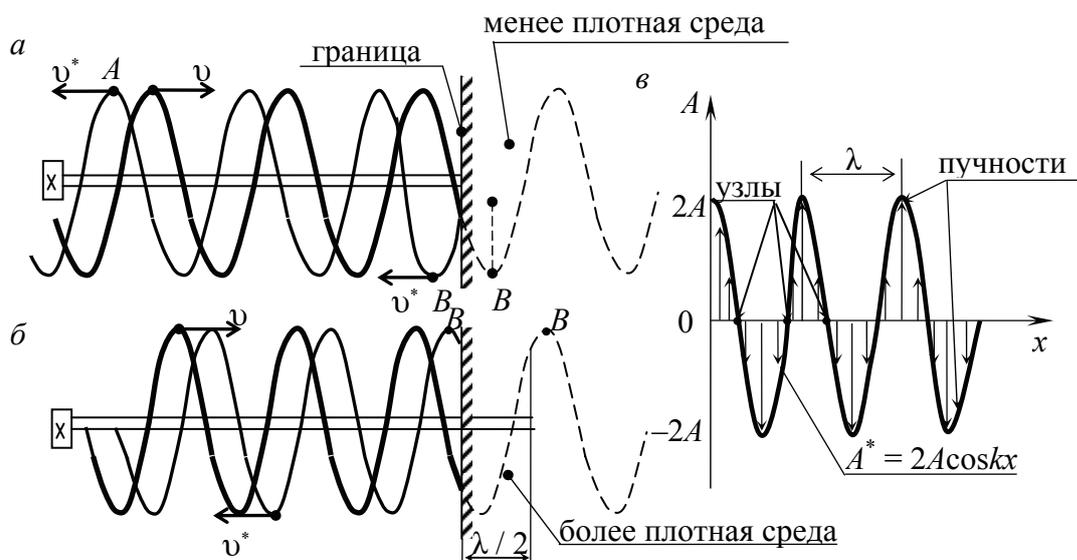


Рис. 10.1

Отраженная волна распространяется навстречу падающей и при полном отражении (без потери энергии) их амплитуды будут равными.

Пусть уравнение $s_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ определяет плоскую падающую волну, которая распространяется вдоль оси x , тогда для отраженной волны с волновым вектором $\vec{k}^* = -\vec{k}$ получим уравнение $s_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx)$. Результирующее смещение частиц среды, участвующих одновременно в двух колебаниях, определим с помощью принципа суперпозиции, т. е.

$$s(x, t) = s_1 + s_2 = A(\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)). \quad (10.5)$$

Воспользовавшись формулой суммы косинусов двух углов $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos((\alpha + \beta)/2) \cos((\alpha - \beta)/2)$, получим уравнение стоячей волны:

$$s(x, t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t). \quad (10.6)$$

Последнее уравнение можно рассматривать как уравнение колебаний частиц среды, которые происходят с амплитудами, равными $A^* = 2A |\cos(kx)|$ и, следовательно, зависящими от координаты x , т. е. от положения частицы на оси x . Множитель $2A \cos(kx)$ в формуле (10.6) называется амплитудой стоячей волны (рис. 10.1, в). Термин *стоячая волна* отражает тот факт, что в процессе колебаний частиц среды положения максимумов и минимумов амплитуды (*пучностей*), а также ее *узлов* не изменяются во времени, т. е.

они находятся на одном и том же месте. Координаты пучностей и узлов определяются следующими соотношениями ($k = 2\pi / \lambda$):

а) для пучностей

$$\cos kx = \pm 1 \Rightarrow kx_{\text{пуч}} = \pm \pi n \Rightarrow x_{\text{пуч}} = \pm \frac{n \lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (10.7)$$

б) для узлов

$$\cos kx = 0 \Rightarrow kx_{\text{уз}} = \pm \frac{\pi(2n+1)}{2} \Rightarrow x_{\text{уз}} = \pm \frac{(2n+1)\lambda}{4}. \quad (10.8)$$

Расстояние между соседними узлами или соседними пучностями (максимумом и минимумом), равное $\lambda / 2$, называется *длиной стоячей волны*. Амплитуда A^* стоячей волны зависит от координаты x , принимая положительные и отрицательные значения. Это означает, что частицы среды, находящиеся по разные стороны от какого-либо узла, колеблются в противофазе (рис. 10.1, в).

Из уравнений динамики колебательного движения частиц среды, которые получаются с помощью 2-го закона Ньютона, следует, что фазовые скорости волн выражаются через модуль Юнга E и модуль сдвига G (см. лаб. раб. № 2):

а) для продольных волн скорость \vec{v}_{\parallel} (рис. 10.2, а) рассчитывается по формуле

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad (10.9)$$

б) для поперечных волн скорость \vec{v}_{\perp} (рис. 10.2, б) рассчитывается по формуле

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (10.10)$$

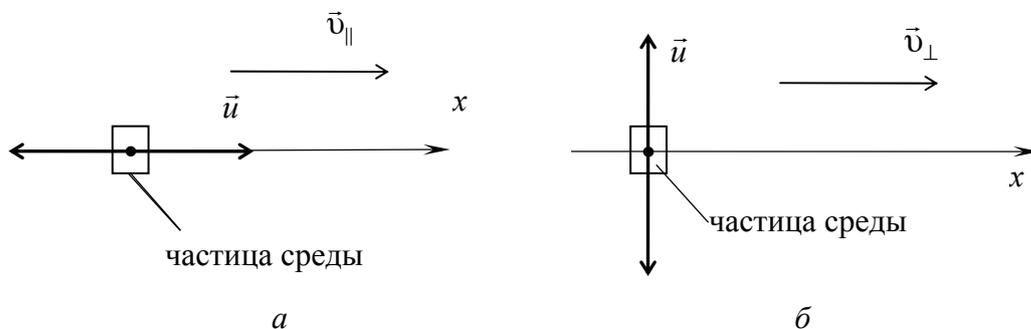


Рис. 10.2

Продольные и поперечные волны могут распространяться в твердых телах, в которых возникают упругие силы при деформациях растяжения – сжатия (для продольных волн) и сдвига (для поперечных волн).

В жидкостях и газах упругие силы возникают при сжатии, поэтому возбуждаются только продольные волны, скорость которых рассчитывается по формуле

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{k^*}{\rho}}, \quad (10.11)$$

где k^* – модуль объемного сжатия жидкости или газа.

2. Описание установки и метода измерений

Установка для исследования поперечных волн (рис. 10.3, *а*) состоит из металлической струны, один конец которой закреплен в точке *A*, а другой перекинут через легкий блок *B*. К концу струны прикреплена чашка *D*, нагружая которую гирями, можно изменять натяжение струны. Вдоль струны может перемещаться постоянный магнит *M*. Генератор переменного напряжения звуковой частоты (ЗГ) создает в струне переменный ток, сила которого $I = I_0 \cos(2\pi\nu t)$. Частоту ν тока в цепи можно изменять, вращая лимб *I* с делениями на передней панели ЗГ. На элемент струны длиной Δl с током $I(t)$ (рис. 10.3, *б*), находящийся между полюсами магнита, действует переменная сила Ампера ($F_A = IB\Delta l$), изменяющаяся с частотой ν . Вектор \vec{B} индукции магнитного поля направлен от северного полюса *N* к южному полюсу *S*, поэтому он перпендикулярен линии *AB*. Сила Ампера, действующая на участок Δl струны с переменным током $I(t)$, направлена перпендикулярно вектору \vec{B} (в соответствии с правилом левой руки, т. е. правилом векторного произведения: $\vec{F}_A = I\Delta\vec{l} \times \vec{B}$). Под действием этой периодической силы участок струны длиной Δl начнет совершать вынужденные колебания, которые за счет сил упругости в струне будут распространяться вдоль струны от магнита *M* к ее концам *A* и *B* (поперечная волна). При отражении бегущих волн в точках *A* и *B* закрепления струны образуются отраженные волны, которые распространяются навстречу падающим и накладываются на них. При определенных частотах ν_n генератора ($n = 1, 2, 3, \dots$), совпадающих с *собственными* частотами струны, возникают ус-

стойчивые *стоячие волны* (с максимальной амплитудой, соответствующей явлению *резонанса*), причем точки закрепления струны *A* и *B* являются ее крайними узлами (рис. 10.3). В этом случае на струне длиной *L* укладывается целое число длин стоячих волн ($\lambda_{ст} = \lambda / 2$), т. е. $L = n\lambda_{ст} = n\lambda / 2$, где λ – длина бегущей волны.

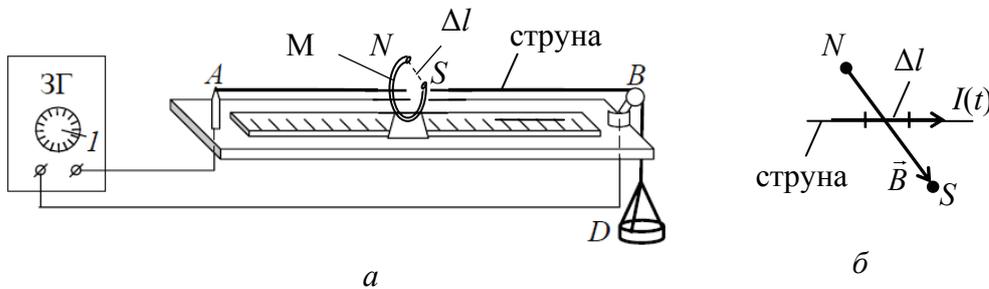


Рис. 10.3

Используя соотношение $\lambda = vT = v / \nu$, находим *спектр собственных частот* колебаний струны ($L = n\lambda / (2\nu)$):

$$\nu_n = \frac{n\nu}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (10.12)$$

где ν – скорость распространения волны.

Наименьшую частоту $\nu_1 = \nu / (2L)$ ($n = 1$) называют *основной частотой*, или *основным тоном*, или *первой гармоникой*. В этом случае на струне укладывается одна длина стоячей волны (рис. 10.4, а), имеющей узлы в точках закрепления струны, а посередине пучность. При $n = 2, 3, 4, \dots$ имеют место *обертоны*, т. е. *более высокие гармоники*. При первом обертоне ($n = 2$) на длине струны укладываются две длины стоячей волны (рис. 10.4, б) и на струне имеются две пучности и три узла (два на концах струны и один посередине) и т. д. (рис. 10.4, в).

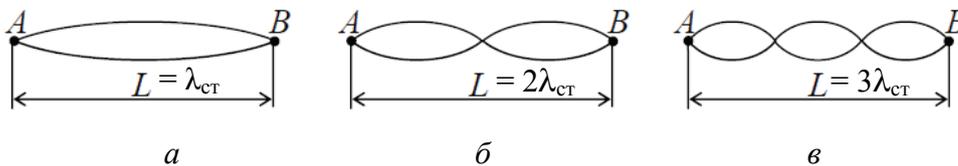


Рис. 10.4

Из формулы (10.12) получается формула для *косвенного измерения* скорости распространения бегущей волны:

$$v = \frac{2Lv_n}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10.13)$$

Эта скорость зависит от силы F натяжения струны:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}} \Rightarrow v^2 = kF, \quad k = \frac{1}{\rho S}, \quad (10.14)$$

где ρ – плотность материала струны; S – площадь поперечного сечения струны.

Из (10.14) следует, что квадрат скорости волны прямо пропорционален силе F натяжения в используемой струне.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для занесения и обработки результатов измерений.

$L =$		$m_{\text{чашки}} =$			$d =$		$\Delta d =$			
i	$m,$	$F,$	$v_1,$	$v_2,$	$v_3,$	$\bar{v},$	$\bar{v}^2,$	$k,$	$\rho,$	$\Delta\rho,$

2. Измерьте с помощью микрометра диаметр d струны. Передвигая левую опору струны, установите длину $L = 60 + 5n$ (в сантиметрах, n – номер Вашего звена в подгруппе) колеблющейся части струны. Постоянный магнит расположите на середине струны (область пучности при $n = 1$). На чашку D массой $m_{\text{ч}}$ положите гирию массой $m_{\text{г}} = 100$ г (тогда $m = m_{\text{ч}} + m_{\text{г}}$, а сила натяжения струны $F = mg$).

3. С разрешения преподавателя включите ЗГ и после его прогрева ручкой «РЕГ. ВЫХОДА» установите на вольтметре максимальное значение напряжения.

4. Плавное увеличение частоты ЗГ, добейтесь устойчивых вынужденных колебаний струны для *основного тона* ($n = 1$) и по лимбу ЗГ определите частоту v_1 . При этом колеблющаяся струна будет иметь вид, показанный на рис. 10.5, *а*, а амплитуда колебаний должна быть максимальной (условия резонанса). Если струна ударяется о магнит, сместите его ближе к узлу.

5. Увеличивая частоту ЗГ, определите частоты первого v_2 и второго v_3 *обертонов*. При этом колебания струны будут иметь вид, показанный на рис. 10.5, *б* и 10.5, *в* соответственно, поэтому каждый раз магнит располагайте в области образования пучностей.

6. Прodelайте аналогичные измерения (пункты 4, 5) при других нагрузках, используя гири с массами ($m_r = 150, 200, 250, 300, 350$ г).

7. По формуле (10.12) для каждой нагрузки рассчитайте скорости v_1, v_2, v_3 и найдите их среднее значение \bar{v} .

8. Постройте график зависимости \bar{v}^2 от F , откладывая по горизонтальной оси значение силы F , а по вертикальной – \bar{v}^2 . Убедитесь в линейной зависимости \bar{v}^2 от F (в пределах погрешностей), как это следует из формулы (10.14).

9. Используя средние значения \bar{v}^2 из формулы $v^2 = kF$ вычислите коэффициент k при всех нагрузках. По формулам (O3) и (O4) определите среднее значение \bar{k} и его случайную погрешность Δk .

10. Используя среднее значение коэффициента \bar{k} , вычислите плотность ρ материала струны по формуле, вытекающей из выражения (10.14):

$$\rho = \frac{1}{Sk} = \frac{4}{\pi d^2 \bar{k}}. \quad (10.15)$$

11. Погрешность косвенного измерения плотности ρ по формуле (10.15) определяется погрешностями измерения диаметра проволоки Δd и коэффициента Δk . Соотношения для расчета относительной ε и абсолютной $\Delta \rho$ погрешностей следуют из (O10):

$$\varepsilon = \sqrt{4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k} \right)^2}, \quad \Delta \rho = \varepsilon \rho. \quad (10.16)$$

12. Вычислите относительную ε и абсолютную $\Delta \rho$ погрешности измерения плотности.

13. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение для упругих волн в сплошной среде и укажите, по каким признакам классифицируются волны. 2. Запишите волновое уравнение волны и уравнения для плоской и сферической волн. 3. Как получается стоячая волна? Запишите уравнение стоячей волны и формулы, определяющие циклическую частоту и волновое число, а также связь между ними. 4. Чем определяются значения фазовой скорости для продольных и поперечных волн в сплошных средах? Поясните, какие типы волн могут распространяться в твердых, жидких и газообразных средах?

Лабораторная работа № 11 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ МЕТОДОМ СЛОЖЕНИЯ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: изучить основные характеристики волновых процессов, способы сложения колебаний; освоить методику определения скорости звука в газах методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

1. Теоретическое введение

Периодический процесс, в котором какая-либо физическая величина принимает одинаковые значения через равные промежутки времени, называется *колебанием* (см. теоретическое введение к лабораторным работам № 9 и 10). Колебания возникают, когда системе, способной совершать колебательные движения (*осциллятору*), сообщается энергия. В упругих средах колебания, возбужденные в некоторой точке, способны распространяться в них, поскольку упругие среды представляют собой ансамбль связанных между собой частиц. Распространение колебаний частиц упругой среды в пространстве с течением времени называется *волновым процессом* или *волной*. Характерным свойством любого волнового процесса является перенос в пространстве энергии, в то время как перенос вещества при распространении волны отсутствует. Направление распространения волны характеризуют с помощью понятия луча. *Луч* – это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением скорости распространения волны. Геометрическое место точек упругой среды, до которых к некоторому моменту времени распространилось колебательное движение, называется *фронтом волны*. Геометрическое место точек упругой среды, совершающих колебания в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью*. Фронт волны и волновые поверхности всегда перпендикулярны направлению распространения волны.

Существует два типа волн: *продольные волны*, в которых частицы среды колеблются в направлении распространения волны (вдоль луча), и *поперечные волны*, в которых частицы среды колеблются в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волны (перпендикулярно лучу). Продольные

волны могут возбуждаться, когда в среде возникают упругие силы при деформации растяжения и сжатия, т. е. в твердых телах, жидкостях и газах. Поперечные волны возбуждаются только в твердых телах, в которых упругие силы могут возникать при деформации сдвига.

Длиной волны λ называют расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний T :

$$\lambda = v_{\phi} T = \frac{v_{\phi}}{\nu}, \quad (11.1)$$

где v_{ϕ} – фазовая скорость, показывающая скорость распространения волновой поверхности с определенным значением фазы; $\nu = 1/T$ – частота колебаний.

В зависимости от размеров источника колебаний и расстояния от источника до точки наблюдения волны можно рассматривать либо как *сферические*, либо как *плоские волны*. Сферическая волна формируется точечным источником колебаний и характеризуется волновой поверхностью в виде сферы. Плоская волна формируется протяженным (плоским) источником, а ее волновые поверхности представляют собой параллельные плоскости. Если расстояние от точечного источника колебаний до точки наблюдения велико, то волну можно рассматривать как плоскую.

Для плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси x в непоглощающей упругой среде, смещение от равновесного положения частиц среды на волновом фронте s будет зависеть только от координаты x и времени t , т. е. $s = s(x, t)$. Для точек, лежащих в плоскости $x = 0$,

$$s(0, t) = A \cos \omega t, \quad (11.2)$$

где A – амплитуда волны; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота. На расстоянии x от начала координат колебания частиц будут отставать по времени на величину $\tau = x / v_{\phi}$ – время прохождения волной расстояния x .

Уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости с координатой x , имеет вид

$$s(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v_{\phi}} \right) \right] \quad (11.3)$$

и называется *уравнением плоской волны*. Уравнение плоской волны показывает, что колебания являются периодическими не только во времени, но и в пространстве. Для описания периодичности в пространстве вводят понятие *волнового числа*:

$$k = \frac{\omega}{v_{\phi}} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (11.4)$$

Уравнение (11.3) с учетом выражения (11.4) записывается в виде

$$s = A \cos(\omega t - kx). \quad (11.5)$$

Уравнение сферической волны, распространяющейся в изотропной непоглощающей среде, имеет вид

$$s(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr), \quad (11.6)$$

где r – расстояние от точечного источника до рассматриваемой точки среды. Характерно, что амплитуда сферической волны $A = A_0 / r$ убывает с расстоянием, поскольку величина энергии волны, приходящаяся на единицу площади волнового фронта, убывает с расстоянием по закону $\sim 1/r^2$. Уравнения плоской (11.5) и сферической (11.6) волн являются решениями волнового уравнения (10.1).

Если некоторая частица одновременно участвует в нескольких колебаниях либо через точку, в которой находится эта частица, распространяется несколько волн, то для определения результирующих характеристик колебательного или волнового процессов применяют методы сложения колебаний. Для сложения колебаний одинакового направления удобно использовать *метод векторных диаграмм*. В данном методе гармоническое колебание $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ представляют в виде вектора \vec{A} , модуль которого равен амплитуде колебаний $|\vec{A}| = A$ и который направлен под углом φ к оси x . При вращении этого вектора с угловой скоростью, равной циклической частоте колебаний ω , его проекция на ось x будет изменяться по заданному гармоническому закону.

Представим два колебания с одинаковой частотой ω и начальными фазами φ_1 и φ_2 с помощью векторов \vec{A}_1 и \vec{A}_2 (рис. 11.1). По правилам сложения векторов построим результирующий вектор $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. Очевидно, что проекция вектора \vec{A} на ось x равна сумме проекций $x_1 = OE$ и $x_2 = ED$ слагаемых векторов. Следова-

тельно, вектор \vec{A} представляет собой результирующее колебание. Этот вектор вращается с той же угловой скоростью ω , что и векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 , так что результирующее движение будет гармоническим колебанием с частотой ω , амплитудой A и начальной фазой φ :

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (11.7)$$

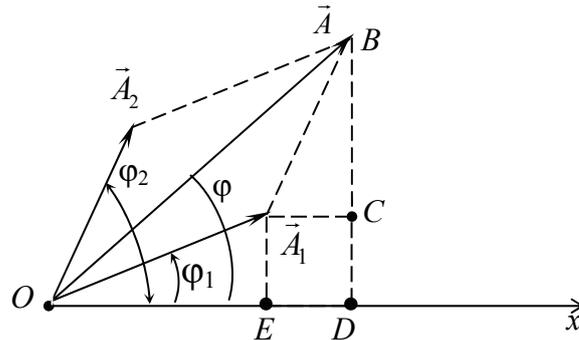


Рис. 11.1

Из векторной диаграммы (рис. 11.1) видно, что величины A и φ легко определяются из соотношений (11.8) и (11.9):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}; \quad (11.8)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{BC + CD}{OE + ED} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (11.9)$$

Если частоты двух колебаний неодинаковы, то векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 будут вращаться с различной скоростью. Следовательно, в этом случае получим не гармоническое колебание, а более сложный колебательный процесс.

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты ω , происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей x и y . Выберем начала отсчета времени так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю. Тогда уравнения колебаний имеют вид

$$x = A \cos \omega t; \quad y = B \cos(\omega t + \varphi), \quad (11.10)$$

где φ – разность фаз этих колебаний. Уравнения (11.10) представляют собой заданное в параметрической форме уравнение траектории, по которой движется точка, участвующая одновременно

в двух колебаниях. Чтобы получить уравнение траектории в виде $y = f(x)$, нужно исключить из уравнений параметр время t .

Из первого уравнения получим, что $\cos \omega t = x / A$, и, используя равенство $\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$, запишем

$$\sin \omega t = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}. \quad (11.11)$$

Из второго уравнения, используя формулу для косинуса суммы (11.12) и с учетом (11.11), получим

$$\frac{y}{B} = \cos(\omega t + \varphi) = \cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi; \quad (11.12)$$

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cos \varphi \mp \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \sin \varphi. \quad (11.13)$$

Перенесем первое слагаемое из правой части уравнения в левую и возведем обе части уравнения в квадрат. В результате получим уравнение траектории в общем виде

$$\frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{x^2}{A^2} = \sin^2 \varphi. \quad (11.14)$$

Данное уравнение является уравнением эллипса, оси которого повернуты относительно координатных осей x и y . Ориентация эллипса и величина его полуосей зависят от амплитуд колебаний A и B и разности фаз φ . Если разность фаз колебаний $\varphi = 0, \pm \pi$, то уравнение эллипса (11.14) преобразуется в уравнение прямой (11.15):

$$\left(\frac{y}{B} \mp \frac{x}{A} \right)^2 = 0 \Rightarrow y = \pm \frac{B}{A} x, \quad (11.15)$$

а результирующее движение является гармоническим колебанием вдоль этой прямой с частотой ω и амплитудой $\sqrt{A^2 + B^2}$. Если разность фаз колебаний $\varphi = \pm \pi/2$, то уравнение (11.14) примет вид

$$\frac{y^2}{B^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1, \quad (11.16)$$

представляющее собой уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат. При $A = B$ эллипс принимает форму ок-

ружности. Отметим, что положительные и отрицательные знаки разности фаз φ отражают движение по и против часовой стрелки, соответственно.

