

УДК 621.37

Студ. А.Е. Чернышева, Р.Ч. Алешкевич

Науч. рук. доц. Д.А. Гринюк; ассист. Сухорукова И.Г.

(кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники, БГТУ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

В настоящее время в цифровых запоминающих осциллографах (ЦЗО) применяют два вида алгоритмов интерполяции: линейный и $\sin x/x$. Линейная интерполяция осуществляется в предположении, что отсчеты аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) ЦЗО соединяет прямая линия. Это очень простое и маловероятное предположение, которое дает ограниченные результаты. Поэтому все чаще в ЦЗО применяют интерполяцию $\sin x/x$. Здесь следует подчеркнуть два важных момента:

1) любая интерполяция основана на наборе данных из АЦП осциллографа, поэтому даже если в приборе нет соответствующего алгоритма, пользователь может создать его сам в любом пакете;

2) применение интерполяции $\sin x/x$ имеет свои ограничения, при их нарушении могут серьезно

Интерполяция кусочно-кубическими функциями, или сплайн-интерполяция, как её часто называют, хорошо работает в случаях имеющегося запаса по частоте дискретизации, т.е. в случаях, когда количество точек измерений на период достаточно велико (десятки и более). Но при работе осциллографа в предельных ситуациях, когда частота измеряемого сигнала приближается к частоте Котельникова, т.е. к половине частоты дискретизации, сплайны дают совершенно не удовлетворительный результат.

Для восстановления непрерывного сигнала по его выборкам достаточно располагать функцией $\text{sinc}(t) = \sin(t)/t$ с учетом ее особого значения $\text{sinc}(t) = 1$ при $x = 0$. Подадим на его вход синусоидальный сигнал с частотой 1 МГц при частоте дискретизации прибора 5 МГц. Таким образом, на один период сигнала приходится 5 отсчетов, что не формирует на экране осциллограмму в виде синуса (рис. 1-2). Цифровые осциллографы осуществляют дискретные выборки сигнала, который впоследствии отображается на дисплее. Однако, довольно затруднительно сформировать развертку сигнала, составленную из одних точек, особенно когда их всего несколько и они должны характеризовать высокочастотные составляющие исследуемого импульса. Для облегчения визуализации таких сигналов цифровые осциллографы используют режимы интерполяции.



Рисунок 1 – Интерполяция линейная, частота дискретизации – 5 МГц, входной сигнал - синус с частотой 1 МГц

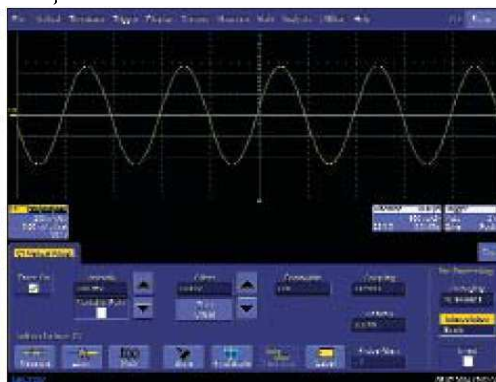


Рисунок 2 – Интерполяция $\sin x/x$, частота дискретизации – 5 МГц, входной сигнал - синус с частотой 1 МГц

Интерполяция $\sin x/x$ – математический процесс, при котором значения точек рассчитываются для плавного заполнения ими временных интервалов между дискретными выборками. Такая форма интерполяции способна отображать искривлённые и нестандартные формы сигналов, что значительно ближе к реальности, чем прямоугольные сигналы или импульсы. Следовательно, интерполяция $\sin x/x$ является предпочтительным методом при изучении сигналов в приложениях, где частота выборки в 3–5 раз меньше полосы пропускания осциллографа (рис. 3-4).

При ближайшем рассмотрении оказывается, ничего загадочного в данном алгоритме нет. На самом деле это реализация положений всемирно известной теоремы Котельникова—Найквиста о том, что любая непрерывная функция, спектр которой ограничен частотой F_{\max} , полностью определяется своими отсчетами через интервал времени не более $\Delta t = 1/2 F_{\max}$. Сигнал восстанавливается по формуле:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{2F_{\max} \times T} s(n\Delta t) \times \frac{\sin(2 \times \pi \times F_{\max} \times (x - n \times \Delta t))}{2 \times \pi \times F_{\max} \times (x - n \times \Delta t)},$$

где s – дискретные отсчеты функции $x(t)$, T – интервал времени, для которого проводится реконструкция. Так что при желании можно провести интерполяцию полученных данных в пакете MathCad (рис. 5) или любом другом.

Теперь остановимся на ограничениях в применении теоремы Котельникова и ее реализации в ЦЗО. Ограничение только одно — спектр сигнала, поступающего на оцифровку, не должен иметь в своем составе частот со сколько-нибудь значимой амплитудой, превышающих F_{\max} . Реальные осциллографы имеют другие виды АЧХ.



Рисунок 3 – Интерполяция линейная, частота дискретизации – 5 МГц, входной сигнал – меандр с частотой 1 МГц



Рисунок 4 – Интерполяция $\sin x/x$, частота дискретизации – 5 МГц, входной сигнал – меандр с частотой 1 МГц

Наиболее распространенными для аналоговых осциллографов являются АЧХ, описываемые фильтром Гаусса. К сожалению, АЧХ таких фильтров имеют плавный спад, поэтому в ЦЗО реализуют АЧХ, описываемые фильтрами высших порядков и имеющие достаточно резкий спад (рис. 6).

Если спектр сигнала ограничен частотой меньшей, чем частота Найквиста, то недостатков практически нет. К таковым можно отнести потери времени, затрачиваемые на интерполяцию. Но при наличии в осциллографах мощных процессоров эти потери пренебрежимо малы, тем более по сравнению со временем простоя ЦЗО(цифровой запоминающий осциллограф).