2. Описание установки и метода измерений

Схема экспериментальной установки для измерения скорости звука в воздухе представлена на рис. 11.2.

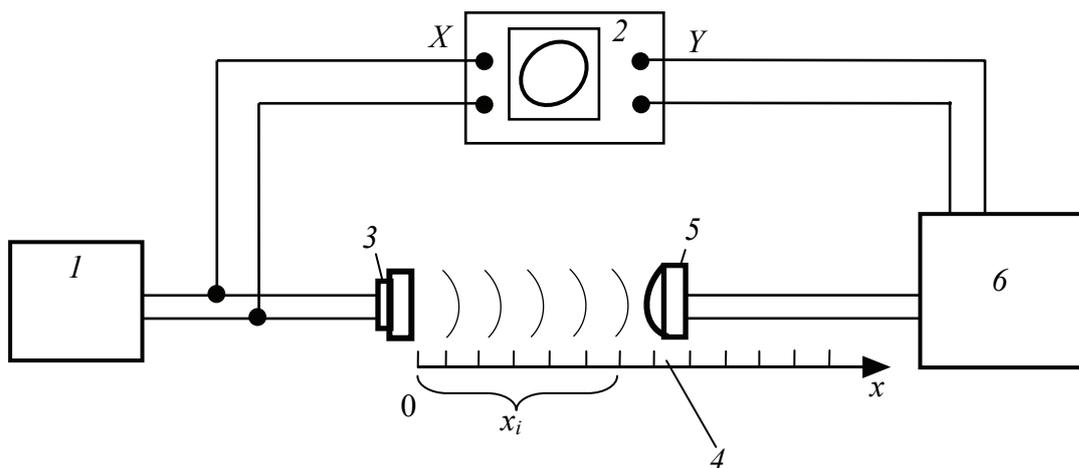


Рис. 11.2

Звуковой генератор 1 служит для создания в цепи электрических колебаний звуковой частоты. Сигнал с выхода звукового генератора одновременно подается на вход X осциллографа 2 и на телефон 3 . Формируемая на экране осциллографа светящаяся точка под действием сигнала, поданного на вход X , совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении. Электрический сигнал в телефоне преобразуется в звуковую волну, которая распространяется вдоль линейки 4 . Микрофон 5 воспринимает звуковую волну и преобразует ее обратно в электрический сигнал, который усиливается услителем напряжения звуковой частоты 6 и поступает на вход Y осциллографа, где он отклоняет электронный пучок в вертикальном направлении.

Поскольку электрические сигналы распространяются со скоростью света, а скорость распространения звука в воздухе значительно меньше, то колебания светящейся точки на экране осциллографа в вертикальном направлении отстают по фазе от колебаний в горизонтальном направлении на величину $2\pi t + \varphi$, где t – целое число. Таким образом, светящаяся точка описывает траекторию,

которая является результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, сдвинутых относительно друг друга по фазе: $x = a \cos 2\pi vt$, $y = b \cos(2\pi vt - \varphi)$, где a , b – амплитуды колебаний; v – частота звукового сигнала, задаваемая генератором. Телефон закреплен неподвижно, а микрофон может перемещаться вдоль линейки, что позволяет изменять разность хода двух волн и, соответственно, сдвиг фаз φ . Таким образом, перемещая микрофон, получаем на экране траектории движения точки различной формы (рис. 11.3). При $\varphi = n\pi$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) эллипс вырождается в прямую.

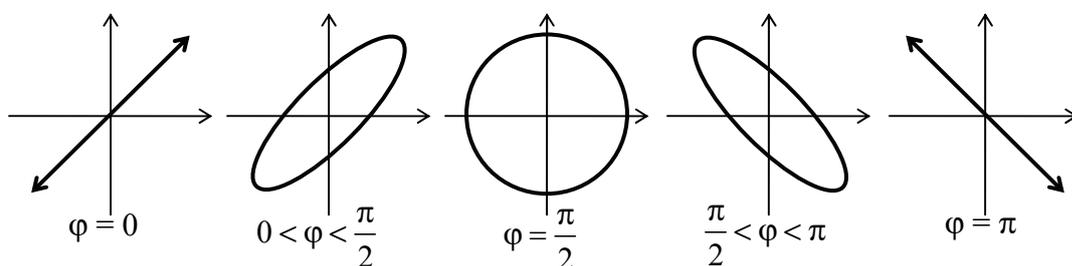


Рис. 11.3

Таким образом, изменение разности фаз φ , которое соответствует двум соседним положениям ($\Delta n = 1$) микрофона, при которых наблюдаются прямые линии, изображенные на рис. 11.3, равно

$$\Delta\varphi = \Delta(\pi n) = \Delta n\pi = \pi. \quad (11.17)$$

Звук в газе представляет собой продольную волну, в которой колебания частиц среды (воздуха) происходят в направлении распространения волны. Колебания воздуха вблизи телефона, расположенного в начале отсчета $x = 0$, происходят по закону $s = A \cos(2\pi vt)$, а колебания воздуха вблизи микрофона, удаленного на некоторое расстояние x , запаздывают по фазе на φ :

$$s = A \cos(2\pi vt - \varphi), \quad (11.18)$$

где $\varphi = 2\pi x / \lambda$. Поэтому изменение разности фаз φ и изменение расстояния x связаны соотношением

$$\Delta\varphi = \Delta\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}. \quad (11.19)$$

Приравняв выражения (11.17) и (11.19), получим формулу для определения длины волны $\lambda = 2\Delta x$. Тогда скорость звука равна

$$v_{\phi} = 2\Delta x v, \quad (11.20)$$

где Δx – расстояние между соседними положениями микрофона, для которых эллипс на экране вырождается в прямую.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

ν , Гц	Координаты точек, соответствующих вырождению эллипса в прямую					$\Delta x_{\text{ср}}$	ν	$\nu_{\text{ср}}$
	i	1	2	3	4			
	Удаление (x'_i)							
	Сближение (x''_i)							
	$x_i = (x'_i + x''_i)/2$							
	$\Delta x_i = (x_{i+1} - x_i)$				—			

2. Изучите инструкции по эксплуатации звукового генератора, усилителя и осциллографа и затем включите их. Выждав 1–2 мин, выведите электронный луч осциллографа в центр экрана. Затем установите на звуковом генераторе частоту ν_1 , указанную в приложении. Амплитуду звукового сигнала подберите так, чтобы размах колебаний по оси X составлял 0,6–0,8 от шкалы на экране осциллографа.

3. Переместите микрофон к телефону, добейтесь превращения эллипса на экране осциллографа в прямую линию и запишите координату x'_i в первом ($i = 1$) положении микрофона, т. е. x'_1 . Удаляя микрофон, запишите последовательно еще координаты трех положений микрофона ($i = 2, 3, 4$), когда эллипс сводится в прямую. Приближая микрофон к телефону, определите координаты тех же положений (x''_i).

4. По экспериментальным данным рассчитайте среднее значение разностей $\Delta x_{\text{ср}}$ и скорость звука ν по формуле (11.20).

5. Аналогичные измерения и расчеты проведите еще для двух частот ν_2 и ν_3 , указанных в приложении. Рассчитайте среднюю скорость звука $\nu_{\text{ср}}$ по измерениям для трех частот. Сравните полученное значение с табличным значением скорости звука.

6. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

4. Вопросы для самоконтроля

1. Получите формулу, описывающую траекторию движения частицы, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты. 2. Чем определяется сдвиг фаз между вертикальными и горизонтальными колебаниями луча осциллографа? 3. Используя (11.14), покажите, что при сдвиге фаз $\varphi = n\pi$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) колебания луча происходят вдоль прямой. 4. Чем отличаются прямые для нечетных и четных n ? 5. Чему соответствует расстояние между двумя соседними положениями микрофона, при которых наблюдаемый эллипс вырождается в прямую?

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Лабораторная работа № 16 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ГАЗА МЕТОДОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

Цель работы: изучить термодинамические процессы и законы идеального газа; определить показатель адиабаты для воздуха методом адиабатического расширения (методом Клемана – Дезорма).

1. Теоретическое введение

В молекулярно-кинетической теории рассматривается идеализированная модель реальных газов – идеальный газ. *Идеальным газом* называется газ, между молекулами которого отсутствуют силы взаимного притяжения, а размеры молекул значительно меньше среднего расстояния между молекулами. При соударениях между собой и стенками сосуда молекулы такого газа ведут себя как абсолютно упругие шарики, а сами соударения описываются законами для абсолютно упругого удара. Между соударениями молекулы идеального газа движутся равномерно и прямолинейно.

Пусть в некотором сосуде содержится газ, масса которого равна m . Состояние газа однозначно определяется тремя *термодинамическими параметрами*: давлением p , занимаемым объемом V и температурой T . Уравнение, устанавливающее взаимосвязь между термодинамическими параметрами, называется *уравнением состояния*. Наиболее простым является уравнение состояния для идеального газа, которое называется уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT, \quad (16.1)$$

где $R = 8,31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная; M – молярная масса газа; $\nu = m / M$ – количество вещества (число молей газа). *Реальные газы* при условиях, близких к нормальным ($p_n \sim 100$ кПа, $T_n = 273$ К), подчиняются уравнению (16.1).

Число степеней свободы. Поступательное движение молекулы в пространстве можно разложить на три независимые составляющие движения вдоль осей декартовой системы координат. Число независимых движений, в которых может участвовать молекула, называется *числом степеней свободы* молекулы и обозначается i . С математической точки зрения число степеней свободы равно числу независимых параметров, необходимых для определения положения молекулы в пространстве. Молекулу одноатомного идеального газа можно рассматривать как материальную точку, поэтому ее положение в пространстве однозначно определяется тремя декартовыми координатами (x, y, z) и, следовательно, она имеет три степени свободы.

Молекула двухатомного газа, помимо поступательного, может участвовать во вращательном движении. Это движение раскладывается на два независимых вращения вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, проведенных через центр масс молекулы перпендикулярно линии, соединяющей атомы молекулы. Таким образом, двухатомная молекула имеет 5 степеней свободы – 3 поступательные, определяющие положение центра масс молекулы, и 2 вращательные. Если молекула состоит из трех или большего числа атомов, то ее вращение можно представить в виде суммы вращений относительно трех взаимно перпендикулярных осей, проведенных через центр масс молекулы. Такие молекулы имеют 6 степеней свободы – 3 поступательные и 3 вращательные. Атомы, входящие в состав многоатомных молекул, могут совершать колебания около положения равновесия. В этом случае молекула, помимо поступательных и вращательных степеней свободы, характеризуется колебательными степенями свободы. Однако колебания молекул эффективно возбуждаются при высоких температурах. При температурах, близких к нормальной, можно считать, что атомы в молекулах связаны жестко и колебательные степени свободы отсутствуют.

Внутренняя энергия U идеального газа включает только кинетическую энергию поступательного и вращательного движений всех его молекул, поскольку потенциальная энергия взаимодействия молекул идеального газа равна нулю. В результате соударений величина и направление скоростей поступательного и вращательного движений молекулы, а, следовательно, и ее кинетическая энергия, изменяются случайным образом. Однако средняя кинети-

ческая энергия каждой молекулы есть величина постоянная, прямо пропорциональная абсолютной температуре газа T . В силу полной хаотичности движения все степени свободы являются равноправными в том смысле, что на каждую степень свободы приходится одинаковая кинетическая энергия, равная $kT/2$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К называется *постоянной Больцмана*. Это утверждение носит название *закона равномерного распределения энергии по степеням свободы*.

Таким образом, для некоторой массы газа m , состоящей из N молекул, внутренняя энергия

$$U = \frac{iNkT}{2} = \frac{i\nu N_A kT}{2} = \frac{i\nu RT}{2}, \quad (16.2)$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – постоянная Авогадро (число молекул в одном моле газа). Соотношение $kN_A = R$ связывает важнейшие постоянные молекулярной физики. Как следует из (16.2), внутренняя энергия идеального газа для данной массы зависит только от температуры, поэтому изменение внутренней энергии

$$dU = \frac{i}{2} \nu R dT. \quad (16.3)$$

Первое начало термодинамики. Подводимое к газу количество теплоты идет на изменение его внутренней энергии и на совершение газом работы против внешних сил:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (16.4)$$

Элементарная работа δA , совершаемая газом при малом изменении объема dV , рассчитывается по формуле

$$\delta A = p dV. \quad (16.5)$$

Количество теплоты δQ , подведенное к газу, пропорционально массе m газа и изменению его температуры на dT :

$$\delta Q = cm dT = C \nu dT. \quad (16.6)$$

Здесь величины c и $C = cm$ называются *удельной* (c) и *молярной* (C) теплоемкостями. Они численно равны количеству теплоты, которое необходимо сообщить единице массы (удельная теплоемкость) либо одному молю вещества (молярная теплоемкость), чтобы повысить температуру на 1 К. Теплоемкость газа зависит от характера процесса, в котором участвует газ. Важную роль играют газовые процессы, при которых изменяются только два

термодинамических параметра при неизменном третьем, которые называют *изопроцессами*.

Изотермический процесс – это процесс, в ходе которого температура газа остается постоянной ($T = \text{const}$, $dT = 0$). Как следует из (16.1), уравнение изотермического процесса имеет вид $pV = \text{const}$ (*закон Бойля – Мариотта*). При изотермическом процессе внутренняя энергия газа не изменяется и первое начало термодинамики принимает вид $\delta Q = \delta A$, т. е. подводимое тепло полностью идет на совершение работы газом.

Изохорический процесс – это процесс, протекающий при неизменном объеме ($V = \text{const}$, $dV = 0$). Уравнение этого процесса, как следует из (16.1), имеет вид $p / T = \text{const}$ (*закон Шарля*). При изохорическом процессе газ не совершает работы и первое начало термодинамики принимает вид $\delta Q = dU$. Это означает, что подводимая к газу теплота полностью идет на изменение его внутренней энергии. Подставляя в это равенство выражения для dU из (16.3) и δQ из (16.5), получим

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad C_V = \frac{i}{2} R, \quad (16.7)$$

где c_V и C_V – соответственно удельная и молярная теплоемкости при изохорическом процессе.

Изобарический процесс – это процесс, протекающий при постоянном давлении ($p = \text{const}$, $dp = 0$). Как следует из (16.1), уравнение изобарического процесса для идеального газа имеет вид $V / T = \text{const}$ (*закон Гей – Люссака*).

При изобарическом процессе подводимая теплота идет как на увеличение внутренней энергии, так и на совершение газом работы. Преобразуем выражение для работы с учетом того, что $p = \text{const}$:

$$\delta A = p dV = d(pV) = \nu R dT. \quad (16.8)$$

Последнее равенство в этой цепочке получается, если взять дифференциал от правой и левой частей уравнения (16.1). Подставляя соотношения (16.3), (16.5), (16.8) в (16.4), после несложных преобразований получим выражения для теплоемкостей идеального газа при изобарическом процессе:

$$c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (16.9)$$

Очевидно, что теплоемкости при изобарическом и изохорическом процессах однозначно связаны соотношением

$$C_V + R = C_p, \quad (16.10)$$

которое называется *уравнением Майера*.

Адиабатический процесс – это процесс, при котором теплота к газу не подводится и не отводится от него, т. е. процесс протекает без теплообмена системы с окружающей средой. В этом случае первое начало примет вид $\delta A = -dU$, или $pdV = -\nu C_V dT$, т. е. газ совершает работу только за счет убыли внутренней энергии. С учетом последнего равенства из уравнения Менделеева – Клапейрона можно получить уравнение адиабатического процесса (*уравнение Пуассона*):

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (16.11)$$

где величина γ называется *показателем адиабаты (адиабатической постоянной)* и равна отношению теплоемкостей

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (16.12)$$

2. Описание установки и метода измерений

Стеклянный баллон *1* соединен шлангами с водяным манометром *2* и воздушным насосом *3*. Соединение с насосом может перекрываться краном *4* (рис. 16.1). Стеклянный баллон может сообщаться с атмосферой через горлышко, закрытое пробкой *5*. Перед началом опытов необходимо убедиться, что пробка *5* закрыта, а кран *4* открыт, при этом в обоих коленах манометра вода находится на одном уровне.

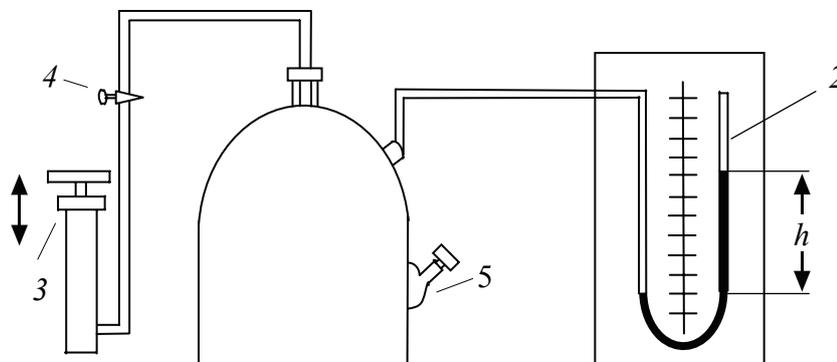


Рис. 16.1

Открыв кран 4, при помощи насоса 3 накачиваем в баллон 1 воздух до некоторого давления p_1 , избыток которого над атмосферным давлением определяем по манометру 2 и закрываем кран. Для измерения давления p_1 следует подождать, пока температура воздуха внутри баллона станет равной температуре окружающего воздуха, поскольку воздух в баллоне при сжатии нагревается. В состоянии теплового равновесия разность уровней воды в коленях манометра h не изменяется. Тогда давление воздуха в баллоне равно $p_1 = p_0 + \rho gh_1$, где h_1 – разность установившихся уровней в манометре; ρ – плотность воды; p_0 – атмосферное давление. После этого необходимо на короткое время (~ 1 с) открыть пробку 5, чтобы давление в баллоне 1 стало равным атмосферному давлению p_0 , и закрыть пробку. Часть газа должна выйти из сосуда. Газ в баллоне занимает объем V_1 , а расширяясь при открытии крана, займет некоторый объем V_2 . Расширение газа происходит очень быстро, и за этот короткий промежуток времени теплообмена с окружающим воздухом не происходит, поэтому процесс расширения газа можно считать адиабатическим. Работа, затраченная газом на расширение, сопровождается охлаждением газа в сосуде, и его температура становится ниже комнатной. Спустя некоторое время после закрытия пробки 5 газ нагревается до комнатной температуры при неизменном объеме, при этом давление воздуха в баллоне станет равным $p_2 = p_0 + \rho gh_2$, где h_2 – разность уровней воды в манометре 2.

Запишем уравнение Пуассона для адиабатического процесса:

$$p_1 V_1^\gamma = p_0 V_2^\gamma, \quad (16.13)$$

где γ – показатель адиабаты для газа; V_1 и V_2 – объемы воздуха до и после вытекания из баллона.

Состояние воздуха при давлениях p_1 и p_2 соответствует одной и той же температуре окружающей среды. Тогда давление и объем газа подчиняются закону Бойля – Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \quad (16.14)$$

Исключим объемы из уравнений (16.13) и (16.14), для чего обе части уравнения (16.14) возводим в степень γ . После преобразований получим

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\gamma = \frac{p_0}{p_1}. \quad (16.15)$$

Прологарифмировав полученное уравнение, получим

$$\gamma = \frac{\ln p_0 - \ln p_1}{\ln p_2 - \ln p_1}. \quad (16.16)$$

Поскольку давления p_1 и p_2 мало отличаются друг от друга, отношение разности логарифмов с достаточной точностью можно заменить отношением разностей самих величин. С учетом вышеприведенных выражений для p_1 и p_2 получим

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (16.17)$$

Формула (16.17) является рабочей для вычисления показателя адиабаты исследуемого газа (воздуха).

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

i	$h_1,$	$h_2,$	γ	$\langle \gamma \rangle$	$\Delta \gamma$	$\varepsilon_\gamma,$

2. Закройте баллон пробкой 5 и откройте кран 4. При помощи насоса 3 накачивайте воздух в баллон до тех пор, пока разность уровней воды в коленах манометра не станет равной 20–30 см. Закройте кран 4 и выждите 30–40 с, пока температура воздуха внутри баллона не станет равной комнатной температуре.

3. Отсчитайте разность h_1 установившихся уровней воды в коленах манометра.

4. Откройте пробку 5 приблизительно на 1 с и плотно закройте ее. Выждите 30–40 с, пока температура воздуха внутри баллона не станет равной комнатной температуре, отсчитайте разность h_2 уровней воды в коленах манометра.

5. Опыт повторите не менее 6 раз.

6. По формуле (16.17) рассчитайте величину γ для каждого опыта. Найдите среднее значение $\langle \gamma \rangle$ для серии измерений.

7. Определите случайную погрешность $\Delta \gamma$ по методике для прямых измерений при $p = 0,95$. Найдите относительную ε_γ погрешность серии измерений.

8. Используя правила округления, запишите результат в окончательном виде ($\gamma = \langle \gamma \rangle \pm \gamma$). Определите теоретическое значение показателя адиабаты для воздуха и сравните его с экспериментальным значением.

9. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие Вы знаете изопроцессы? Какими уравнениями они описываются? 2. Запишите первый закон термодинамики. Какой вид он принимает в случае различных изопроцессов? 3. Какой процесс называется адиабатическим? Запишите уравнение Пуассона для этого процесса. 4. Чему равны теплоемкости газов при различных изопроцессах? 5. Что такое C_p и C_v ? Почему $C_p > C_v$? 6. Что понимают под числом степеней свободы i молекулы газа? Как выразить величину отношения C_p / C_v через число степеней свободы молекул газа? 7. Как вычислить работу идеального газа при различных изопроцессах?

Лабораторная работа № 17 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ПО СКОРОСТИ ЗВУКА В ГАЗЕ

Цель работы: изучить процесс распространения звука в газе; измерить скорость звука в воздухе и определить показатель адиабаты для воздуха

1. Теоретическое введение

Звуковая волна (или просто *звук*) – это распространяющийся в упругой среде волновой процесс, связанный с колебаниями частиц среды. Для человека слышимые частоты колебаний лежат в диапазоне от 16 Гц до 20 кГц. Волны с частотами, меньшими 16 Гц, называют *инфразвуком*, а с частотами, превышающими 20 кГц, – *ультразвуком*. В твердых телах звук может распространяться как в виде продольных (вдоль направления распространения волны), так и в виде поперечных (перпендикулярно направлению распространения волны) колебаний. Поскольку жидкости и газы не имеют упругости сдвига, то в этих средах звук может распространяться только в виде продольных колебаний.

Рассмотрим процесс распространения звуковой волны в газах. Источником возникновения волнового движения (источником звука) может служить любое тело, способное совершать упругие колебания, – мембрана, диффузор, струна, столб воздуха (в трубах) и т. д. Периодические механические колебания источника звука вызывают колебания близлежащих к источнику частиц упругой среды, что приводит к периодическому сжатию (сгущению) и разрежению среды в этом месте. Благодаря упругим связям между частицами колебания передаются на соседние частицы. Таким образом, при распространении звуковой волны в газе в каждой точке пространства наблюдаются попеременно деформации сжатия и разрежения рис. 17.1, что приводит к изменению плотности и давления среды по сравнению с их равновесными значениями. Скорость распространения колебаний (скорость волны) зависит от состояния среды, в которой волна распространяется.



Рис. 17.1

Пусть плоская звуковая волна распространяется в направлении оси x . В этом случае смещение частиц s зависит только от координаты x и времени t , т. е. $s(x, t)$. Давление и плотность среды также будут функциями координаты x и времени t . Если обозначить плотность и давление газа, находящегося в однородном состоянии при отсутствии в нем звуковой волны, соответственно, как $\rho_0 = \text{const}$ и $p_0 = \text{const}$, то при наличии волны давление и плотность в каждой точке газа (т. е. в физически малом объеме) определяются соотношениями

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad p = p_0 + p', \quad (17.1)$$

где ρ' и p' – избыточные плотность и давление. Величину p' называют *звуковым давлением*. Изменения плотности ρ' и давления p' в звуковой волне очень малы. Например, избыточное давление, создаваемое при обычном разговоре, составляет около миллионной доли атмосферного давления. Так что $\rho' \ll \rho_0$, $p' \ll p_0$.

Избыточная плотность изменяется при смещении молекул газа в звуковой волне. Рассмотрим не возмущенный звуковой волной элемент объема $V_1 = \Delta x S$ газа, где Δx – малая толщина слоя газа, заключенного между координатами x и $x + \Delta x$ (рис. 17.2); S – площадь сечения газа в направлении, перпендикулярном оси x . Масса газа в этом объеме $m = \rho_0 V_1$. Звук смещает частицы, имеющие координаты x , на величину $s(x, t)$ так, что их новое положение есть $x + s(x, t)$, а частицы с координатами $x + \Delta x$ в положение $x + \Delta x + s(x + \Delta x, t)$. Поэтому данная масса газа, смещенная звуковой волной, будет находиться между координатами $x + s(x, t)$ и $x + \Delta x + s(x + \Delta x, t)$, в объеме $V_2 = S(x + \Delta x + s(x + \Delta x, t) - x - s(x, t))$. При этом плотность газа станет равной ρ , а масса газа в этом объеме та же, что и в объеме V_1 : $m = \rho V_2$. Из равенства масс в данных объемах следует

$$\rho_0 = \frac{V_2}{V_1} \rho = \frac{(\Delta x + s(x + \Delta x, t) - s(x, t))}{\Delta x} \rho. \quad (17.2)$$

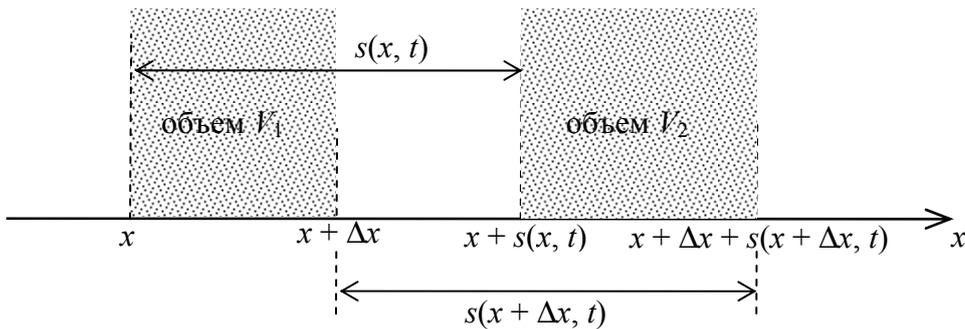


Рис. 17.2

Принимая во внимание малость толщины слоя Δx , найдем

$$s(x + \Delta x, t) - s(x, t) = \frac{\partial s}{\partial x} \Delta x. \quad (17.3)$$

Подставляя плотность ρ газа (17.1) и соотношение (17.3) в (17.2), получим

$$\rho_0 = \left(1 + \frac{\partial s}{\partial x}\right) (\rho_0 + \rho'). \quad (17.4)$$

Отсюда выразим избыточную плотность в звуковой волне:

$$\rho' = -\rho_0 \frac{\partial s}{\partial x} - \rho' \frac{\partial s}{\partial x} \approx -\rho_0 \frac{\partial s}{\partial x}, \quad (17.5)$$

где учтено, что $\rho' \ll \rho_0$, поэтому в правой стороне можно пренебречь вторым слагаемым по сравнению с первым. Знак минус в (17.5) показывает, что при увеличении смещения с ростом x , т. е. при расширении газа, его плотность уменьшается.

Давление любого газа является функцией его плотности, т. е. $p = f(\rho)$, и в частности равновесное давление $p_0 = f(\rho_0)$. Учитывая малость ρ' , получим

$$p' = p - p_0 = f(\rho_0 + \rho') - f(\rho_0) = \frac{dp}{d\rho} \rho'. \quad (17.6)$$

Согласно (17.6) звуковое давление p' прямо пропорционально избыточной плотности ρ' . Подставляя (17.5) в (17.6), найдем связь звукового давления со смещением:

$$p' = \beta \rho' = -\rho_0 \beta \frac{\partial s}{\partial x}, \quad \text{где } \beta = \frac{dp}{d\rho}. \quad (17.7)$$

Применим к объему V_1 на рис. 17.2 2-й закон Ньютона. Масса газа в этом объеме $m = \rho_0 V_1 = \rho_0 \Delta x S$, а ускорение газа $\partial^2 s / \partial t^2$. Результирующая сила, действующая на объем

$$F = F_1 - F_2 = p(x)S - p(x + \Delta x)S = -\frac{\partial p}{\partial x} \Delta x S = -\frac{\partial p'}{\partial x} \Delta x S, \quad (17.8)$$

где $F_1 = p(x)S$ и $F_2 = p(x + \Delta x)S$ – силы, действующие на сечение объема с координатой x и $x + \Delta x$; $p(x)$ и $p(x + \Delta x)$ – давления на эти сечения (рис. 17.3). Здесь учтены соотношение (17.1) для давления и малость величины Δx .

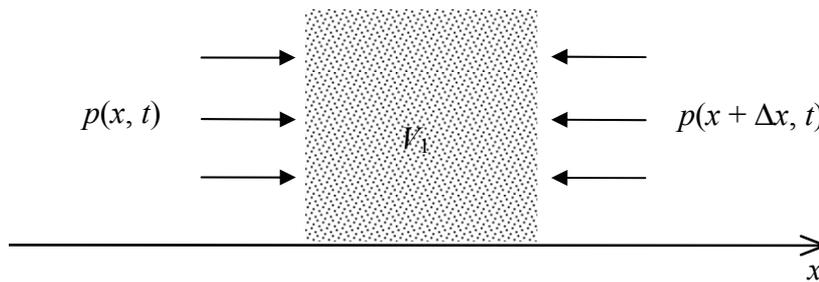


Рис. 17.3

Тогда уравнение динамики примет вид

$$\rho_0 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = -\frac{\partial p'}{\partial x}. \quad (17.9)$$

Подставляя в это соотношение формулу (17.7), окончательно получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \beta \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}. \quad (17.10)$$

Обозначая $v^2 = \beta$, соотношение (17.10) перепишем в виде

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}. \quad (17.11)$$

Уравнение (17.11) представляет собой волновое уравнение, которое описывает распространение звуковой волны в газе вдоль оси x . Волновое уравнение играет весьма важную роль в теории волновых процессов. Если, исходя из законов динамики при изучении некоторого явления, приходят к уравнению вида (17.11), то сразу можно утверждать, что имеет место волновой процесс, скорость распространения которого v . В данном случае, учитывая выражение β в (17.7), скорость распространения звуковой волны в газе определяется соотношением

$$v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}. \quad (17.12)$$

Решение уравнения (17.11) в виде плоской монохроматической волны, распространяющейся в положительном направлении оси x , имеет вид

$$s = A \sin(\omega t - kx), \quad (17.13)$$

где A – амплитуда волны; ω – циклическая частота колебаний; $k = \omega / v = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны.

Давление газа p зависит не только от плотности ρ , но и от температуры T . Для идеального газа эта зависимость определяется уравнением Менделеева – Клапейрона

$$p = \frac{\rho}{M} RT, \quad (17.14)$$

где R – универсальная газовая постоянная; M – молярная масса газа.

Для вычисления скорости звука по формуле (17.12) надо указать, при каких условиях берется производная от давления по плотности. Ньютон считал, что разности температур между сгущениями и разрежениями газа в звуковой волне мгновенно вырав-

ниваются, так что распространение звука есть изотермический процесс. В этом случае из соотношения (17.12) с учетом (17.14) следует *формула Ньютона* для скорости звука в идеальном газе

$$v_N = \sqrt{\frac{RT}{M}}. \quad (17.15)$$

Формула (17.15) не согласуется с экспериментальными данными. Так, для воздуха ($M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при $T = 273$ К по формуле (17.15) получим $v_N = 280$ м/с, тогда как опыт дает $v = 331$ м/с. Расхождение было устранено Лапласом. Он указал, что колебания плотности и связанные с ними колебания температуры в звуковой волне происходят настолько быстро, а теплопроводность газов настолько мала, что для таких процессов теплообменом можно пренебречь. Поэтому процесс распространения звука можно считать *адиабатическим процессом* без теплопередачи между отдельными участками колеблющегося газа. Как следствие, разности температур между сгущениями и разрежениями газа в звуковой волне не успевают выравниваться. Для нахождения скорости звука воспользуемся *уравнением Пуассона* для адиабатического процесса:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V}, \quad (17.16)$$

где величину γ , равную отношению молярных теплоемкостей газа при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_V , называют *показателем адиабаты*.

В формуле (17.16) примем во внимание, что объем газа $V = m / \rho$, где масса газа $m = \text{const}$. Тогда из (17.16) следует, что давление газа при адиабатическом процессе связано с его плотностью соотношением

$$p = \text{const } \rho^\gamma. \quad (17.17)$$

Отсюда для адиабатического процесса

$$\frac{dp}{d\rho} = \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_{\text{ад}} = \gamma \text{const } \rho^{\gamma-1} = \frac{\gamma p}{\rho}. \quad (17.18)$$

Подставляя (17.18) в (17.12) и учитывая (17.14), получим *формулу Лапласа* для скорости звука в идеальном газе:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}. \quad (17.19)$$

Данное соотношение находится в хорошем согласии с экспериментом.

Показатель адиабаты идеального газа связан с числом степеней свободы i молекулы газа соотношением

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+1}{i}. \quad (17.20)$$

Число степеней свободы называют количество независимых величин (координат), однозначно задающих положение молекулы. Одноатомная молекула (состоящая из одного атома) имеет три поступательные степени свободы $i = 3$, соответствующие трем координатам молекулы. Для двухатомных молекул $i = 5$, из них три поступательные степени свободы, задающие положение центра масс молекулы, и две вращательные степени свободы, соответствующие двум углам, которыми определяется ориентация молекулы в пространстве. Для трехатомных и многоатомных молекул $i = 6$, из них 3 поступательные и 3 – вращательные. При высоких температурах в газах могут возбуждаться колебательные степени свободы.

2. Описание установки и метода измерений

Схема установки для определения скорости звука в воздухе показана на рис. 17.4.

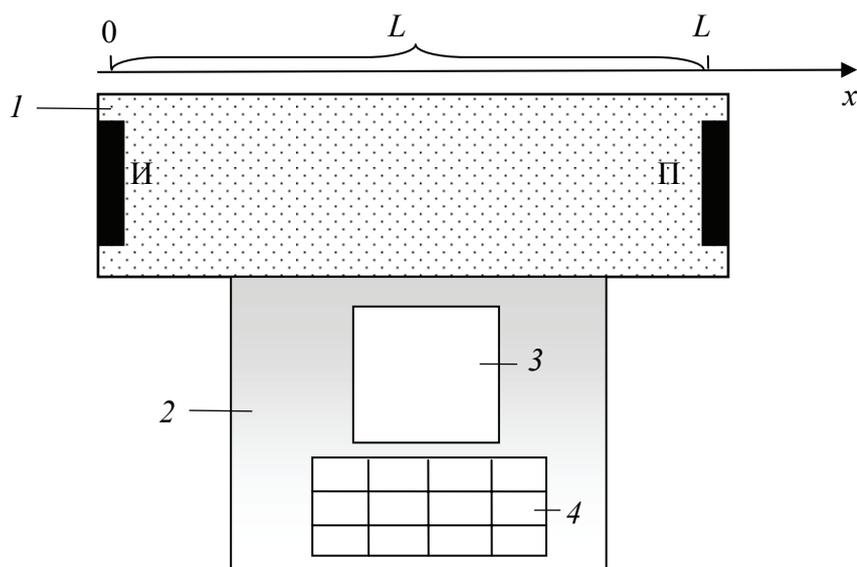


Рис. 17.4

Она состоит из трубы I , заполненной воздухом. Звуковые колебания в трубе возбуждаются источником звука $И$ и улавливаются приемником $П$. В качестве источника и приемника звука используются пьезоэлектрики, действие которых основано на прямом и обратном пьезоэффекте. На источник $И$ подается переменное напряжение, создаваемое генератором электрических колебаний, смонтированном в блоке управления 2 . Под действием переменного электрического напряжения пластинка из пьезоэлектрика начнет совершать упругие колебания (обратный пьезоэффект), возбуждая звуковую волну в трубе. Приходящая на приемник звуковая волна возбуждает упругие колебания пьезоэлектрической пластины, которые вызывают электрические колебания напряжения между поверхностями пластинки (прямой пьезоэффект). Эти колебания усиливаются в усилителе и регистрируются в блоке управления. На экран 3 прибора выводится график зависимости напряжения U , регистрируемого на приемнике в зависимости от частоты колебаний источника. Управление прибором осуществляется с клавиатуры 4 и описано в приложении к установке.

Звуковая волна распространяется от источника вдоль трубы в положительном направлении оси x . При отражении от приемника возникает волна противоположного направления. Пусть уравнение волны, распространяющейся от источника к приемнику, описывающее смещение s_1 частиц воздуха на расстоянии x от источника, имеет вид (17.13):

$$s_1 = A \sin(\omega t - kx). \quad (17.21)$$

Тогда в отраженной от приемника волне смещение s_2 частиц воздуха на том же расстоянии x от источника

$$s_2 = A \sin(\omega t - k(2L - x) + \pi) = -A \sin(\omega t - k(2L - x)), \quad (17.22)$$

где учтено, что при отражении от более плотной среды фаза волны скачком изменяется на π ; L – расстояние между источником и приемником.

Согласно принципу суперпозиции волн результирующее смещение точек среды при наложении этих волн

$$s = s_1 + s_2 = 2A \sin(k(L - x)) \cos(\omega t - kL). \quad (17.23)$$

Соотношение (17.23) есть уравнение *стоячей волны*. В каждой точке колебания происходят с частотой, равной частоте ω накладывающихся волн. Амплитуда стоячей волны зависит от координаты x :

$$A_c(x) = 2A |\sin(k(L - x))|. \quad (17.24)$$

Точки, в которых амплитуда колебаний $A_c(x)$ равна нулю, называют *узлами* стоячей волны. Координаты узлов определяются соотношением

$$x_{\text{уз}} = L - \frac{n\pi}{k} = L - n\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17.25)$$

Посередине между узлами находятся пучности стоячей волны, точки в которых амплитуда максимальна $A_c(x) = 2A$. Расстояние между двумя соседними пучностями (или узлами) называют длиной стоячей волны: $\lambda_c = \lambda / 2$. На рис. 17.5 показан график зависимости смещения s (17.23) в зависимости от x для двух моментов времени, отличающихся на полпериода.

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволен, т. е. при выполнении условия

$$L = n\frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (17.26)$$

Если условие (17.26) выполнено, то волна, отраженная от приемника, вернувшись к источнику и вновь отраженная, совпадает по фазе с волной (17.21), испускаемой источником, и усиливает ее. Амплитуда звуковых колебаний в трубе при этом резко возрастает – наступает *резонанс*. Как следствие, амплитуда стоячей волны максимальна при резонансе. При выполнении условия резонанса (17.26) у источника звуковых волн при $x = 0$ также образуется узел, как это, согласно (17.25), имеет место у приемника при $x = L$. Эта ситуация как раз и показана на рис. 17.5.

Используя соотношения (17.5) и (17.7), из уравнения стоячей волны (17.23) следуют выражения для избыточной плотности воздуха и звукового давления в трубе:

$$\rho' = \rho'_0 \cos(k(L - x)) \cos(\omega t - kL); \quad (17.27)$$

$$p' = p'_0 \cos(k(L - x)) \cos(\omega t - kL), \quad (17.28)$$

где $\rho'_0 = \rho_0 k$, $p'_0 = \rho'_0 \beta$.

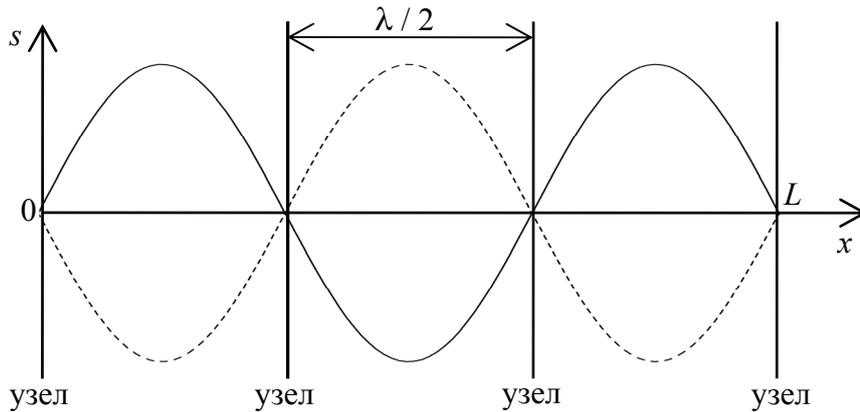


Рис. 17.5

Соотношения (17.27), (17.28) являются уравнениями стоячих волн для избыточной плотности и звукового давления в трубе. Амплитудные значения этих величин имеют вид

$$A_p(x) = \rho'_0 |\cos(k(L-x))|, \quad A_p(x) = p'_0 |\cos(k(L-x))|. \quad (17.29)$$

Анализ указанных соотношений показывает, что пучности и узлы избыточной плотности и звукового давления совпадают, тогда как пучности и узлы амплитуды смещения (17.24) смещены по отношению к ним на $\lambda/4$.

Таким образом, в узлах смещения (17.25) наблюдаются пучности избыточной плотности и звукового давления. Так как у приемника при $x=L$ образуется узел смещения, то звуковое давление в этом месте имеет пучность и при резонансе амплитуда напряжения, возникающая на приемнике, оказывается максимальной.

Чтобы удовлетворить условию (17.26), при котором возникает резонанс, в установке изменяется частота звуковых колебаний. Резонанс регистрируется по максимуму напряжения, возникающему на приемнике при определенной частоте. Из (17.26) следует, что частоты колебаний воздушного столба, при которых имеет место резонанс, определяются соотношением

$$v_n = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L} n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (17.30)$$

Зависимость v_n от n является линейной. Коэффициент линейной зависимости $k_1 = v/2L$. Отсюда скорость звука в воздухе

$$v = 2Lk_1, \quad (17.31)$$

где коэффициент линейной зависимости численно равен тангенсу угла наклона α прямой линии, получаемой из экспериментальной зависимости $v_n = f(n)$, к оси абсцисс

$$k_1 = \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_m - v_k}{m - k}, \quad (17.32)$$

где m и k – номера соответствующих частот.

Соотношение для показателя адиабаты γ следует из формул Лапласа (17.19) и Ньютона (17.15) для скорости звука в газах:

$$\gamma = \frac{v^2}{v_N^2}. \quad (17.33)$$

В формуле (17.33) скорость звука v определяется из эксперимента, а скорость звука v_N вычисляется по формуле (17.15), по известной температуре газа и его молярной массе.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

$T =$	$L =$										$A =$
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$U_n, \text{В}$											
$v_n, \text{Гц}$											

2. Возьмите приложение к работе и ознакомьтесь с назначением кнопок клавиатуры блока управления лабораторной установки.

3. Занесите в таблицу комнатную температуру, выраженную в кельвинах, а также расстояние между источником и приемником L (указано в приложении к работе). По таблице вариантов, приведенной в приложении, выберите амплитуду колебаний A (в процентах от максимального значения) и занесите ее в таблицу.

3. Подключите шнур питания установки к электрической сети и включите блок управления выключателем, находящимся на задней панели блока. Подождите, пока в верхней части экрана появится строка состояния. Кнопкой «А» на клавиатуре установите амплитуду колебаний A .

4. Нажмите кнопку «Старт», при этом запустится процесс измерения. Подождите, пока на экран будет выведен график зависи-

мости напряжения, регистрируемого приемником, от частоты колебаний источника.

5. С помощью кнопок «10» и «1» переместите курсор к первому наблюдаемому максимуму напряжения. Кнопкой «Сканирование» выведите на экран участок графика вблизи курсора. Перемещая курсор с помощью кнопок «10» и «1», определите и занесите в таблицу значение максимальной амплитуды напряжения U и соответствующее ему значение резонансной частоты ν . Нажмите кнопку «Обзорный график» и перейдите к общему графику.

6. Повторите пункт 5 для всех остальных максимумов. Полученные результаты занесите в таблицу. Отключите блок управления выключателем на задней панели и установку от электрической сети.

7. Постройте график зависимости $\nu_k = f(k)$ и убедитесь в его линейности. Используя соотношение (17.32), определите коэффициент линейной зависимости k_1 , выбрав крайние значения резонансных частот. По формуле (17.31) вычислите скорость звука в воздухе.

8. Используя значение температуры воздуха T и его молярную массу $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, по формуле (17.15) вычислите скорость звука ν_N , а затем по формуле (17.33) определите показатель адиабаты.

9. Учитывая, что воздух состоит в основном из двухатомных молекул, по формуле (17.20) вычислите показатель адиабаты воздуха. Результат сравните с экспериментальным значением, полученным в пункте 8.

10. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое звук? 2. Объясните механизм распространения звуковой волны в газах? 3. Какой процесс называют адиабатическим? 4. Приведите уравнение Пуассона для адиабатического процесса. 5. Как определяется показатель адиабаты. От чего зависит показатель адиабаты идеального газа? 6. Почему процесс распространения звука можно считать адиабатическим процессом? 7. Объясните методику измерения скорости звука в данной лабораторной работе. 8. Объясните формирование стоячей звуковой волны при сложении двух бегущих волн, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях.

Лабораторная работа № 18 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИБОЛЕЕ ВЕРОЯТНОЙ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА

Цель работы: изучить распределение частиц по скоростям теплового движения и принцип работы электровакуумных приборов; исследовать распределение электронов по скоростям в вакуумном диоде и определить наиболее вероятную скорость электронного газа.

1. Теоретическое введение

В молекулярной физике рассматриваются ансамбли, состоящие из частиц, которые движутся хаотически и независимо друг от друга. Поэтому представляет значительный интерес выяснение закономерностей теплового движения молекул в таких ансамблях, простейшим случаем которых является идеальный газ (см. лабораторную работу № 16). Согласно положениям молекулярно-кинетической теории, молекулы идеального газа движутся с различными как по величине, так и по направлению, скоростями. В то время как распределение молекул газа по направлениям движения равновероятно, возможные значения скорости v , заключенные в пределах от нуля до бесконечности, не являются равновероятными. Скорости теплового движения каждой из молекул в ансамбле изменяются со временем в результате столкновений с другими молекулами и стенками сосуда. Однако, если газ находится в *равновесном состоянии*, число молекул dn , скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, не зависит от времени. Отношение dn к общему числу молекул в ансамбле n также является не зависящей от времени величиной и представляет собой вероятность того, что скорость произвольно выбранной молекулы будет лежать в вышеуказанном интервале скоростей:

$$\frac{dn}{n} = f(v)dv, \quad (18.1)$$

где $f(v)$ – *функция распределения Максвелла*, которая численно равна вероятности того, что скорость произвольно выбранной молекулы лежит в единичном интервале скоростей от v до $v + 1$. Вид функции распределения был получен Дж. Максвеллом и носит его

имя. Функция распределения Максвелла должна удовлетворять условию нормировки, согласно которому вероятность того, что скорость некоторой молекулы будет иметь одно из значений в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$, равна 1, т. е.

$$\int_0^{+\infty} f(v)dv = 1. \quad (18.2)$$

С учетом условий нормировки функция распределения Максвелла молекул по скоростям имеет следующий вид:

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right), \quad (18.3)$$

где m_0 – масса одной молекулы; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

На рис. 18.1 приведен вид функции распределения для двух значений температуры. Характерной особенностью функции распределения является наличие максимума. Скорость частиц, соответствующая максимальному значению $f(v)$, называется *наиболее вероятной скоростью* v_B . Чтобы найти наиболее вероятную скорость v_B , необходимо исследовать функцию распределения $f(v)$ на экстремум. Для этого возьмем производную по v от выражения (18.3) и приравняем ее к нулю.

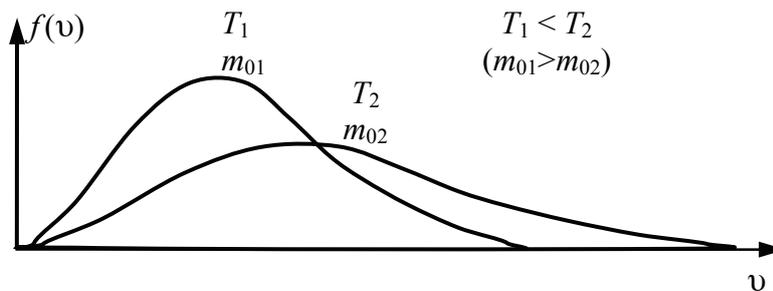


Рис. 18.1

$$\begin{aligned} \frac{df(v)}{dv} &= \frac{d}{dv} \left(4\pi v^2 \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \right) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \left(2 - \frac{m_0 v^2}{kT} \right) v &= 0 \Rightarrow 2 - \frac{m_0 v^2}{kT} = 0. \quad (18.4) \end{aligned}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad (18.5)$$

где M – молярная масса молекул газа; R – универсальная газовая постоянная.

Согласно определению среднего арифметического значения, в математической статистике *средняя арифметическая скорость* $\langle v \rangle$ молекул определяется из соотношения

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} 4\pi \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) v^3 dv, \quad (18.6)$$

откуда после вычисления получаем

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (18.7)$$

Аналогичным образом для среднего значения квадрата скорости $\langle v^2 \rangle$ получаем выражение

$$\langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} 4\pi \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) v^4 dv = \frac{3kT}{m_0}, \quad (18.8)$$

откуда имеем

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \quad (18.9)$$

где $v_{\text{ср. кв}}$ – средняя квадратичная скорость.

Чтобы определить долю частиц, скорости которых лежат в некотором интервале скоростей от v_1 до v_2 , необходимо вычислить интеграл

$$\frac{\Delta n_v}{n} = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{v_1}^{v_2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) dv. \quad (18.10)$$

Если в функции распределения $f(v)$ перейти от переменной v к переменной $\varepsilon = \frac{m_0 v^2}{2}$, представляющей собой кинетическую энергию частицы с массой m_0 и скоростью v , то получим функцию распределения частиц по кинетическим энергиям:

$$\frac{dn_\varepsilon}{n} = \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) (kT)^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon, \quad (18.11)$$

где dn_ε / n – вероятность того, что кинетическая энергия поступательного движения молекулы имеет значение в интервале от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$. Тогда можем рассчитать величину среднего значения кинетической энергии поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^\infty \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) (kT)^{-\frac{3}{2}} \int_0^\infty \sqrt{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) d\varepsilon = \frac{3kT}{2}, \quad (18.12)$$

которая находится в согласии со значением, полученным из закона о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

2. Описание установки и метода измерений

В основе работы электронных ламп, электронно-лучевых трубок и других электронно-вакуумных приборов лежит явление *термоэлектронной эмиссии*, которое представляет собой испускание электронов с поверхности тел (главным образом металлов) при нагревании. Простейшим электронно-вакуумным прибором является двухэлектродная лампа (диод). *Диод* представляет собой стеклянный или металлический баллон, откачанный до глубокого вакуума, с двумя электродами – анодом А и катодом К (рис. 18.2). Кроме этого, в диоде есть так называемая нить накала Н, предназначенная для нагревания катода.

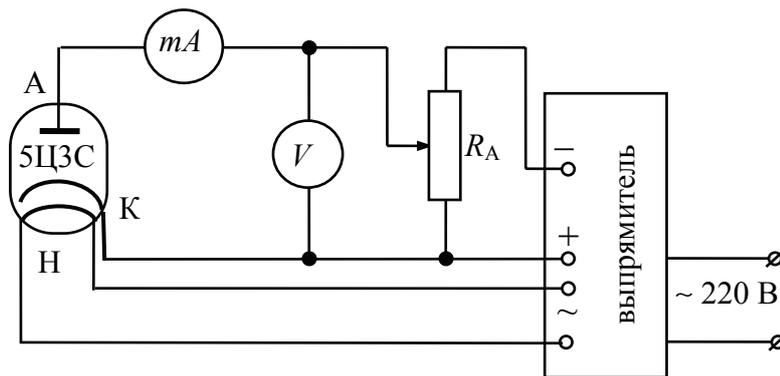


Рис. 18.2

Для приведения диода в рабочее состояние включают электрический ток в цепи нити накала Н, которая нагревается и нагревает близко расположенный с ней катод К. Для разогрева катода

до рабочей температуры, при которой достигается стационарная концентрация испускаемых с его поверхности электронов, требуется некоторое время. Поэтому все устройства, содержащие в своем составе электровакуумные приборы (например, телевизоры или мониторы с электронно-лучевым кинескопом), требуют прогрева в течение 0,5 – 3,0 мин после включения электропитания.

Нагретый до определенной температуры катод будет испускать электроны, образующие вокруг него отрицательный пространственный заряд – электронное облако. Если анодное напряжение U_A равно нулю, то облако задерживает большую часть вылетающих из катода электронов. Однако скорость испускаемых термоэлектронов различна, и небольшое число электронов с наибольшей скоростью способно достигнуть анода А, поэтому через диод от катода к аноду (т. е. в анодной цепи) будет протекать малый ток I_A , величина которого измеряется миллиамперметром (рис. 18.2). Напряжение между катодом и анодом измеряется вольтметром V . Если на анод подается положительное напряжение, то анодный ток I_A возрастает. Напротив, если положительный вывод источника питания подключен к катоду, а отрицательный к аноду, т. е. прикладывается задерживающее напряжение U_3 , то величина анодного тока I_A уменьшается. Это происходит потому, что часть электронов обладает кинетической энергией, недостаточной для преодоления потенциального барьера, формируемого электрическим полем между анодом и катодом. Таким образом, скорость (кинетическая энергия) электронов и величина задерживающего напряжения U_3 между анодом и катодом взаимосвязаны.

Минимальная скорость v_{\min} электронов, которые способны долететь до анода, определяется из условия равенства кинетической энергии электрона и работы, которую совершают над электроном силы электрического поля при его перемещении от катода к аноду:

$$\frac{m_e v_{\min}^2}{2} = eU_3 \Rightarrow v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_e}}, \quad (18.13)$$

где m_e и e – масса и заряд электрона, соответственно.

Число электронов Δn , которые способны достичь анода, получим из уравнения (18.10), если проинтегрируем его в пределах от v_{\min} до $+\infty$:

$$\begin{aligned} \Delta n &= n \int_{v_{\min}}^{+\infty} f(v) dv = \\ &= n4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{v_{\min}}^{+\infty} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) dv = nF(v_{\min}). \end{aligned} \quad (18.14)$$

Величина анодного тока $I_A = \psi e \Delta n$, где ψ – коэффициент пропорциональности, определяемый характеристиками диода. Тогда с учетом (18.14) получим

$$I_A = \psi e n F(v_{\min}). \quad (18.15)$$

Величина $F(v_{\min})$ равна заштрихованной площади под кривой $f(v)$ на рис. 18.3. Поэтому, учитывая условие нормировки, можно записать

$$F(v_{\min}) = \int_0^{+\infty} f(v) dv - \int_0^{v_{\min}} f(v) dv = 1 - \int_0^{v_{\min}} f(v) dv. \quad (18.16)$$

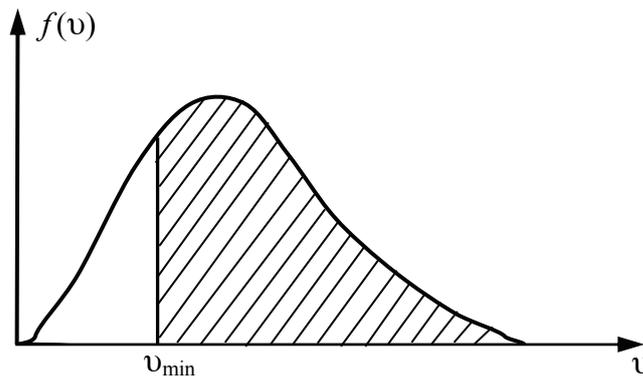


Рис. 18.3

Очевидно, что функция $F(v_{\min})$ является первообразной для функции $f(v_{\min})$, т. е.

$$\frac{dF(v_{\min})}{dv_{\min}} = -f(v_{\min}). \quad (18.17)$$

Дифференцируя (18.15) с учетом (18.17) получаем

$$-\frac{dI_A}{dv_{\min}} = -\psi e n \frac{dF(v_{\min})}{dv_{\min}} = \psi e n f(v_{\min}). \quad (18.18)$$

Таким образом, величина $-\frac{dI_A}{dv_{\min}}$ с точностью до постоянного множителя равна функции распределения электронов по скоростям.

Очевидно, что когда функция $f(v_{\min})$ имеет максимум при $v_{\min} = v_b$, то функция $F(v_{\min})$ имеет в этой же точке перегиб. Точка перегиба разделяет выпуклый и вогнутый (по отношению к оси абсцисс) участки графиков функций $F(v_{\min})$ либо $I_A(v_{\min})$. Наиболее вероятную скорость электронного газа v_b определяем как абсциссу точки перегиба на экспериментальном графике зависимости $I_A(v_{\min})$. Вид функции распределения электронного газа по скоростям получим путем дифференцирования зависимости $I_A(v_{\min})$.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте табл.18.1 для занесения и обработки результатов измерений.

Таблица 18.1

i	U_3 ,	I_A ,	v_{\min} ,

2. Изучите оборудование лабораторной установки, которая собрана по электрической схеме, представленной на рис. 18.2.

3. Вращающуюся ручку реостата R_A поверните против часовой стрелки до упора.

4. Подключите лабораторную установку к электрической сети 220 В и выждите 5 мин для прогрева диода.

5. При нулевом задерживающем напряжении $U_3 = 0$ (ручка реостата R_A повернута против часовой стрелки до упора) измерьте значение I_A и занесите в таблицу.

6. Вращая ручку реостата R_A по часовой стрелке, установите задерживающее напряжение $U_3 = 0,2$ В. Измерьте значение I_A и занесите значения I_A и U_3 в табл. 18.1. Увеличивая задерживающее напряжение U_3 с шагом 0,2 В, повторяйте измерения до тех пор, пока анодный ток не уменьшится до значения $I_A = 0$.

7. По формуле (18.13) рассчитайте величину v_{\min} для каждого значения U_3 и постройте график зависимости $I_A(v_{\min})$. Определив точку перегиба, найдите наиболее вероятную скорость электронного газа v_b .

8. Проведите дифференцирование зависимости $I_A(v_{\min})$ используя либо графические редакторы Microsoft Office Excel, Origin, либо выполните ее графическое дифференцирование. Графическое дифференцирование удобно выполнять путем последовательного заполнения табл. 18.2.

Таблица 18.2

$v_{\min i}$	$\Delta v_{\min i}$	I_{Ai}	ΔI_{Ai}	$\frac{\Delta I_{Ai}}{\Delta v_{\min i}}$	$v_{\min + 1}$

Для графического дифференцирования ось абсцисс разбивается на N равных частей и по плавной кривой графика зависимости $I_A(v_{\min})$, которая аппроксимирует экспериментальные значения, определяются значения анодного тока, соответствующие точкам разбиения. В качестве приближенного значения $-\frac{dI_A}{dv_{\min}}$ следует

взять величину $\frac{\Delta I_{Ai}}{\Delta v_{\min i}}$, где $\Delta I_{Ai} = I_{Ai+2} - I_{Ai}$, $\Delta v_{\min i} = v_{\min i+2} - v_{\min i}$. Полученное приближенное значение производной следует отнести к значению аргумента $v_{\min + 1}$, т. е. значению аргумента, соответствующего середине выбранного интервала дифференцирования.

9. Постройте график зависимости $\frac{\Delta I_{Ai}}{\Delta v_{\min i}}$ от $v_{\min + 1}$ и определите по абсциссе максимума функции значение наиболее вероятной скорости электронного газа v_B . Сравните это значение со значением v_B , полученным в п. 7.

10. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Как устроен вакуумный диод? 2. Что такое электронный газ? Опишите движение электронов в вакуумном диоде. 3. Почему в лабораторной работе используется запирающее, а не ускоряющее напряжение? 4. Каким образом по вольтамперной характеристике диода можно восстановить функцию распределения электронов по скоростям? 5. Запишите функцию распределения Максвелла и поясните ее физический смысл. 6. Как из функции распределения Максвелла получить наиболее вероятную, среднюю и среднеквадратичную скорости движения молекул газа? 7. Как зависит вид функции распределения Максвелла от температуры и массы молекулы?

Лабораторная работа № 19 ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ГАЗА

Цель работы: ознакомиться с явлениями переноса в веществе; изучить закономерности внутреннего трения; освоить капиллярный метод измерения коэффициента динамической вязкости газов.

1. Теоретическое введение

Явления переноса: диффузия, внутреннее трение и теплопроводность. В изолированной термодинамической системе равновесное состояние характеризуется однородным распределением физических величин. Система с неоднородным распределением этих параметров будет стремиться к равновесию (т. е. к состоянию, в котором градиенты этих величин равны нулю). Переход в равновесное состояние всегда сопровождается возникновением потока физической величины, которая является неодинаковой в разных частях системы. Процессы, в которых осуществляется перенос той или иной физической величины из одной области термодинамической системы в другую, называют *явлениями переноса*. Так как в неравновесном состоянии градиенты этих величин не равны нулю, в отличие от равновесного, то можно предположить, что скорость переноса должна быть связана с градиентами этих величин. Опыт подтверждает это положение, которое позволяет описать явления *диффузии* (выравнивание концентрации молекул (плотности) вещества за счет переноса массы в объеме), *теплопроводности* (выравнивание температуры по объему в результате переноса тепловой энергии хаотического движения частиц системы) и *внутреннего трения* (выравнивание скоростей движения различных слоев текучей среды в связи с переносом импульса частиц). Законы переноса массы, энергии и импульса положены в основу *теории неравновесных процессов*, или *физической кинетики*.

Рассмотрим системы, в которых неоднородное распределение параметров наблюдается только вдоль одной оси (одномерная неоднородность).

Явление диффузии для химически однородного вещества подчиняется *закону Фика*:

$$dm = -D \frac{d\rho}{dy} dS dt, \quad (19.1)$$

где dm – масса вещества, переносимая при диффузии через площадку dS ; D – коэффициент диффузии ($[D] = 1 \text{ м}^2/\text{с}$); $\frac{d\rho}{dy}$ – градиент

плотности, равный скорости изменения плотности на единицу длины в направлении оси Oy , перпендикулярной к площадке dS . Знак «минус» показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности.

Сила внутреннего трения F между двумя слоями газа или жидкости подчиняется *закону Ньютона*:

$$F = \eta \left| \frac{du}{dy} \right| S, \quad (19.2)$$

где η – коэффициент динамической вязкости ($[\eta] = 1 \text{ Па}\cdot\text{с}$); $\frac{du}{dy}$ – градиент скорости упорядоченного движения, показывающий быстроту изменения скорости жидкости или газа в направлении оси Oy , перпендикулярной к направлению движения слоев; S – площадь поверхности, на которую действует сила F .

Согласно 2-му закону Ньютона силу взаимодействия двух слоев можно рассматривать как процесс передачи импульса от одного слоя к другому в единицу времени ($F dt = dp$). С учетом этого получаем

$$dp = -\eta \frac{du}{dy} dS dt, \quad (19.3)$$

где dp – импульс, передаваемый за время dt от слоя к слою через поверхность площадью dS .

Явление теплопроводности подчиняется *закону Фурье*:

$$dQ = -\alpha \frac{dT}{dy} dS dt, \quad (19.4)$$

где α – коэффициентом теплопроводности ($[\alpha] = 1 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$); $\frac{dT}{dy}$ – градиент температуры, равный скорости изменения температуры

на единицу длины в направлении оси Oy , перпендикулярной к площадке dS . Знак «минус» показывает, что при теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры.

Внутреннее трение (вязкость). Рассмотрим газ, у которого слои движутся с различными скоростями. Каждая молекула газа участвует в двух движениях: хаотическом тепловом движении со средней скоростью $\langle v \rangle$ и упорядоченном движении со скоростью u (причем $u \ll \langle v \rangle$). Два соприкасающихся слоя газа имеют разную скорость упорядоченного движения u (рис. 19.1). В этом случае при переходе молекул из одного слоя в другой они будут переносить различные значения импульса, соответствующего упорядоченному движению слоев газа. Попав в другой слой, молекула претерпевает соударения с молекулами этого слоя. В результате соударений она либо отдает избыток своего импульса другим молекулам, либо увеличивает свой импульс за счет других молекул. В итоге импульс более быстро движущегося слоя уменьшается, а более медленно движущегося – увеличивается. Таким образом, слои ведут себя так, как если бы к первому слою (скорость которого больше) была приложена тормозящая его движение сила, а ко второму слою (скорость которого меньше) – такая же по величине ускоряющая его движение сила.

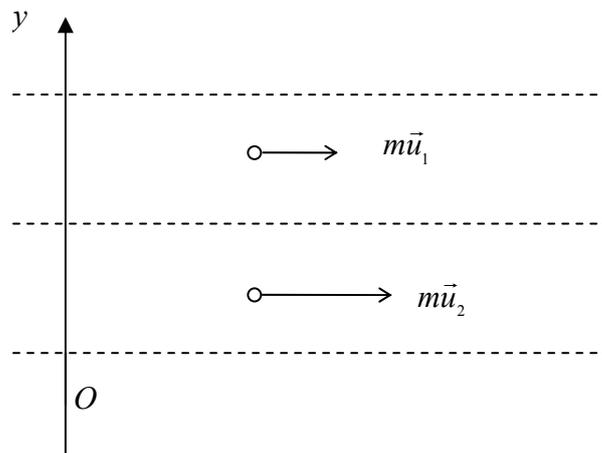


Рис. 19.1

Экспериментально установлено, что для многих жидкостей и газов сила вязкого трения подчиняется закону Ньютона (19.2). Она характеризует взаимодействие соседних слоев и направлена по касательной к ним.

Коэффициент динамической вязкости η в законе Ньютона равен силе трения, приходящейся на единицу площади слоя при единичном градиенте скорости. Согласно молекулярно-кинетической теории, коэффициент динамической вязкости идеального газа равен

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho, \quad (19.5)$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул; $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул газа; ρ – плотность газа. Эти величины в свою очередь определяются соотношениями

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad \langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad \rho = m_0 n = \frac{M}{N_A} n, \quad (19.6)$$

где R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; M – молярная масса; d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; N_A – число Авогадро.

В жидкостях и газах механизмы внутреннего трения различны. В газах расстояние между молекулами значительно превышает их размеры, что позволяет им свободно переходить из одного слоя в другой. Поэтому причиной внутреннего трения является перенос импульса. В жидкости межмолекулярные расстояния сравнимы с размерами самих молекул, и, соответственно, молекулы жидкости большую часть времени находятся около положений равновесия. Поэтому движущаяся масса жидкости увлекает соседние слои в основном за счет сил притяжения между молекулами.

Коэффициент динамической вязкости жидкости во много раз превышает коэффициент вязкости газов и изменяется в широких пределах в зависимости от рода жидкости и ее температуры. С ростом температуры вязкость жидкостей уменьшается, в то время как вязкость газов растет. Уменьшение вязкости жидкости с ростом температуры обусловлено увеличением среднего расстояния между молекулами и ослаблением сил межмолекулярного взаимодействия. Увеличение вязкости газов с ростом температуры связано с возрастанием скорости теплового движения и средней длины свободного пробега молекул.

2. Описание установки и метода измерений

В основе данного метода лежит исследование течения газа через капилляр. Принципиальная схема установки представлена на рис. 19.2. Она состоит из капилляра К, соединенного трубкой с сосудом С, заполненным водой.

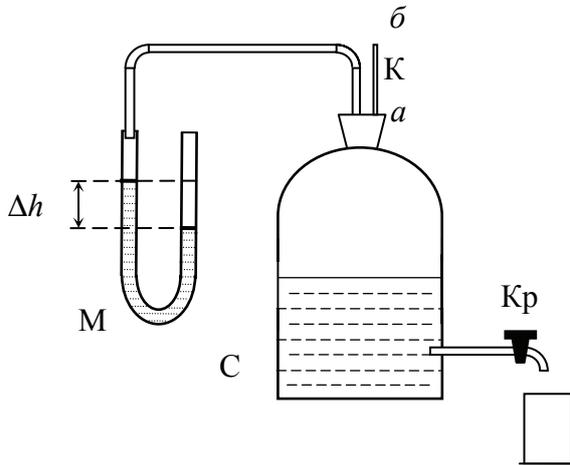


Рис. 19.2

Если открыть кран Кр, вода начнет вытекать из сосуда. В пространстве над поверхностью воды и, следовательно, на конце а капилляра давление станет меньше атмосферного. На конце б капилляра давление всегда равно атмосферному. Перепад давления на концах капилляра определяется по разности уровней Δh жидкости в коленях манометра М по формуле

$$\Delta p = \rho g \Delta h, \quad (19.7)$$

где ρ – плотность воды; g – ускорение свободного падения.

Под действием перепада давления по капилляру в сосуд начнет поступать воздух. Через несколько секунд наступит равновесный процесс: объем воздуха, поступающий в сосуд за некоторый промежуток времени t , будет равен объему жидкости, вытекающей из сосуда за это же время. Скорость протекания газа по капилляру определяется вязкостью газа. Рассмотрим механизм движения газа в круглой трубке, на концах которой поддерживается постоянная разность давлений $\Delta p = p_1 - p_2$ (рис. 19.3). Граничный слой газа вследствие прилипания молекул к стенкам неподвижен. По мере удаления от стенки скорость цилиндрических слоев газа возрастает и достигает максимального значения в центре трубки. Количество газа,

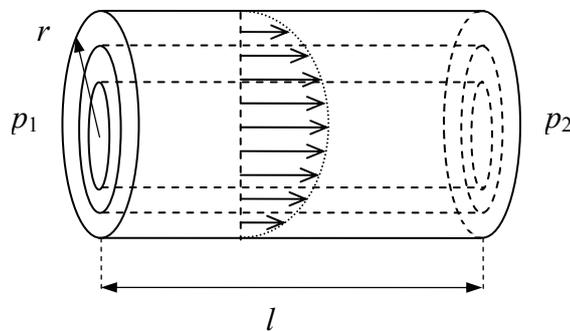


Рис. 19.3

протекающего по трубе (расход) за время t , тем больше, чем меньше сила трения между слоями, и определяется *формулой Пуазейля*:

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{l} t, \quad (19.8)$$

где V – объем газа, протекающего через трубку; η – коэффициент динамической вязкости; r, l – радиус и длина трубки.

Формула (19.8) справедлива, когда течение газа (жидкости) можно рассматривать как скольжение слоев относительно друг друга без перемешивания. Такой режим течения называется *ламинарным*. Опыт показывает, что с увеличением скоростей движения возникает интенсивное перемешивание газа и образуются завихрения. Такое движение называется *турбулентным*. Рейнольдс установил, что переход от ламинарного режима к турбулентному происходит при определенном значении безразмерной величины (*числа Рейнольдса*):

$$R_e = \frac{v\rho}{d\eta} = \frac{v}{\nu}, \quad (19.9)$$

где v – средняя (по сечению трубы) скорость потока; ρ – плотность газа (или жидкости); d – характерный для поперечного сечения размер; $\nu = \eta / \rho$ – *коэффициент кинематической вязкости*. Он характеризует быстроту выравнивания скорости упорядоченного движения различных слоев среды.

При числах Рейнольдса меньших некоторой величины R_{e_k} – течение ламинарное, при больших – турбулентное. Значение R_{e_k} , при котором происходит смена режима течения, называется критическим. Это значение зависит от геометрии течения. Например, при течении жидкости по трубам круглого сечения $R_{e_k} = 2000$. При этом характерным размером является диаметр трубы. При движении сферы в жидкости $R_{e_k} = 5$. Характерным размером считается диаметр сферы, а v – скорость ее движения.

Из формулы (19.8) можно найти коэффициент динамической вязкости η , измерив остальные величины. С учетом (19.7) получаем

$$\eta = \frac{k\Delta h}{V} t, \quad (19.10)$$

где $k = \frac{\pi r^4 \rho g}{8l}$ – постоянная установки.

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

i	$V,$	$\Delta h_1,$	$\Delta h_2,$	$\Delta h,$	$t,$	$\eta_i,$	$\langle \eta \rangle,$	$\Delta \eta,$	$\varepsilon_\eta,$

2. Измерьте время t вытекания $V = 100$ мл воды из сосуда. Для этого подставьте под кран Кр запасной стакан и откройте его. С помощью крана отрегулируйте такое вытекание воды из сосуда в стакан, чтобы разность Δh уровней в манометре была постоянной. При установлении постоянной разности уровней в коленах манометра быстро замените стакан на пустой измерительный стакан с отметкой 100 мл и одновременно запустите секундомер.

3. По мере вытекания воды из воронки разность уровней в манометре медленно меняется, поэтому перед остановкой секундомера и закрытием крана измерьте разность уровней Δh_2 . В расчетах используйте среднее значение $\Delta h = (\Delta h_1 + \Delta h_2) / 2$. Данные занесите в таблицу.

4. Используя параметры, указанные на установке, по формуле (19.10) рассчитайте сначала постоянную установки k , а затем коэффициент динамической вязкости η . Результаты обсудите с преподавателем.

5. Аналогичные измерения и расчеты повторите еще 5 раз. При этом изменяйте степень открытия крана с тем, чтобы скорость вытекания жидкости изменялась от опыта к опыту.

6. Рассчитайте максимальное число Рейнольдса в ваших опытах Re_{\max} по формуле (19.9), где $v = V / (\pi r^2 t_{\min})$ – максимальная скорость движения воздуха в капилляре; t_{\min} – минимальное время вытекания воды; $\rho = p_{\text{атм}} M / (RT)$ – плотность воздуха; $p_{\text{атм}} = 10^5$ Па – атмосферное давление; $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса воздуха; $R = 8,31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная; T – температура воздуха. Сделайте вывод о характере течения газа по капилляру в ваших опытах.

7. Рассчитайте среднее значение $\langle \eta \rangle$ для серии измерений и определите случайную погрешность $\Delta \eta$ по методике прямых измерений (формулы (O4)–(O5)) и относительную ошибку $\varepsilon_\eta = \Delta \eta / \langle \eta \rangle$.

8. По среднему значению коэффициента динамической вязкости воздуха $\langle \eta \rangle$ оцените средний эффективный диаметр молекул газа

$$d = \sqrt[4]{\frac{4RTM}{9\pi^3 (N_A \eta)^2}}, \quad (19.11)$$

где N_A – число Авогадро.

9. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите явления переноса и охарактеризуйте каждое из них. 2. Сформулируйте законы Фика, Ньютона, Фурье и объясните смысл входящих в них величин. 3. Объясните физический смысл коэффициентов диффузии, динамической вязкости и теплопроводности. 4. Объясните различие в механизмах внутреннего трения в жидкостях и газах. 5. Дайте определение ламинарного и турбулентного движения. 6. Используя соотношения (19.5–19.6), докажите, что η идеального газа не зависит от давления и возрастает с увеличением температуры, и получите формулу для расчета диаметра молекул газа (19.11).

Лабораторная работа № 20 ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Цель работы: ознакомиться с явлениями переноса в веществе; изучить закономерности внутреннего трения; измерить коэффициент динамической вязкости глицерина методом Стокса.

1. Теоретическое введение

Вязкость жидкостей рассмотрена в разделе *Явления переноса: диффузия, внутреннее трение и теплопроводность* теоретического введения к лабораторной работе № 19.

2. Описание установки и метода измерений

Внутреннее трение приводит к возникновению сил сопротивления, действующих на твердые тела, движущиеся в жидкости или газе. В частности, сила сопротивления жидкости при ламинарном

обтекании, действующая на сферическое тело, движущееся в неограниченном объеме, определяется *формулой Стокса*:

$$F_C = 6\pi\eta Rv, \quad (20.1)$$

где R – радиус сферического тела; v – скорость его движения.

Из соотношения (20.1) можно определить коэффициент динамической вязкости η , измерив силу сопротивления F_C , действующую на движущийся в жидкости шарик, и скорость v его движения. Опущенный в сосуд шарик, если его плотность больше плотности жидкости, падает на дно. На него действуют три силы (см. рис. 20.1): сила тяжести $m\vec{g}$, сила Стокса \vec{F}_C и выталкивающая сила Архимеда \vec{F}_A . Сила \vec{F}_A определяется законом Архимеда:

$$F_A = \rho_{\text{ж}}gV, \quad (20.2)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; V – объем шарика.

В начале движения преобладает сила тяжести и движение будет ускоренным. С возрастанием скорости, согласно закону Стокса (20.1), сила сопротивления увеличивается, а ускорение соответственно уменьшается, пока движение шарика не станет равномерным.

При равномерном прямолинейном движении сумма всех сил, действующих на шарик, равна нулю:

$$\vec{F}_C + \vec{F}_A + m\vec{g} = 0. \quad (20.3)$$

Выберем ось Oy , как показано на рис. 20.1, и спроецируем векторное уравнение (20.3) на эту ось:

$$F_C + F_A - mg = 0. \quad (20.4)$$

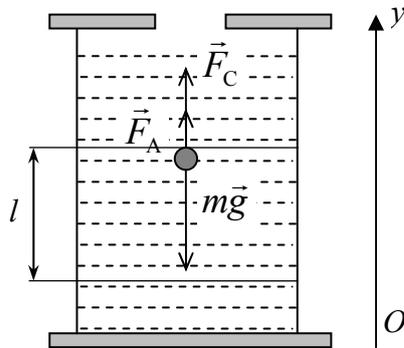


Рис. 20.1

Объем шарика и его массу можно определить соответственно по формулам

$$V = 4\pi R^3/3 \text{ и } m = \rho_{\text{ш}}V, \quad (20.5)$$

где $\rho_{\text{ш}}$ – плотность материала шарика.

С учетом соотношений (20.5) и законов (20.1–20.2) получим

$$6\pi\eta Rv + \rho_{\text{ж}} \frac{4\pi R^3}{3} g - \rho_{\text{ш}} \frac{4\pi R^3}{3} g = 0. \quad (20.6)$$

Отсюда приходим к расчетной формуле для коэффициента динамической вязкости жидкости:

$$\eta = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{18v} = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})t}{18l}, \quad (20.7)$$

где $d = 2R$ – диаметр шарика; v – скорость равномерного движения шарика; l – расстояние между метками, пройденное шариком за время t .

Если учесть, что шарик движется не в безграничной среде, а в цилиндрическом сосуде с радиусом R^* , то формула (20.7) примет вид

$$\eta^* = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})t}{18l(1 + 2,4(R/R^*))}. \quad (20.8)$$

3. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицу для внесения и обработки результатов измерений.

i	d	$\langle d \rangle$	l	t	η_i	$\langle \eta \rangle$	$\Delta \eta$	ε_{η}	R_e

2. Возьмите шарик и с помощью измерительного микроскопа определите его диаметр d . Для этого включите осветитель микроскопа и положите шарик в лунку (углубление) на предметный столик микроскопа. Вращая ручку барабана, расположенную в микроскопе справа, приведите в соприкосновение с краем шарика наблюдаемое в микроскопе перекрестие (рис. 20.2, *а*). Снимите отсчет целых значений по шкале над винтовой передачей и сотые доли на барабане. Затем совместите перекрестие с противоположным краем шарика (рис. 20.2, *б*) и вновь снимите отсчет. Разность этих значений отсчетов дает диаметр шарика в миллиметрах. Измерьте диаметр шарика в 2–3 различных направлениях, для чего поверните его на предметном столике. Определите среднее значение диаметра шарика $\langle d \rangle$. Данные занесите в таблицу.

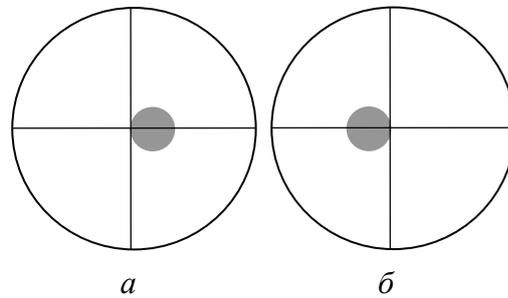


Рис. 20.2

3. Перед началом измерения времени падения шарика установите стрелки секундомера на ноль. Чтобы запустить секундомер, следует нажать и удерживать в нажатом состоянии кнопку, укрепленную на установке справа от секундомера. В момент, когда надо остановить секундомер, отпустите кнопку и определите промежуток времени с начала его пуска, сняв показания по большой и малой стрелкам. Опустите шарик в жидкость и измерьте время t прохождения расстояния l от верхней до нижней кольцевых меток на сосуде.

4. По формуле (20.7) сделайте расчет коэффициента динамической вязкости η , а также числа Рейнольдса R_e (19.9). Результат обсудите с преподавателем.

5. Аналогичные измерения произведите еще с 4–5 шариками.

6. Рассчитайте остальные значения η и среднее значение $\langle \eta \rangle$. Определите случайную погрешность $\Delta\eta$ по методике прямых измерений (формулы (O4)–(O5)) и относительную погрешность $\varepsilon_\eta = \Delta\eta / \langle \eta \rangle$.

7. Для одного опыта рассчитайте по формуле (20.8) значение коэффициента η^* . Рассматривая различие в результатах расчета коэффициента динамической вязкости по формулам (20.7) и (20.8) как систематическую погрешность, оцените ее для этого опыта по формуле

$$\delta_{\text{сист}} = \frac{|\eta - \eta^*|}{\eta^*} 100\%. \quad (20.9)$$

8. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите явления переноса и охарактеризуйте каждое из них. 2. Сформулируйте законы Фика, Ньютона, Фурье и объясните смысл входящих в них величин. 3. Объясните физический смысл коэффициентов диффузии, динамической вязкости и теплопроводности. 4. Объясните различие в механизмах внутреннего трения в жидкостях и газах. 5. Дайте определение ламинарного и турбулентного движений. 6. Запишите законы Стокса, Архимеда и объясните смысл входящих в них величин. 7. Выведите формулу (20.7) для расчета коэффициента динамической вязкости методом Стокса.

Лабораторная работа № 21 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕЩЕСТВА НЕСТАЦИОНАРНЫМИ МЕТОДАМИ

Цель работы: ознакомиться с явлениями переноса в веществе; изучить закономерности явления теплопроводности; освоить нестационарные методы измерения теплофизических характеристик вещества.

1. Теоретическое введение

Общие закономерности явлений переноса изложены в разделе *Явления переноса: диффузия, внутреннее трение и теплопроводность* теоретического введения к лабораторной работе № 19.

Теплопроводность. Явление передачи тепла от более нагретых участков вещества к более холодным называется теплопроводностью. Экспериментально установлено, что количество тепла dQ , переносимое через некоторую поверхность, прямо пропорционально площади этой поверхности dS , градиенту температуры, промежутку времени dt и описывается законом Фурье (19.4). Он справедлив практически для всех газов, жидкостей и однородных твердых тел. Коэффициент пропорциональности α называется *коэффициентом теплопроводности* и зависит от вещества. Физический смысл коэффициент α заключается в том, что он численно равен количеству теплоты, переносимой в единицу времени через единицу площади поверхности при градиенте температуры, равном единице. Фактически он определяет скорость передачи тепла от более нагретых к менее нагретым участкам. А скорость выравнивания температур в различных местах тела определяется *коэффициентом температуропроводности*:

$$\alpha = \frac{\alpha}{\rho c_V^{\text{уд}}}, \quad (21.1)$$

где ρ – плотность вещества; $c_V^{\text{уд}}$ – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

С молекулярной точки зрения перенос тепла при теплопроводности осуществляется в результате взаимодействия соседних микроскопических частиц тела (атомов, ионов, молекул). Энергия

теплового движения микрочастиц в областях, имеющих различную температуру, неодинакова: она больше там, где температура выше. Взаимодействуя между собой, частицы обмениваются энергией: более быстрые передают часть своей энергии более медленным. Рассмотрим механизм этой теплопередачи для различных веществ.

В газах обмен энергией между молекулами происходит при их непосредственном столкновении. Молекулярно-кинетическая теория для коэффициента теплопроводности идеального газа дает выражение

$$\kappa = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho c_V^{уд}, \quad (21.2)$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул; $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул газа; $\langle v \rangle$, $\langle \lambda \rangle$, ρ определяются формулами (19.6), а

$$c_V^{уд} = \frac{iR}{2M}, \quad (21.3)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; M – молярная масса.

В металлах перенос тепла согласно классической теории осуществляется свободными электронами, которые могут перемещаться в пределах объема тела. При температурах, близких к нормальной, электроны ведут себя подобно молекулам одноатомного газа ($i = 3$). Поэтому коэффициент теплопроводности металлов можно рассчитать по формуле (21.2) с учетом уравнений (19.6):

$$\kappa = n \langle \lambda \rangle \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}, \quad (21.4)$$

где k – постоянная Больцмана; m_e – масса электрона.

Концентрация электронного газа в металлах на три порядка превышает концентрацию молекул газа при нормальных условиях, а масса электрона на три порядка меньше массы наиболее легких молекул газа. Поскольку при этом длина свободного пробега электронов сравнима с длиной свободного пробега молекул газа, коэффициент теплопроводности металлов оказывается на четыре порядка выше, чем у газов.

Твердые кристаллические вещества, в том числе и металлы, имеют также теплопроводность, осуществляемую кристалличе-

ской решеткой (решеточная теплопроводность). Колебания атомов или ионов в узлах кристаллической решетки в областях, где температура выше, происходят с большей амплитудой, чем в более холодных областях. Поскольку все атомы в решетке взаимосвязаны, интенсивность колебаний стремится выровняться. Энергия от более нагретых областей переходит к более холодным. Решеточная теплопроводность в металлах значительно слабее электронной, поэтому основным переносчиком теплоты в металлах являются электроны. В неметаллах свободные электроны отсутствуют, поэтому определяющую роль играет решеточный механизм. Это объясняет тот факт, что теплопроводность неметаллов во много раз меньше теплопроводности металлов.

В аморфных веществах и жидкостях механизм теплопроводности существенно зависит от специфических особенностей вещества, что затрудняет разработку универсальных представлений об этом механизме. Для этого класса веществ особое значение имеют экспериментальные методы определения теплофизических характеристик.

Изучение явления теплопроводности в газах и жидкостях обычно осложняется переносом тепла путем конвекции, т. е. переносом тепла слоями среды с различной температурой, возникающим благодаря различию в их плотности.

2. Описание установки и метода измерений

Задание 1. Определение теплофизических характеристик импульсным методом.

В основу метода положено изучение зависимости температуры от времени в некоторой точке вблизи линейного нагревателя (тонкий прямой провод), если в нем на протяжении короткого промежутка времени действует источник теплоты – электрический ток постоянной мощности P . Принципиальная схема экспериментальной установки представлена на рис. 21.1. Образец из плексигласа (оргстекла), теплофизические свойства которого необходимо определить, имеет форму параллелепипеда. Внутри него пропущен нагреватель H , подключенный

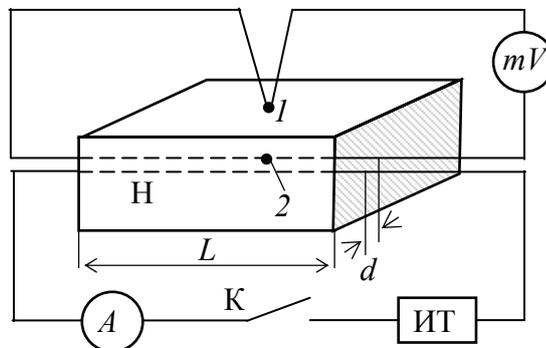


Рис. 21.1

к источнику тока ИТ. Цепь нагревателя замыкается ключом К. В точках 1 и 2 размещена спай *дифференциальной термопары*. Точка 1 расположена снаружи образца, температура в ней равна комнатной (T_0) и постоянна на протяжении всего опыта. Точка 2 находится на малом расстоянии d от нагревателя, и температура T в ней изменяется. Термопара подсоединена к милливольтметру, предназначенному для измерений величины термоЭДС \mathcal{E} .

Термопара. Для измерения температуры в научных исследованиях и в технике широко применяются термопары. Термопара представляет собой два спаянных между собой разнородных проводника (рис. 21.2). При нагревании спая (точка 1) в термопаре возникает термоЭДС, измеряемая милливольтметром, подключенным к холодным концам (точка 2) термопары. Она пропорциональна температуре T_1 спая.

Для измерения разности температур в двух точках используется дифференциальная термопара (рис. 21.3). Она представляет собой две термопары, два конца которых (из одинакового материала) соединены между собой. ЭДС дифференциальной термопары, измеряемая милливольтметром, будет пропорциональна разности температур спаев:

$$\mathcal{E} = \alpha(T_1 - T_2) = \alpha\Delta T, \quad (21.5)$$

где α – постоянная термопары.

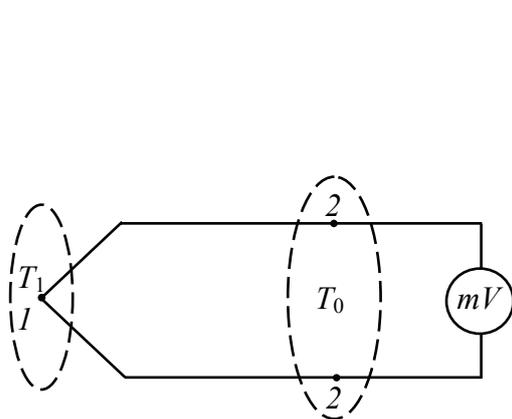


Рис. 21.2

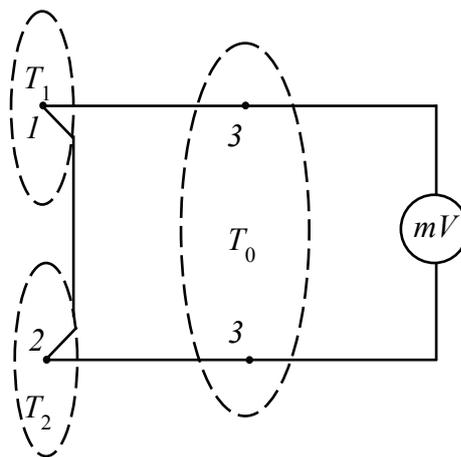


Рис. 21.3

Вид зависимости разности температур ΔT в точках 1 и 2 от времени представлен на рис. 21.4. В начальный момент времени $t = 0$ включается нагреватель и в образец поступает постоянный тепло-

вой поток, численно равный тепловой мощности нагревателя. В момент времени t_0 нагреватель выключается, однако тепловой импульс, поступавший в образец, нагревает все более удаленные от него участки и достигает наконец точки 2. Температура в ней начнет повышаться. В момент времени t_m разность температур достигнет максимального значения ΔT_m . В дальнейшем увеличение объема, в котором распределяется энергия теплового импульса, приводит к снижению температуры в точке 1. Через достаточно большой промежуток времени выделившаяся теплота равномерно распределится по всему объему образца, повысив его температуру на незначительную величину.

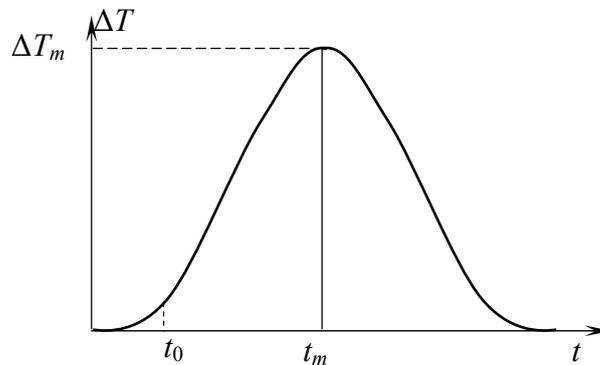


Рис. 21.4

На основе закона сохранения энергии с использованием закона Фурье для теплопроводности можно получить уравнение, которое описывает распределение температуры в пространстве и во времени. Это уравнение, называемое уравнением теплопроводности, имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T, \quad (21.6)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа; a — коэффициент температуропроводности.

Температура в образце (рис. 21.4) является функцией расстояния r от нагревателя и времени $T = f(r, t)$. В этом случае уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (21.7)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$T = T_0 + \frac{A}{t} \exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right) \Rightarrow \Delta T = T - T_0 = \frac{A}{t} \exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right). \quad (21.8)$$

Оно описывает распределение температуры для кратковременного ($t_0 \ll t_m$) теплового импульса при граничных $T(r, t)|_{r \rightarrow \infty} = T_0$ и начальных $T(r, t)|_{t=0} = T_0$ условиях. Размеры тела считают бесконечно большими. Незвестную постоянную A определим из условия теплового баланса:

$$Pt_0 = \int_V c \Delta T \rho dV \Rightarrow Pt_0 = c \rho \int_V \Delta T L 2\pi r dr, \quad (21.9)$$

где $dV = L 2\pi r dr$ – элемент объема образца в виде цилиндрического слоя толщиной dr , охватывающего нагреватель; L – длина нагревателя; P – мощность тока; c и ρ – удельная теплоемкость и плотность вещества.

Левая часть равенства (21.9) представляет собой количество тепла, которое выделилось за время теплового импульса. Правая часть определяет количество тепла, которое пошло на нагревание вещества во всем объеме.

Подставив в (21.9) разность температур из (21.8) и выполнив интегрирование по r в пределах от нуля до бесконечности, получим уравнение, из которого найдем $A = Pt_0 / (4\pi L \varkappa)$, где $\varkappa = \rho c a$ – коэффициент теплопроводности.

Из условия $d(\Delta T) / dt = 0$ находим время достижения максимальной разности температур в точке 2 ($r = d$): $t_m = d^2 / (4a)$. Подставив это соотношение в (21.8) при $t = t_m$, получим $\Delta T_m = A / (t_m e) = Pt_0 / (4\pi \lambda L t_m e)$.

Из выражений для t_m и ΔT_m следуют формулы для расчета коэффициентов температуропроводности и теплопроводности: $a = d^2 / (4t_m)$; $\varkappa = Pt_0 / (4\pi L e \Delta T_m t_m)$.

Если условие $t_0 \ll t_m$ не выполняется, теплофизические характеристики рассчитываются по уточненным соотношениям:

$$a = \varphi_a \frac{d^2}{4t_m}; \quad \varkappa = \varphi_\varkappa \frac{Pt_0}{4\pi L e \Delta T_m t_m}, \quad (21.10)$$

где $e = 2,718$ – основание натурального логарифма; уточняющие коэффициенты φ_a и φ_\varkappa зависят от величины отношения $\varphi_0 = t_0 / t_m$ и представлены в табл. 21.1.

Таблица 21.1

φ_0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
φ_a	1,03	1,06	1,09	1,12	1,16	1,20	1,25	1,31	1,37	1,44
$\varphi_{\text{э}}$	1,02	1,06	1,09	1,12	1,15	1,20	1,24	1,29	1,35	1,41

Задание 2. Определение теплофизических характеристик вещества методом нагревателя постоянной мощности.

В основу метода положено изучение зависимости температуры одной из граней плоскопараллельного образца от времени, если к этой грани в некоторый момент времени начинает подводиться постоянный тепловой поток. Принципиальная схема измерительной ячейки представлена на рис. 21.5.

Два одинаковых образца I и II исследуемого материала, изготовленных в виде тонких дисков (диаметром $D = 50$ мм и толщиной $d = 3-8$ мм), помещены в металлический корпус I. Между образцами находится плоский нагреватель Н постоянной мощности, подключенный к источнику тока ИТ. Цепь нагревателя замыкается ключом К. К наружным границам образцов прижимаются медные цилиндры МЦ.

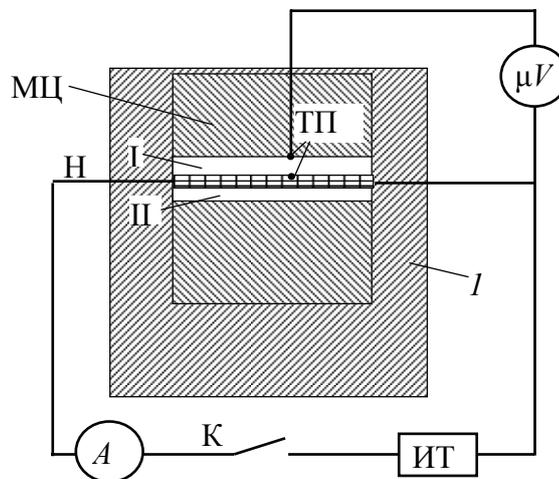


Рис. 21.5

При замыкании цепи от нагревателя в каждый образец поступает постоянный тепловой поток, равный половине мощности тепловыделений в нагревателе, и образцы нагреваются. Благодаря большой теплопроводности медных цилиндров и корпуса, тепловой поток быстро отводится от наружных границ образцов, что позволяет считать их температуру T_0 во время опыта постоянной и равной комнатной. Температура внутренних поверхностей образцов непрерывно возрастает и через некоторый промежуток времени достигает максимального значения, которое в дальнейшем не изменяется. В образце устанавливается стационарный режим теплопроводности. Дифференциальная термопара ТП подключена к микровольтметру и измеряет разность температур ΔT на границах одного из образцов.

Установка состоит из трех измерительных ячеек с образцами из различных материалов. В одной из них заложены образцы с известным коэффициентом теплопроводности (эталонная ячейка). Теплофизические характеристики материала в двух других ячейках необходимо определить.

Температура в плоском образце зависит только от одной пространственной координаты, направленной перпендикулярно плоскости слоя. Поэтому уравнение теплопроводности (21.6) принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (21.11)$$

Коэффициент теплопроводности может быть определен путем исследования стационарного процесса теплопроводности. Уравнение, описывающее установившееся распределение температуры в плоскопараллельном образце (следует из уравнения (21.11), где необходимо положить $\partial T / \partial t = 0$), имеет вид $\partial^2 T / \partial y^2 = 0$. Из этого уравнения с учетом условий на границах слоя ($T = T_0$ при $y = 0$; $T = T_m$ при $y = d$) следует, что температура в стационарном режиме меняется вдоль координаты y по линейному закону $T = T_0 + \Delta T_m y / d$, где $\Delta T_m = T_m - T_0$. Таким образом, в стационарном режиме градиент температуры в любой точке образца постоянен и равен $dT / dy = \Delta T_m / d$. Вдоль оси y течет постоянный тепловой поток, равный половине тепловой мощности P , выделяемой нагревателем. Согласно закону Фурье для теплопроводности (19.4)

$$\frac{P}{2} = \alpha \frac{\Delta T_m}{d} S, \quad (21.12)$$

где S – площадь дисков.

Тепловую мощность P нагревателя можно найти, измерив разность температур ΔT_{m_3} на границах эталонного образца толщиной d_3 с известным коэффициентом теплопроводности α_3 : $P = 2 \alpha_3 \Delta T_{m_3} S / d_3$. С учетом этого соотношения и (21.5), из (21.12) следует

$$\alpha = \alpha_3 \frac{d}{d_3} \frac{\Delta T_{m_3}}{\Delta T_m} = \alpha_3 \frac{d}{d_3} \frac{\mathcal{E}_{m_3}}{\mathcal{E}_m}, \quad (21.13)$$

где \mathcal{E}_{m_3} , \mathcal{E}_m – максимальные значения термоЭДС для эталонного и исследуемого образцов соответственно.

Для определения коэффициента температуропроводности a необходимо исследовать нестационарный процесс теплопроводности. Решение нестационарного уравнения теплопроводности (21.11) показывает, что разность температур на границах образца примет некоторое значение ΔT через промежуток времени $t = d^2 F(\varphi) / a$. Здесь функция $F(\varphi)$ зависит от отношения

$$\varphi = \frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\max}}, \quad (21.14)$$

которое изменяется со временем по мере увеличения ΔT . Функция $F(\varphi)$ приведена в табл. 21.2.

Таблица 21.2

$\mathcal{E} / \mathcal{E}_{\max}$	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,64	0,68	0,72	0,75
F	0,125	0,160	0,198	0,239	0,286	0,329	0,377	0,431	0,478
$\mathcal{E} / \mathcal{E}_{\max}$	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88	0,89	0,900	0,910
F	0,530	0,567	0,612	0,657	0,711	0,775	0,81	0,85	0,894
$\mathcal{E} / \mathcal{E}_{\max}$	0,920	0,930	0,940	0,950	0,955	0,960	0,965	0,970	0,975
F	0,94	0,997	1,06	1,12	1,16	1,20	1,27	1,34	1,42
$\mathcal{E} / \mathcal{E}_{\max}$	0,980	0,985	0,990	0,995	0,998				
F	1,50	1,62	1,80	2,06	2,43				

Таким образом, $a = d^2 F / t$. Для определения отношения F / t необходимо измерить зависимость ΔT от времени вплоть до установившегося значения ΔT_m . Для ряда моментов времени по формуле (21.14) рассчитывается φ и по табл. 21.2 определяются значения функции F , соответствующие этим моментам времени. По значениям строится график зависимости $F = f(t)$, вид которой представлен на рис. 21.6. Отношение F / t определяется как тангенс угла наклона прямолинейного участка этого графика. Таким образом, коэффициент температуропроводности

$$a = d^2 \operatorname{tg} \beta. \quad (21.15)$$

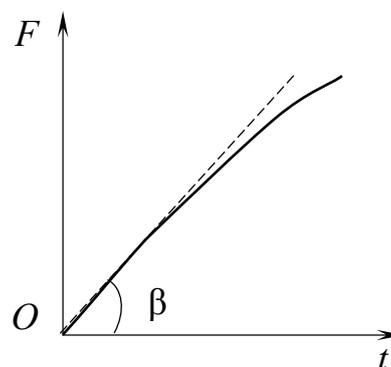


Рис. 21.6

3. Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение теплофизических характеристик импульсным методом.

1. Подготовьте табл. 21.3 для измерений величины термоЭДС в зависимости от времени.

Таблица 21.3

	$\alpha =$	$\rho =$	$R =$	$L =$	$d =$	
$t_i, \text{с}$	0	15	30	45	...	300
\mathcal{E}_i^*						
\mathcal{E}_i						

Также подготовьте табл. 21.4 для занесения и обработки результатов измерений.

Таблица 21.4

i	t_m	max,	φ_0 ,	φ_a ,	$\varphi_{\text{э}}$,	ΔT_m ,	I ,	P ,	a ,	э ,	c ,

2. Проверьте, согласно приложению к работе, правильность подключения соединительных проводов и включения кнопок вольтметра. Занесите в табл. 21.3 указанные в приложении значения постоянной термопары α , плотность оргстекла ρ , сопротивление нагревателя R , длину нагревателя L , расстояние между горячим спаем термопары и нагревателем d .

3. Исходное состояние установки: переключатели Π_1 и Π_2 находятся в положении «УПР 1», источник тока «ИТ» – в положении «ВКЛ».

4. Включите вилку шнура вольтметра в сеть ~ 220 В. На передней панели прибора нажмите кнопки «БЛОК» и «СЕТЬ». После прогрева в течение 10 мин прибор готов к работе.

5. Запишите в табл. 21.3 показания вольтметра \mathcal{E}_0^* при $t = 0$. Величина \mathcal{E}_0^* является поправкой, которая со своим знаком вычитается из дальнейших показаний вольтметра.

6. Сообщите образцу тепловой импульс в течение $t_0 = 15$ с. Для этого нажмите кнопку «К» и одновременно запустите секундомер, а также определите величину силы тока I по амперметру. Через 15 с кнопку «К» отпустите, не выключая секундомер. Запишите в табл. 21.3 показание вольтметра \mathcal{E}^* .

7. С момента запуска секундомера через каждые 15 с в течение 5 мин регистрируйте и заносите в табл. 21.3 показания вольтметра \mathcal{E}^* .

Вычислите и занесите в табл. 21.3 значение $\mathcal{E} = \mathcal{E}^* - \mathcal{E}_0^*$.

8. Постройте график зависимости термоЭДС от времени t : $\mathcal{E} = f(t)$ и по этому графику определите \mathcal{E}_m и t_m . Используя (21.5), рассчитайте максимальную разность температур ΔT_m .

9. Вычислите $\varphi_0 = \frac{t_0}{t_m}$ и по табл. 21.1 определите уточняющие

коэффициенты φ_a и φ_x .

10. Рассчитайте мощность нагревателя $P = I^2 R$ и по формулам (21.10) найдите коэффициенты температуропроводности a и теплопроводности \varkappa .

11. Используя связь между a и \varkappa ($a = \varkappa / (\rho c)$), определите удельную теплоемкость образца c .

12. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Задание 2. Определение теплофизических характеристик вещества методом нагревателя постоянной мощности.

1. Подготовьте табл. 21.5 для занесения и обработки результатов измерений.

Таблица 21.5

	$d_3 =$	$\varkappa_3 =$	$d_1 =$	$\rho_1 =$	$d_2 =$	$\rho_2 =$		
$t,$	$\mathcal{E}^*,$	$\mathcal{E},$	$\mathcal{E} / \mathcal{E}_m,$	$F,$	$\operatorname{tg}\alpha,$	$\varkappa_x,$	$a_x,$	$c_x,$

2. Проверьте, согласно приложению к работе, правильность подключения соединительных проводов и включения кнопок вольтметра. Занесите в табл. 21.5 указанные в приложении характеристики эталонного образца: толщину d_3 , коэффициент теплопроводности \varkappa_3 и характеристики исследуемых образцов: d_1 , ρ_1 , d_2 , ρ_2 .

3. Подключите к цепи эталонный образец. Источник тока (ИТ) выключен; переключатели Π_1 и Π_2 установлены в положение «УПР 2», тумблер K_1 – в положение «ЭТАЛОН».

4. Включите вилку шнура вольтметра в сеть ~ 220 В. На передней панели прибора нажмите кнопки «БЛОК» и «СЕТЬ». После прогрева в течение 10 мин прибор готов к работе.

5. Величину \mathcal{E}_0^* , которую показывает прибор, внесите в табл. 21.5 при $t = 0$. Величина \mathcal{E}_0^* является поправкой, которая со своим знаком вычитается из дальнейших показаний вольтметра: $\mathcal{E} = \mathcal{E}^* - \mathcal{E}_0^*$.

6. Включите ИТ (переключатель «ВКЛ» вниз) и одновременно запустите секундомер.

7. С интервалом в 15 с записывайте показания \mathcal{E}^* вольтметра, а по достижении некоторого постоянного максимального значения \mathcal{E}_m выключите ИТ (переключатель «ВЫКЛ» вверх). Рассчитайте значение \mathcal{E} с учетом поправки: $\mathcal{E} = \mathcal{E}^* - \mathcal{E}_0^*$.

8. Отключите эталон и подключите к цепи образец X_1 . Для этого тумблер K_1 переведите в положение X , а K_2 – в X_1 . Выполните пункты 6, 7.

9. Подключите к цепи образец X_2 . Тумблер K_2 переключите на X_2 и выполните пункты 6, 7.

10. По формуле (21.13) вычислите α для X_1 и X_2 .

11. Для каждого значения t вычислите $\varphi = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\max}}$ и по табл. 21.2

определите соответствующие значения функции F , постройте график $F = f(t)$ для каждого из образцов и вычислите $\operatorname{tg} \beta = \Delta F / \Delta t$, используя прямолинейный участок графиков.

11. По формуле (21.15) рассчитайте значения коэффициента температуропроводности a_1 , a_2 для образцов X_1 и X_2 . Используя связь между величинами a и α ($a = \alpha / (\rho c)$), определите удельные теплоемкости образцов c .

12. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите явления переноса и сформулируйте законы Фика, Ньютона, Фурье, объясните смысл входящих в них величин.
3. Объясните физический смысл коэффициентов теплопроводности и температуропроводности. 4. Поясните механизмы теплопроводности в газах, металлах и неметаллах. Почему теплопроводность металлов выше? 5. Используя соотношения (19.6, 21.2, 21.3), докажите, что значение α идеального газа не зависит от давления и растет с увеличением температуры.

Лабораторная работа № 22 ИЗУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

Цель работы: изучить явления, обусловленные поверхностным натяжением жидкостей; освоить метод измерения коэффициента поверхностного натяжения жидкостей и установить зависимость коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры.

1. Теоретическое введение

В жидкостях сила притяжения между молекулами быстро убывает с увеличением расстояния между ними. Расстояние r_0 , на котором сила притяжения становится близкой к нулю, называется *радиусом молекулярного действия*, а сфера радиуса $r_0 \sim 10^{-9}$ м называется *сферой молекулярного действия*. Любая молекула, находящаяся в объеме жидкости, окружена со всех сторон молекулами той же жидкости и испытывает в сфере молекулярного действия в среднем одинаковые силы притяжения, равнодействующая которых равна нулю. В то же время для молекул жидкости, расположенных в поверхностном слое, толщина которого примерно равна r_0 , часть сферы молекулярного действия лежит вне жидкости. В эту часть сферы попадают молекулы пара или воздуха, находящиеся над поверхностью жидкости. Молекулы, находящиеся в поверхностном слое, испытывают меньшее притяжение вверх со стороны молекул пара и большее притяжение вниз со стороны молекул жидкости. В результате на молекулы, расположенные в поверхностном слое, действует направленная внутрь жидкости равнодействующая сил, которую называют *силой поверхностного натяжения жидкости*.

В процессе перемещения молекулы из объема жидкости на поверхность будет совершаться работа против направленных внутрь жидкости сил притяжения. Эта работа идет на увеличение *поверхностной энергии* жидкости, которой называют избыточную потенциальную энергию, которой обладают молекулы жидкости в поверхностном слое по сравнению с молекулами внутри объема жидкости. В состоянии устойчивого равновесия система должна иметь минимальное значение потенциальной энергии. Сокращение площади поверхности жидкости уменьшает ее потенциальную

энергию. Поэтому всякий объем жидкости, на который не действуют внешние силы (например, в состоянии невесомости), принимает такую форму, при которой площадь его поверхности минимальна. Этому условию удовлетворяет сфера.

Поверхностный слой обладает свойствами растянутой упругой пленки, и в нем, как и в упругой пленке, действуют силы натяжения, которые обусловлены взаимным притяжением молекул поверхностного слоя. Эти молекулы стремятся сблизиться, что приводит к максимально возможному уменьшению поверхности. Коэффициентом поверхностного натяжения (поверхностным натяжением) жидкости называется работа ΔA , необходимая для изотермического увеличения площади поверхности ΔS жидкости на одну единицу:

$$\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta S}. \quad (22.1)$$

В СИ коэффициент α измеряется в ньютонах на метр (Н/м). Если поверхность жидкости ограничена *периметром смачивания*, то коэффициент поверхностного натяжения численно равен силе, действующей на единицу длины периметра смачивания Δl и направленной перпендикулярно этому периметру:

$$\alpha = \frac{\Delta F}{\Delta l}. \quad (22.2)$$

При повышении температуры жидкости коэффициент поверхностного натяжения уменьшается из-за роста давления паров жидкости и становится равным нулю при критической температуре, когда исчезает различие между жидкостью и ее насыщенным паром. Вдали от критической температуры коэффициент поверхностного натяжения линейно уменьшается при возрастании температуры.

Сильное влияние на поверхностное натяжение оказывают примеси. Они могут как увеличивать, так и уменьшать коэффициент поверхностного натяжения. Вещества, адсорбирующиеся на поверхности жидкости и понижающие поверхностное натяжение, называются *поверхностно-активными веществами* (мыло, жирные кислоты и др.)

На границе соприкосновения твердых тел с жидкостями наблюдаются явления *смачивания*, состоящие в искривлении свобод-

ной поверхности жидкости около стенок сосуда. Поверхность жидкости, искривленная на границе соприкосновения с твердым телом, называется *мениском*.

Явление смачивания характеризуется *краевым углом* θ между поверхностью твердого тела и мениском по периметру смачивания. Если $0 \leq \theta < 90^\circ$ (рис. 22.1, а), то жидкость называют *смачивающей* твердое тело, если $90^\circ < \theta < 180^\circ$ (рис. 22.1, б), жидкость является *несмачивающей*. Если краевой угол $\theta = 90^\circ$, то считают *смачивание идеальным*. Краевой угол $\theta = 180^\circ$ соответствует *идеальному несмачиванию*. Различие краевых углов в явлениях смачивания и несмачивания обусловлено соотношением сил притяжения между молекулами твердых тел и жидкостей и сил межмолекулярного притяжения в жидкостях. Если силы притяжения между молекулами твердого тела и жидкости больше, чем силы притяжения молекул жидкости друг к другу, то жидкость будет смачивающей, в противном случае, – несмачивающей.

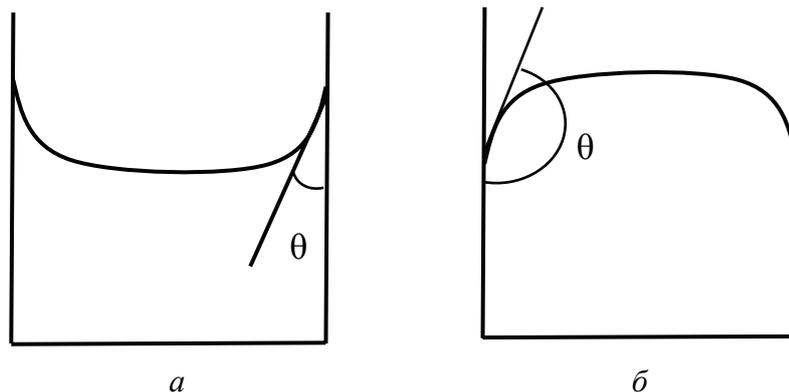


Рис. 22.1

В случае выпуклой поверхности жидкости результирующая сил поверхностного натяжения направлена внутрь жидкости к центру кривизны поверхности. Поэтому поверхностный слой производит на жидкость давление $\Delta p = p_{\text{ж}} - p_{\text{г}}$, дополнительное к давлению газа, находящегося над поверхностью.

В случае вогнутой поверхности результирующая сил поверхностного натяжения направлена в сторону газа. Вогнутая поверхность, стремясь сократить площадь поверхности, растягивает жидкость, и давление в ней будет меньше, чем давление газа. Добавочное давление в любой точке поверхности определяется *формулой Лапласа*:

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (22.3)$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности в рассматриваемой точке. Сечения проходят через нормаль к поверхности жидкости, восстановленной в данной точке. Радиус кривизны считается положительным, если центр кривизны лежит внутри жидкости (поверхность выпуклая) и отрицательным, если расположен вне жидкости (поверхность вогнутая). Например, для сферической капли жидкости радиусы кривизны положительны и равны радиусу капли ($R_1 = R_2 = R$), и, следовательно, добавочное давление в капле:

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}. \quad (22.4)$$

Для сферического газового пузыря в жидкости радиусы кривизны одинаковы и отрицательны. Следовательно, давление в жидкости будет меньше, чем в газе на величину, определяемую соотношением (22.4).

Тонкие цилиндрические трубки с диаметром около 1 мм и менее называются *капиллярами*. Давление жидкости в капилляре под искривленной поверхностью будет отличаться от давления под плоской поверхностью в широком сосуде на величину Δp , определяемую формулой Лапласа (22.3). Давление под выпуклой поверхностью повышено, и уровень несмачивающей жидкости будет ниже уровня жидкости в сосуде. Пониженное давление под вогнутым мениском приводит к поднятию уровня смачивающей жидкости в капилляре по сравнению с уровнем в широком сосуде.

В положении равновесия для двух любых точек A и B , расположенных на одном уровне в капилляре и широком сосуде, соответственно, давление должно быть одинаковым: $p_A = p_B$. Поскольку $p_A = p_0 + \rho gh_0$, $p_B = p_0 + \rho gh_1 + \Delta p$, где p_0 – атмосферное давление; ρgh_0 и ρgh_1 – гидростатические давления соответственно в точках A и B , то

$$\rho gh + \Delta p = 0, \quad (22.5)$$

где $h = h_1 - h_0$ – разность уровней жидкости в сосуде и капилляре.

В цилиндрическом капилляре в силу симметрии мениск можно представить как часть поверхности сферы. Для такого мениска радиусы кривизны одинаковы и связаны с радиусом капилляра r соотношением

$$R_1 = R_2 = \frac{r}{\cos \theta}, \quad (22.6)$$

где θ – краевой угол. Подставив в выражение (22.5) величину Δp в виде (22.3) и учитывая соотношение (22.4), получим формулу для высоты поднятия мениска в цилиндрическом капилляре:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g h}. \quad (22.7)$$

Капиллярными явлениями объясняется свойство впитывать влагу – *гигроскопичность*, присущее ряду тел, таких, например, как вата, растительные волокна, ткани из натуральных волокон.

2. Описание установки и метода измерений

Измерение коэффициента поверхностного натяжения в данной работе осуществляется *методом Ребиндера*, который основан на измерении добавочного давления в пузырьке воздуха, образующемся в исследуемой жидкости.

Прибор Ребиндера (рис. 22.2) состоит из капилляра 1, нижний конец которого касается поверхности исследуемой жидкости, находящейся в пробирке 2. Верхний конец капилляра соединен резиновыми трубками с водяным манометром 3 и колбой 4, в которой можно создавать повышенное (в сравнении с внешним атмосферным) давление. Повышение давления в колбе 4 осуществляется путем перетекания в нее воды по каплям из расположенного выше нее сосуда 5. Скорость вытекания воды из сосуда 5 в колбу 4 можно регулировать с помощью крана 6. При постепенном заполнении колбы 4 водой повышается давление воздуха в ней и в соединенных с нею капилляре 1 и манометре 3, левое измерительное колено которого для увеличения чувствительности расположено под малым углом к горизонтали. Давление воздуха в пробирке 2 над поверхностью исследуемой жидкости равно атмосферному, так как в пробке имеется отверстие для сообщения с атмосферой. Вследствие разности давлений воздух стремится проникнуть через капилляр в пространство пробирки и в жидкости на конце капилляра образуется воздушный пузырек. При некотором значении разности давлений Δp происходит отрыв пузырька от конца капилляра. Давление в капилляре 1 снижается, а уровень жидкости в измерительном колене манометра 3 резко повышается. Измерение

минимального уровня жидкости в манометре l_m позволяет определить давление воздуха в капилляре в момент отрыва пузырька. При открытом зажиме 7 измерительное колено манометра сообщается с атмосферой, а во время опыта зажим закрыт. Для изменения температуры исследуемой жидкости пробирка 2 помещена в термостатируемый сосуд 8 с водой, в которой находится нагреватель 9, питающийся от автотрансформатора 11. Вода в нагреваемом объеме перемешивается компрессором 13, выпускной шланг которого снабжен рассекателем 10. Температуру воды измеряют термометром 14.

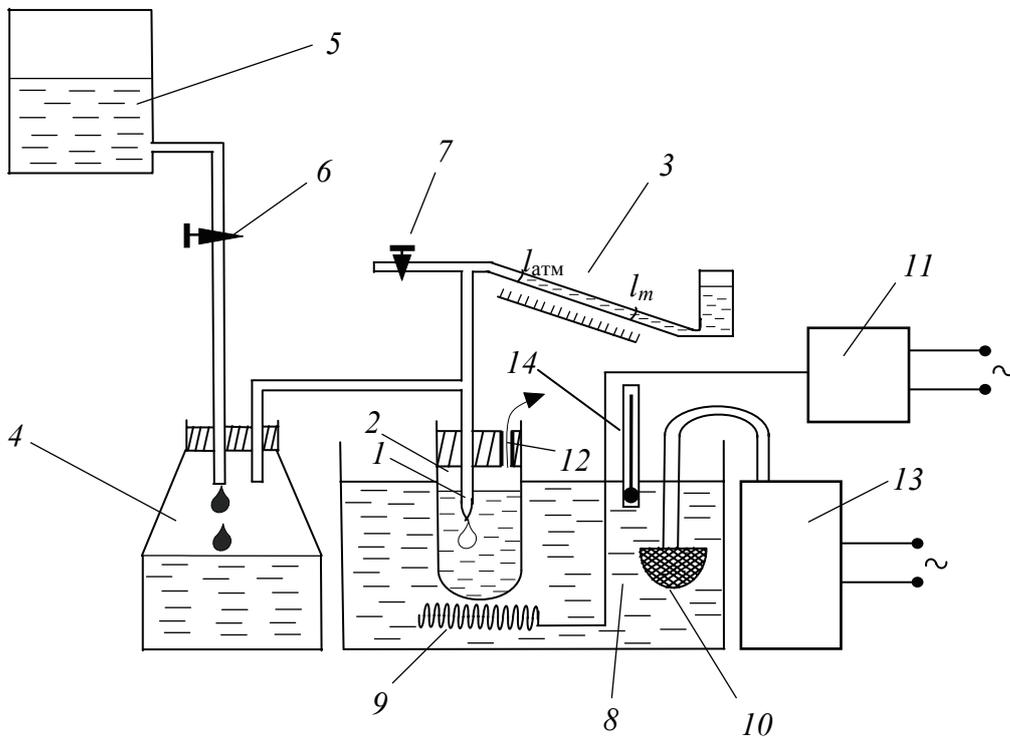


Рис. 22.2

В момент отрыва пузырька воздуха давление внутри него выше атмосферного на величину

$$\Delta p = \rho g(l_{atm} - l_m)\sin\beta, \quad (22.8)$$

где ρ – плотность жидкости в манометре; β – угол наклона измерительного колена манометра; l_{atm} и l_m – уровни жидкости в манометре при атмосферном давлении и в момент отрыва пузырька от конца капилляра. В момент отрыва пузырек имеет сферическую форму, поэтому, подставив в (22.8) значение Δp (22.4), получим

$$\frac{2\alpha}{R} = \rho g(l_{\text{атм}} - l_m) \sin \beta. \quad (22.9)$$

Прямое измерение величины R сопряжено с трудностями. Поэтому значение R определяют путем косвенных измерений. Для этого берется эталонная жидкость с известным коэффициентом поверхностного натяжения α_0 и для нее измеряется величина разности уровней жидкости в манометре $(l_{\text{атм}} - l_m)_0$. Для эталонной жидкости

$$R = \frac{2\alpha_0}{\rho g(l_{\text{атм}} - l_m)_0 \sin \beta}. \quad (22.10)$$

Подставив значение R в (22.7), получим

$$\alpha = \frac{\alpha_0(l_{\text{атм}} - l_m)}{(l_{\text{атм}} - l_m)_0}. \quad (22.11)$$

Отношение $k = \alpha_0 / (l_{\text{атм}} - l_m)_0$ будет постоянным для данного прибора, поэтому эту величину называют постоянной прибора и определяют заранее. Величина k дана в приложении к лабораторной работе. Таким образом, получаем рабочую формулу для нахождения коэффициента поверхностного натяжения

$$\alpha = k(l_{\text{атм}} - l_m). \quad (22.12)$$

3. Порядок выполнения работы

1. Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу.

$T,$	$l_{\text{атм}},$	$l_m,$	$l_m^{\text{ср}},$	$l_{\text{атм}} - l_m^{\text{ср}},$	$\alpha,$

2. Заполните сосуд 5 дистиллированной водой.

3. Снимите зажим 7 и измерьте уровень жидкости $l_{\text{атм}}$ в манометре, соответствующий атмосферному давлению в капилляре. Поставьте зажим на место. Снимите показания термометра, измеряющего температуру воды в сосуде 8.

4. Откройте кран 6 так, чтобы вода по каплям вытекала из сосуда 5 в колбу 4 и не закрывайте его до окончания всех измерений. Следите за изменением уровня жидкости в манометре, который будет постепенно опускаться до значения l_m , затем резко возрастать, опять опускаться и т. д. Измерьте 4–6 раз значение l_m и вычислите среднее значение $l_m^{\text{ср}}$ при данной температуре.

5. Включите в сеть автотрансформатор *11*, подайте на нагреватель напряжение 150–200 В и следите за температурой. Когда она поднимется на 10°C, уменьшите напряжение нагревателя до 15–20 В. Чтобы температура была равномерна по всему объему сосуда *8*, используйте компрессор *13* для перемешивания воды.

6. Выждав 1–2 мин для установления теплового равновесия, проведите измерения, как указано в п. 4. Аналогичные измерения проведите через каждые 10°, нагревая воду до 80°–90°C. При этом следите за тем, чтобы на нижнем конце трубки *12*, соединяющей пробирку *2* с атмосферой, не образовалась пробка из сконденсировавшихся паров воды.

7. Рассчитайте значения α для каждой температуры по формуле (22.12) и постройте график зависимости $\alpha = f(T)$. Объясните ход этой зависимости.

8. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое сфера молекулярного действия? Каковы причины особых свойств поверхностного слоя жидкости?
2. Почему малая капля жидкости, взвешенная в воздухе, принимает сферическую форму?
3. Дайте определение коэффициента поверхностного натяжения. Как направлены силы поверхностного натяжения?
4. Запишите формулу Лапласа для дополнительного давления под искривленной поверхностью жидкости.
5. Что такое краевой угол?
6. Выведите формулу для высоты подъема жидкости в случае цилиндрического капилляра.
7. Поясните метод измерения коэффициента поверхностного натяжения с помощью прибора Ребиндера.
8. Почему измерительное колено манометра наклонено?

Лабораторная работа № 23 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОТЫ ПЛАВЛЕНИЯ ТВЕРДЫХ ВЕЩЕСТВ

Цель работы: ознакомиться с основами теории фазовых переходов; изучить закономерности фазовых переходов первого рода; определить температуру и удельную теплоту плавления кристаллического вещества.

1. Теоретическое введение

Фазы и условие фазового равновесия. В термодинамике фазой называют совокупность однородных и одинаковых по свойствам частей системы, отделенных от других частей границами раздела.

Например, в закрытом сосуде находится вода, а над ней – смесь воздуха и паров воды. В этом случае мы имеем дело с системой, состоящей из двух фаз: первая – вода, вторая – смесь воздуха и водяного пара. Если в воду добавить кусочек льда, то появится третья фаза. Различные кристаллические модификации какого-либо вещества также представляют собой разные фазы. Так, например, алмаз и графит являются различными твердыми фазами углерода. В системе может быть несколько твердых или жидких фаз, но она не может содержать более одной газообразной фазы, так как все газы смешиваются между собой.

Важнейшим вопросом в изучении фаз веществ является выяснение условий, при которых система, состоящая из нескольких фаз, будет находиться в равновесии. Необходимым и достаточным условием равновесия двух фаз является равенство

а) температур (тепловое равновесие):

$$T_1 = T_2; \quad (23.1)$$

б) давлений (механическое равновесие):

$$p_1 = p_2; \quad (23.2)$$

в) химических потенциалов фаз (диффузионное равновесие):

$$\mu_1 = \mu_2. \quad (23.3)$$

Диффузионное равновесие (23.3) означает, что число молекул, переходящих из одной фазы в другую в единицу времени, равно числу молекул, совершающих обратный переход. Это равновесие не является статическим, оно характеризует равенство средних скоростей двух взаимно противоположных процессов, т. е. является *динамическим равновесием*. В равновесии энергия, необходимая для перехода единицы количества вещества из одного состояния в другое, равна энергии обратного перехода. Мерой этой энергии выступает химический потенциал μ , который зависит от температуры и давления.

В силу условия (23.3) давление и температура при равновесии не могут иметь произвольные значения. Если решить это уравнение,

то можно установить, что каждая из этих переменных есть некоторая однозначная функция другой, например, $p = f(T)$ или $T = f(p)$. График этой функции называют *кривой фазового равновесия* двухфазной системы. Зная кривую фазового равновесия, можно для каждого давления определить температуру, при которой имеет место равновесное сосуществование двух фаз, и, наоборот, для каждой температуры – давление. Для трех агрегатных состояний вещества можно получить три кривых равновесия: для жидкости – газа (кривая испарения), твердого тела – газа (кривая сублимации) и твердого тела – жидкости (кривая плавления). Совокупность этих кривых фазового равновесия называют *диаграммой состояния*.

На рис. 23.1 представлена фазовая диаграмма состояний чистого вещества. В чистых веществах возможно одновременное равновесие трех фаз (точка T_p), поэтому кривые равновесия имеют одну общую точку, называемую *тройной точкой* (по числу одновременно сосуществующих фаз).

Для системы жидкость – газ известно состояние, при котором исчезает различие между жидкостью и газом. Это состояние называется *критическим*, поэтому кривая испарения заканчивается в *критической точке* K_p . Для кривой плавления критической точки не обнаружено при достигнутых давлениях.

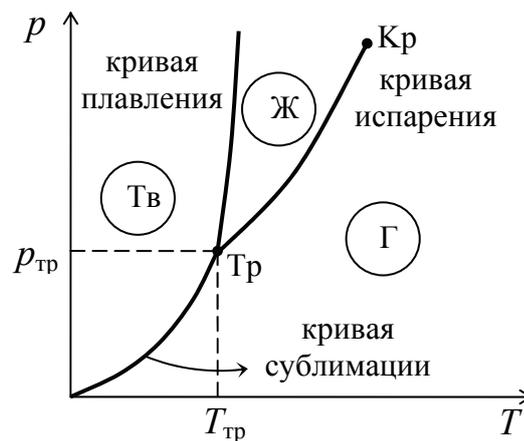


Рис. 23.1

Фазовые переходы. Процесс перехода одной фазы данного вещества в другую, осуществляемый при $p = \text{const}$ ($T = \text{const}$) до полного исчезновения этой фазы, называется *равновесным фазовым переходом*. В термодинамике различают *фазовые переходы первого и второго рода*.

При фазовом переходе первого рода происходит изменение *удельной энтропии* (энтропия единицы массы вещества) и *удельного объема вещества* (объем единицы массы вещества). Например, плавление льда, объем воды в жидком состоянии меньше объема в твердом состоянии. Удельный объем вещества и удельная энтропия связаны с производными от химического потенциала:

$$V = \left(\frac{d\mu}{dp} \right)_T; S = - \left(\frac{d\mu}{dT} \right)_p. \quad (23.4)$$

Условия фазового перехода первого рода имеют вид

$$V_1 = \left(\frac{d\mu_1}{dp} \right)_T \neq V_2 = \left(\frac{d\mu_2}{dp} \right)_T; S_1 = - \left(\frac{d\mu_1}{dT} \right)_p \neq S_2 = - \left(\frac{d\mu_2}{dT} \right)_p. \quad (23.5)$$

Фазовый переход первого рода сопровождается поглощением или выделением некоторого количества теплоты, которое называется теплотой перехода. При плавлении, испарении, сублимации теплота поглощается (энтропия системы возрастает). Теплота идет на разрушение связей между молекулами и, следовательно, хаотичность теплового движения молекул в результате этих переходов возрастает. При кристаллизации (конденсации) теплота выделяется (а энтропия уменьшается) и тепловое движение упорядочивается. Удельная теплота перехода связана с изменением удельной энтропии соотношением

$$Q_{1 \rightarrow 2} = T(S_2 - S_1). \quad (23.6)$$

Работа, которая совершается при фазовом переходе (работа перехода), связана с изменением удельного объема:

$$A_{1 \rightarrow 2} = p(V_2 - V_1). \quad (23.7)$$

При фазовых переходах второго рода удельная энтропия и удельный объем вещества остаются неизменными

$$V_1 = V_2; S_1 = S_2, \quad (23.8)$$

а меняются вторые производные от химического потенциала. Эти переходы не связаны с поглощением или выделением теплоты и совершением работы.

К фазовым переходам второго рода относится, например, переход железа из ферромагнитного в парамагнитное состояние. Он происходит при нагревании материала до определенной температуры, называемой точкой Кюри. Аналогичные фазовые превращения, при которых меняются диэлектрические свойства вещества, происходят при нагревании и охлаждении сегнетоэлектриков. Температура превращения здесь также называется точкой Кюри. Фазовые превращения второго рода испытывают многие металлы и сплавы при переходе в сверхпроводящее состояние.

Этот процесс происходит при температурах, близких к абсолютному нулю, и характеризуется скачкообразным уменьшением электрического сопротивления до нуля. Явление называется *сверхпроводимостью*.

2. Описание установки и метода измерений

Задание 1. Определение температуры и удельной теплоты плавления олова.

Исследуемое вещество ИВ помещается в теплоизолированную печь П (рис. 23.2). Для измерения температуры вещества используют дифференциальную термопару, спай 1 которой помещается в сосуд с маслом, имеющим комнатную температуру (*холодный спай*), а спай 2 (*горячий спай*) контактирует с исследуемым веществом. Температура горячего спаия определяется по формуле

$$t_2 = t_1 + \beta \mathcal{E}, \quad (23.9)$$

где β – постоянная термопары; \mathcal{E} – термоЭДС в цепи, которая измеряется милливольтметром (более подробно о дифференциальной термопаре см. в лабораторной работе № 21).

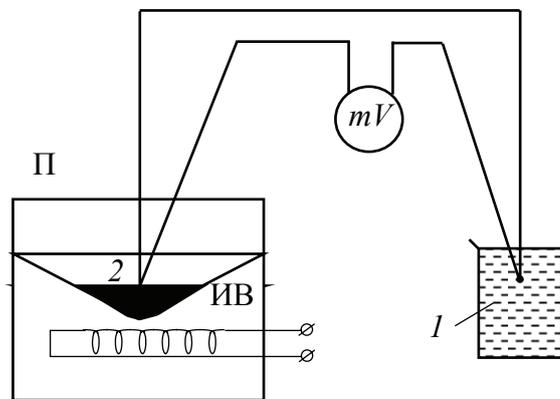


Рис. 23.2

На рис. 23.3 представлена зависимость температуры исследуемого вещества t от времени τ . После включения нагревателя температура вещества начинает плавно повышаться (участок AB), пока не достигнет температуры плавления $t_{пл}$, которая зависит от рода вещества, наличия в нем примесей, давления. Далее, несмотря на подвод теплоты, температура не меняется (участок BC). Подводимая энергия затрачивается на разрушение кристаллической решетки.

Количество теплоты, затрачиваемое на плавление единицы массы вещества при температуре плавления, называется *удельной теплотой плавления* и обозначается λ . Только после того, как все вещество расплавится, температура вновь будет повышаться (участок CD). Если потом отключить нагреватель, жидкость начнет охлаждаться (участок DE), пока не достигнет $t_{\text{пл}}$. С этого момента жидкость начнет кристаллизоваться, и пока вещество не перейдет в кристаллическое состояние, температура остается постоянной (участок EF). Температура поддерживается постоянной за счет выделения теплоты кристаллизации, равной количеству теплоты, поглощенному при плавлении. После затвердевания всего вещества температура вновь начинает понижаться (участок FG).

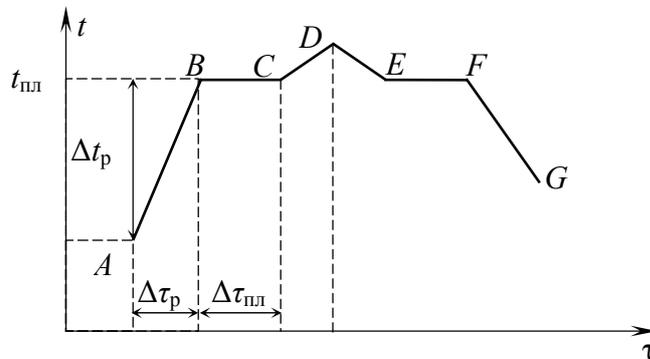


Рис. 23.3

Количество теплоты, выделяемое нагревателем в процессе плавления, равно $P\Delta\tau_{\text{пл}}$, где P – мощность нагревателя; $\Delta\tau_{\text{пл}}$ – время плавления кристаллического вещества. Для хорошо теплоизолированной печи можно считать, что все выделяемое тепло идет на плавление. Поэтому

$$P\Delta\tau_{\text{пл}} = \lambda m, \quad (23.10)$$

где m – масса вещества; λ – удельная теплота плавления.

Мощность нагревателя можно определить по скорости разогрева печи после включения нагревателя. До начала плавления количество теплоты, выделяемое нагревателем за некоторый промежуток времени $\Delta\tau_p$ (время разогрева), идет на увеличение температуры печи и исследуемого вещества на величину Δt_p , т. е.

$$P\Delta\tau_p = (C + cm)\Delta t_p, \quad (23.11)$$

где C – теплоемкость печи; c – удельная теплоемкость вещества.

Выразив из (23.11) P и подставив ее в (23.10), находим

$$\lambda = \frac{\Delta\tau_{\text{пл}}}{\Delta\tau_{\text{р}}} \frac{(C + cm)}{m} \Delta t_{\text{р}}. \quad (23.12)$$

Задание 2. Определение температуры и удельной теплоты плавления сплава Вуда.

Схема установки для определения температуры и удельной теплоты плавления сплава Вуда показана на рис. 23.4. Она состоит из двух частей: рабочего блока 1, в котором происходят процессы нагревания, плавления, охлаждения и измерение температуры, и блока управления 2. Внутри рабочего блока расположен алюминиевый стакан, в котором находится сплав Вуда. На передней панели блока управления размещены экран 3 и клавиатура управления 4. На задней панели блока управления расположен выключатель. Управление прибором осуществляется с клавиатуры и описано в приложении к лабораторной установке.

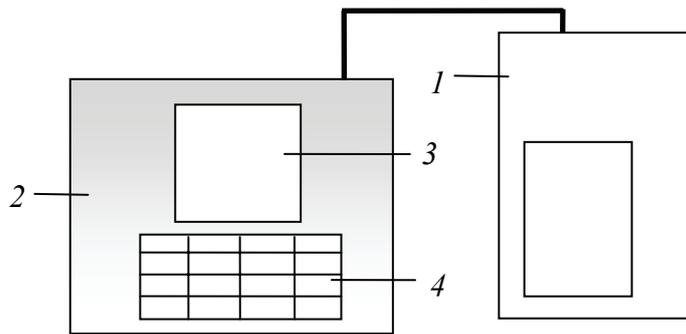


Рис. 23.4

В рабочем режиме на экране установки через каждые 4 с выводятся значения температуры нагревателя 1, температуры сплава Вуда 2, а также температуры окружающего воздуха 3 (рис. 23.5).

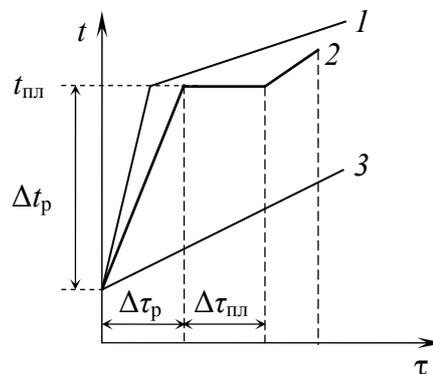


Рис. 23.5

По графику зависимости температуры сплава Вуда от времени τ и формуле (23.12) находятся температура и удельная теплота плавления сплава. Описание метода измерения смотрите в задании 1 данного пункта 2.

3. Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение температуры и удельной теплоты плавления олова.

1. Подготовьте табл. 23.1 для занесения и обработки результатов измерений.

Таблица 23.1

	$\beta =$		$C_{п} =$		$c =$		$m =$			
τ , мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8
\mathcal{E} , мВ										
t_1 , °С										
t_2 , °С										

2. Температуру t_1 масла в сосуде, где находится холодный спай термопары, примите равной комнатной температуре. Считайте, что она остается постоянной в течение всего опыта.

3. Проверьте, согласно приложению к работе, правильность подключения соединительных проводов и включения кнопок вольтметра. Занесите в таблицу указанные в приложении значения постоянной термопары β , теплоемкости C печи, удельной теплоемкости c и массы m олова. Включите вольтметр в сеть.

4. Включите печь в питающую сеть и одновременно запустите секундомер. Через каждую минуту записывайте показания вольтметра \mathcal{E} .

5. Поскольку измерения будут проводиться длительный промежуток времени, по мере снятия термоЭДС \mathcal{E} , одновременно определяйте температуру горячего спаја по формуле (23.9).

6. После завершения процесса плавления темп изменения показаний вольтметра резко возрастает (участок CD на рис. 23.3). Время τ_c , соответствующее началу этого перехода (точка C), постарайтесь измерить с точностью до 5 с. После регистрации τ_c сделайте еще 2–3 измерения и выключите печь.

7. Постройте график зависимости $t_2 = f(\tau)$ и с его помощью определите время разогрева $\Delta\tau_p$, время плавления $\Delta\tau_{пл}$, температуру разогрева Δt_p и плавления $t_{пл}$.

8. Используя формулу (23.12) и параметры, указанные в приложении, вычислите удельную теплоту плавления олова.

9. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Задание 2. Определение температуры и удельной теплоты плавления сплава Вуда.

1. Подготовьте табл. 23.2 для занесения и обработки результатов измерений.

Таблица 23.2

	C =			c =		m =			
i	0	1	2	3	4	5	6	7	...
$\tau_i, \text{с}$	0	30	60	90	120	150	180	210	...
t_{ci}									

2. Возьмите приложение к работе и ознакомьтесь с назначением кнопок клавиатуры блока управления лабораторной установки. Занесите в табл. 23.2 указанные в приложении значения теплоемкости C алюминиевого цилиндра, удельной теплоемкости c и массы m сплава Вуда.

3. Включите блок управления. Подождите, пока в верхней части экрана появится строка состояния и в правом верхнем углу высветится надпись «Ready». Выберите цилиндр со сплавом Вуда, нажав кнопку «Образец 1», а кнопками «Т» и «Р» установите максимальную температуру нагревателя 80°C и мощность 90% . Нажмите кнопку «Старт».

4. После завершения цикла нагрев – охлаждение выведите на экран график нагрева, нажав кнопку «График нагрева». Передвигая курсор клавишами «1» и «10», определите температуру сплава Вуда через каждые 30 с. Данные запишите в таблицу.

5. Постройте график зависимости температуры t_c сплава от времени τ . По графику $t_c = f(\tau)$ определите время разогрева $\Delta\tau_p$, время плавления $\Delta\tau_{пл}$, температуру разогрева Δt_p и плавления $t_{пл}$ сплава (рис. 23.5).

6. Используя формулу (23.12) и параметры, указанные в приложении, вычислите удельную теплоту плавления сплава Вуда.

7. Подготовьте выводы по выполненной лабораторной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение термодинамической фазы. Приведите пример различных фаз. 2. Запишите условия фазового равновесия и поясните их физический смысл. 3. Дайте определение фазовых переходов первого и второго рода, приведите примеры. 4. Изобразите фазовую диаграмму чистого вещества, покажите на ней процессы плавления, кристаллизации, сублимации, парообразования и конденсации. 5. Объясните физический смысл критической и тройной точки. 6. Выведите формулу (23.12) для расчета удельной теплоты плавления кристаллического вещества.

Лабораторная работа № 24 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭНТРОПИИ ТЕЛ ПРИ ТЕПЛООБМЕНЕ

Цель работы: исследовать изменение энтропии в процессе нагревания и теплообмена.

1. Теоретическое введение

Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами. Состояние термодинамической системы задается *термодинамическими параметрами* – совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из термодинамических параметров, называется *термодинамическим процессом*. Макроскопическая система находится в *термодинамическом равновесии*, если ее состояние с течением времени не меняется.

Квазистатическим, или равновесным, процессом в термодинамике называют бесконечно медленный переход термодинамической системы из одного равновесного состояния в другое, при котором в любой момент времени физическое состояние системы бесконечно мало отличается от равновесного. Равновесие в системе при квазистатическом процессе устанавливается во много раз быстрее, чем происходит изменение физических параметров системы. Всякий квазистатический процесс является *обратимым*

процессом. Термин «квазистатический процесс» был предложен в 1909 г. немецким математиком К. Каратеодори.

Согласно *первому началу термодинамики*: теплота, сообщаемая термодинамической системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы против внешних сил. В дифференциальной форме первое начало термодинамики имеет вид

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (24.1)$$

Анализ различных термодинамических процессов свидетельствует о том, что первый закон термодинамики не указывает направление протекания термодинамического процесса. Действительно, самопроизвольный процесс передачи энергии от холодного тела горячему не противоречит первому закону термодинамики, если только уменьшение внутренней энергии первого тела равно энергии, полученной вторым телом. Однако в природе такой процесс не наблюдается. Основываясь на первом законе термодинамики, можно было бы попытаться построить периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет непрерывного охлаждения одного и того же источника теплоты, например за счет внутренней энергии океанов. Однако такой процесс, хотя он и удовлетворяет первому началу термодинамики, реализовать невозможно, что равноценно утверждению о невозможности построения *вечного двигателя второго рода*. Неоднократные попытки создания такого двигателя привели к открытию *второго начала термодинамики*. Его содержание является обобщением огромного экспериментального материала и описывает направление протекания процессов в термодинамической системе. Существует ряд эквивалентных формулировок второго начала термодинамики:

1. Невозможен процесс, единственным результатом которого является передача энергии в форме теплоты от менее нагретого тела более нагретому (*формулировка Клаузиуса*, 1850 г.).

2. Невозможен процесс, единственным результатом которого является превращение всей теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную работу (*формулировка Кельвина*, 1851 г.).

Второе начало термодинамики указывает на неравноценность двух форм передачи энергии – работы и теплоты. Этот закон учитывает тот факт, что процесс перехода энергии упорядоченного движения тела как целого (механической энергии) в энергию не-

упорядоченного движения его частиц (тепловую энергию) необратим. Например, механическая энергия при трении переходит в теплоту без каких-либо дополнительных (компенсирующих) процессов. Переход же энергии неупорядоченного движения частиц (внутренней энергии) в работу возможен лишь при условии, что он сопровождается каким-либо дополнительным процессом.

Рассмотрим квазистатический процесс, протекающий в идеальном газе. Запишем первое начало термодинамики в дифференциальной форме для этого процесса:

$$\delta Q = dU + \delta A \Rightarrow \delta Q = \nu C_V dT + p dV. \quad (24.2)$$

Правая часть этого равенства не является полным дифференциалом, следовательно, количество теплоты Q не является функцией состояния. Разделив (24.2) на температуру T , получим

$$\frac{\delta Q}{T} = \nu C_V \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV. \quad (24.3)$$

С помощью уравнения Клапейрона – Менделеева уравнение (24.3) можно преобразовать к виду

$$\frac{\delta Q}{T} = \nu C_V \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V} = d(\nu C_V \ln T + \nu R \ln V). \quad (24.4)$$

Правая часть равенства (24.4) является полным дифференциалом. Следовательно, левая часть, которая называется *приведенным количеством теплоты*, также является полным дифференциалом. Функция состояния, полный дифференциал которой равен $\delta Q / T$, называется *энтропией* и обозначается S :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (24.5)$$

В термодинамике понятие энтропии было введено Р. Клаузиусом в 1865 г. Энтропия обладает следующими свойствами:

– энтропия – величина аддитивная: энтропия системы равна сумме энтропии всех тел, входящих в эту систему;

– энтропия изолированной системы не уменьшается, она либо возрастает, либо остается постоянной. Если в изолированной системе происходят обратимые процессы, то ее энтропия остается *неизменной*. Если в изолированной системе происходят необратимые процессы, то ее энтропия *возрастает*.

Принцип возрастания энтропии замкнутых (изолированных) систем представляет собой еще одну формулировку второго начала термодинамики. Величина возрастания энтропии в замкнутой системе служит мерой направленности процессов, протекающих в этой системе (возможны лишь такие процессы, которые ведут к увеличению энтропии изолированной системы). Математически это можно записать с помощью неравенства

$$\Delta S \geq 0. \quad (24.6)$$

Чтобы определить изменение энтропии при квазистатическом переходе термодинамической системы из одного равновесного состояния в другое, необходимо проинтегрировать выражение (24.5):

$$\Delta S = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (24.7)$$

2. Описание установки и метода измерений

Схема лабораторной установки показана на рис. 24.1. Она состоит из двух частей: рабочего блока 1, в котором происходят процессы нагревания и теплообмена, измерение температуры, и блока управления 2.

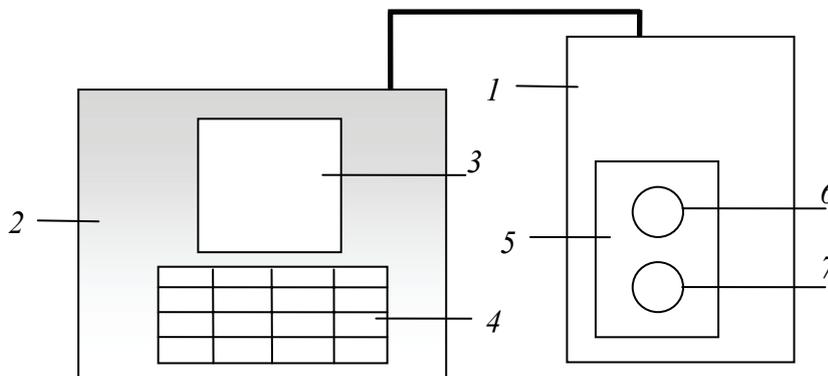


Рис. 24.1

На передней панели блока управления размещены экран 3 и клавиатура управления 4. На задней панели блока управления расположен выключатель. Под теплоизолирующей крышкой 5 рабочего блока 1 расположены два алюминиевых стакана с цилиндрами: первый стакан 6 – с алюминиевым цилиндром, второй 7 – с латунным.

Управление прибором осуществляется с клавиатуры и описано в приложении к лабораторной установке.

В режиме нагревания на экране установки через каждые 2 с выводятся значения напряжения U , силы тока I и мощности P нагревателя, а также график зависимости температуры стакана от времени нагревания.

В режиме охлаждения значения температуры стакана и цилиндра записываются в память через каждые 3 с. Графики зависимости температур стакана и цилиндра от времени отображаются на экране.

Рассмотрим процесс теплообмена между двумя телами: стаканом и цилиндром. Изменения энтропии стакана $\Delta S_{\text{ст}}$ и цилиндра $\Delta S_{\text{ц}}$ в соответствии с формулой (24.7) равны

$$\Delta S_{\text{ст}} = \int_{T_{01}}^{T_1} \frac{C_{\text{ст}} dT}{T} = C_{\text{ст}} \ln \frac{T_1}{T_{01}} = C_{\text{ст}} \ln \frac{273 + t_1}{273 + t_{01}}; \quad (24.8)$$

$$\Delta S_{\text{ц}} = \int_{T_{02}}^{T_2} \frac{C_{\text{ц}} dT}{T} = C_{\text{ц}} \ln \frac{T_2}{T_{02}} = C_{\text{ц}} \ln \frac{273 + t_2}{273 + t_{02}}, \quad (24.9)$$

где $C_{\text{ст}}$ – теплоемкость стакана; $C_{\text{ц}}$ – теплоемкость цилиндра; t_{01} и t_{02} , t_1 и t_2 – температуры стакана и цилиндра в начальный и в некоторый момент времени соответственно.

Изменение энтропии системы стакан – цилиндр равно

$$\Delta S = \Delta S_{\text{ст}} + \Delta S_{\text{ц}}. \quad (24.10)$$

Для вычисления ΔS необходимо определить теплоемкости стакана и цилиндра, их начальные и конечные температуры.

Для измерения теплоемкости $C_{\text{ст}}$ стакана сначала необходимо нагреть стакан, при этом цилиндр должен быть вынут из стакана во избежание нагрева. Затем цилиндр вставляют в нагретый стакан и закрывают теплоизолирующей крышкой. Между цилиндром и стаканом будет происходить теплообмен, пока их температуры не станут одинаковыми.

При нагревании стакана количество теплоты $Q_{\text{нагр}}$, которое выделяет нагреватель, идет на нагревание стакана и частично рассеивается в воздухе. В начале процесса нагревания температура стакана в течение некоторого промежутка времени $\Delta \tau$ растет по

2. Возьмите приложение к работе и ознакомьтесь с назначением кнопок клавиатуры блока управления лабораторной установки. Включите блок управления (*выключатель расположен задней панели блока управления*). Подождите, пока в верхней части экрана появится строка состояния и в правом верхнем углу высветится надпись «Ready».

3. Кнопками «Т» и «Р» установите максимальную температуру нагревателя и его мощность согласно таблице вариантов, приведенной в приложение.

4. Снимите теплоизолирующую крышку 5 (рис. 24.1) и достаньте из стакана, выбранного согласно таблице вариантов, цилиндр. Нажмите кнопку «Старт».

5. Запишите в таблицу значения напряжения U , силы тока I и мощности P .

6. После окончания процесса нагревания последует звуковой сигнал. *Сразу после звукового сигнала вставьте цилиндр в стакан и закройте теплоизолирующую крышку.*

7. При достижении теплового равновесия (температура стакана и цилиндра станут одинаковыми) остановите процесс измерения, нажав кнопку «Сброс». После окончания измерений выведите график нагрева, нажав кнопку «График нагрева». Передвигая курсор кнопками «1» и «10», по начальному участку графика определите изменение температуры Δt стакана при его нагревании и интервал времени нагревания $\Delta \tau$. Данные запишите в таблицу.

9. Выведите на экран график охлаждения, нажав кнопку «График охлаждения». Передвигая курсор кнопками «1» и «10», определите и запишите в таблицу значения температур стакана t_{1i} и цилиндра t_{2i} через каждые 30 с.

10. По формулам (24.12), (24.14) вычислите теплоемкости $C_{ст}$ стакана и $C_{ц}$ цилиндра.

11. По формулам (24.8–24.10) рассчитайте изменение энтропии стакана $\Delta S_{ст}$ и цилиндра $\Delta S_{ц}$, а также изменение суммарной энтропии ΔS системы стакан – цилиндр для каждого момента времени τ . Данные занесите в таблицу.

12. Постройте график зависимости изменения суммарной энтропии ΔS от времени τ . Объясните полученные результаты и подготовьте выводы по выполненной работе.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое термодинамическая система, термодинамические параметры, термодинамический процесс? 2. Какой процесс называют обратимым? Необратимым? Квазистатическим? 3. Что называют теплоемкостью тела, удельной теплоемкостью вещества? От чего зависят эти величины. 4. Какой процесс называется теплообменом? Запишите уравнение теплового баланса и поясните его физический смысл. 5. Сформулируйте первое и второе начало термодинамики. 6. Что такое энтропия? Поясните ее термодинамический и статистический смысл. 7. Поясните связь микро- и макросостояний термодинамической системы, используя формулу Больцмана.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Греческий алфавит

Таблица П1

Обозначения букв	Названия букв	Обозначения букв	Названия букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тета	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	йота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	мю	Ω, ω	омега

Обозначения и названия некоторых единиц

Таблица П2

Обозначение	Название	Обозначение	Название	Обозначение	Название
Å	ангстрем	°C	градус Цельсия	Н	ньютон
а. е. м.	атомная единица массы	Дж	джоуль	Па	паскаль
Б	бел	К	кельвин	рад	радиан
б	барн	кал	калория	с	секунда
Вт	ватт	л	литр	ср	стерадиан
г	грамм	м	метр	ч	час
Гц	герц	мин	минута	эВ	электрон-вольт

Единицы величин в СИ

Таблица ПЗ

Величина	Единица величины в СИ	Величина	Единица величины в СИ
Длина	м	Плотность	кг/м ³
Время	с	Сила	Н
Скорость	м/с	Давление, напряжение	Па
Ускорение	м/с ²	Момент силы	Н·м
Частота колебаний	Гц	Импульс	кг·м/с
Циклическая частота	с ⁻¹	Момент импульса	кг·м ² /с
Плоский угол	рад	Момент инерции	кг·м ²
Угловая скорость	рад/с	Энергия, работа	Дж
Угловое ускорение	рад/с ²	Мощность, поток энергии	Вт
Масса	кг	Плотность потока энергии	Вт/м ²
Количество вещества	моль	Теплоемкость	Дж/К
Температура	К	Энтропия	Дж/К
Теплота	Дж	Вязкость	Па·с

Десятичные приставки к названиям единиц

Таблица П4

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10 ¹⁸	деци	д	10 ⁻¹
пета	П	10 ¹⁵	санتي	с	10 ⁻²
тера	Т	10 ¹²	мили	м	10 ⁻³
гига	Г	10 ⁹	микро	мк	10 ⁻⁶
мега	М	10 ⁶	нано	н	10 ⁻⁹
кило	к	10 ³	пико	п	10 ⁻¹²
гекто	г	10 ²	фемто	ф	10 ⁻¹⁵
дека	да	10 ¹	атто	а	10 ⁻¹⁸

Некоторые внесистемные единицы

Таблица П5

Единица	Значение в СИ	Единица	Значение в СИ
1 час	3600 с	1 Å	10^{-10} м
1 год	$3,15 \cdot 10^7$ с	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
1 атм	101,33 кПа	1 эВ	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
1 мм. рт. ст.	133,3 Па	1 л	10^{-3} м ³
1 кал	4,18 Дж	1° (угловой градус)	$\frac{\pi}{180}$ рад

Упругие постоянные

E – модуль Юнга; G – модуль сдвига; μ – коэффициент Пуассона

Таблица П6

Материал	E , ГПа	G , ГПа	μ
Алюминий	70	26	0,34
Медь	110	40	0,34
Свинец	17	5,6	0,44
Сталь	200 – 220	82	0,29
Древесина (вдоль волокон)	10 – 18	–	–
Древесина (поперек волокон)	0,5 – 1,5	–	–

Коэффициент трения качения

Таблица П7

Материал катящегося тела и подстилающей поверхности	μ_k , мм
Стальное колесо по стали	0,01–0,50
Стальное колесо по дереву	1,5–2,5
Резиновая шина по асфальту	0,06–0,20
Колесо из полимера по стали	2
Колесо из эбонита по стали	7,7
Подшипник качения (шарикоподшипник)	0,01–0,04

Постоянные газов

M – молярная масса газа; d – эффективный диаметр молекулы; ρ – плотность (при нормальных условиях); α – теплопроводность (при нормальных условиях); η – вязкость (при нормальных условиях); v – скорость звука (при 0°C)

Таблица П8

Газ	$M, \frac{\text{г}}{\text{моль}}$	$d, \text{нм}$	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\alpha, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\eta, \text{мкПа} \cdot \text{с}$	$v, \frac{\text{м}}{\text{с}}$
He	4	0,2	0,18	141,5	18,9	965
Ar	40	0,35	1,78	16,2	22,1	319
H ₂	2	0,27	0,09	168,4	8,4	1284
N ₂	28	0,37	1,25	24,3	16,7	334
O ₂	32	0,35	1,43	24,4	19,2	314
CO ₂	44	0,4	1,98	23,2	14,0	257
Воздух (сухой)	29	0,35	1,29	24,1	17,2	331,5
H ₂ O (пар)	18	0,3	0,79	15,8	9,0	410

Постоянные жидкостей

c – удельная теплоемкость; ρ – плотность (при 20 °C); α – теплопроводность (при 0°C); η – вязкость (при 20°C); σ – поверхностное натяжение (при 20°C)

Таблица П9

Вещество	$c, \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\rho, \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$\alpha, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\eta, \text{мПа} \cdot \text{с}$	$\sigma, \frac{\text{мН}}{\text{м}}$
Вода	4,18	1,00	0,596	1,00	72,75
Глицерин	2,42	1,26	0,290	1495	63,4
Ртуть	0,14	13,6	8,45	1,55	487
Спирт	2,51	0,789	0,184	1,2	22,75
Ацетон	2,18	0,792	0,170	0,32	23,3
Масло (касторовое)	1,3	0,96	0,18	986	33,1
Керосин	2,43	0,85	0,121	1,5	24
Бензол	1,67	0,88	0,15	0,65	29
Бензин	1,8	0,68–0,72	0,145	0,52	21

Постоянные твердых тел

ρ – плотность; $t_{\text{пл}}$ – температура плавления; λ – удельная теплота плавления;
 α – теплопроводность; c – удельная теплоемкость (при нормальных условиях)

Таблица П10

Вещество	$\rho, \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$t_{\text{пл}}, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$	$\alpha, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$c, \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Лед	0,916	0	333	2,22	2,09
Алюминий	2,7	660,4	321	202–236	0,9
Медь	8,9	1084,5	175	401	0,39
Серебро	10,5	961,9	88	430	0,23
Свинец	11,3	327,4	25	35,3	0,14
Олово	7,4	231,9	59	67	0,23
Золото	19,3	1064,4	67	320	0,13
Железо	7,8	1539	270	92	0,46
Графит	1,6	3850	–	278–2435	0,72
Титан	4,5	1668	358	18,85	0,54
Алмаз	3,5	>3700	–	1000–2600	0,5

ЛИТЕРАТУРА

1. Тейлор, Дж. Введение в теорию ошибок / Дж. Тейлор. – М.: Мир, 1985.
2. Наркевич, И. И. Физика для ВТУЗов: в 2 т. / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск: Выш. шк., 1992, 1994. – Т. 1, 2.
3. Наркевич, И. И. Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск: Новое знание, 2004.
4. Детлаф, А. А. Курс физики: в 3 т. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1987, 1989, 2003.
5. Савельев, Е. В. Курс общей физики: в 3 т. / Е. В. Савельев. – М.: Наука, 1987, 1989. – Т. 1–3.
6. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1985–1990.
7. Кленицкий, Д. В. Физика [Электронный ресурс]: тексты лекций для студентов инженерно-технических специальностей: в 5 ч. Ч. 1: Механика / Д. В. Кленицкий; Белорусский государственный технологический университет. – Минск: БГТУ, 2010.
8. Кленицкий, Д. В. Физика [Электронный ресурс]: тексты лекций для студентов инженерно-технических специальностей: в 5 ч. Ч. 2: Термодинамика. Молекулярная физика / Д. В. Кленицкий; Белорусский государственный технологический университет. – Минск: БГТУ, 2012.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ	4
ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ	6
ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ	19
Лабораторная работа № 1. Методы проведения измерений, их обработка и представление (на примере закона Ома)	19
Лабораторная работа № 2. Изучение упругих свойств твердых тел	24
Лабораторная работа № 3. Изучение явления трения	33
Лабораторная работа № 4. Изучение упругого и неупруго- го ударов	41
Лабораторная работа № 5. Изучение моментов инерции твердых тел	49
Лабораторная работа № 6. Изучение основного уравнения динамики вращательного движения	56
Лабораторная работа № 7. Изучение закона сохранения энергии	64
Лабораторная работа № 8. Изучение закона сохранения момента импульса	71
Лабораторная работа № 9. Изучение колебаний математи- ческого и физического маятников	75
Лабораторная работа № 10. Определение скорости рас- пространения поперечных волн методом резонанса	82
Лабораторная работа № 11. Определение скорости звука в воздухе методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний	90
ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА	99
Лабораторная работа № 16. Определение показателя адиабаты газа методом адиабатического расширения	99
Лабораторная работа № 17. Определение показателя адиабаты по скорости звука в газе	106
Лабораторная работа № 18. Определение наиболее веро- ятной скорости электронного газа	118

Лабораторная работа № 19. Измерение коэффициента динамической вязкости воздуха капиллярным методом и определение среднего диаметра молекул газа	126
Лабораторная работа № 20. Измерение коэффициента динамической вязкости жидкости методом Стокса	133
Лабораторная работа № 21. Определение теплофизических характеристик вещества нестационарными методами	137
Лабораторная работа № 22. Изучение поверхностного натяжения жидкостей	149
Лабораторная работа № 23. Определение температуры и удельной теплоты плавления твердых веществ	156
Лабораторная работа № 24. Исследование энтропии тел при теплообмене	165
ПРИЛОЖЕНИЕ	173
ЛИТЕРАТУРА	178

Учебное издание

Кленицкий Дмитрий Викентьевич
Крук Николай Николаевич
Наркевич Иван Иванович
Тульев Валентин Валентинович

ФИЗИКА

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В 3-х частях

Ч. 1. Механика и молекулярная физика

Учебно-методическое пособие

Редактор *Е. И. Гоман*
Компьютерная верстка *С. С. Белявская*
Корректор *Е. И. Гоман*

Подписано в печать 04.07.2016. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,5. Уч.-изд. л. 10,8.
Тираж 300 экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение:
УО «Белорусский государственный технологический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/227 от 20.03.2014.
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.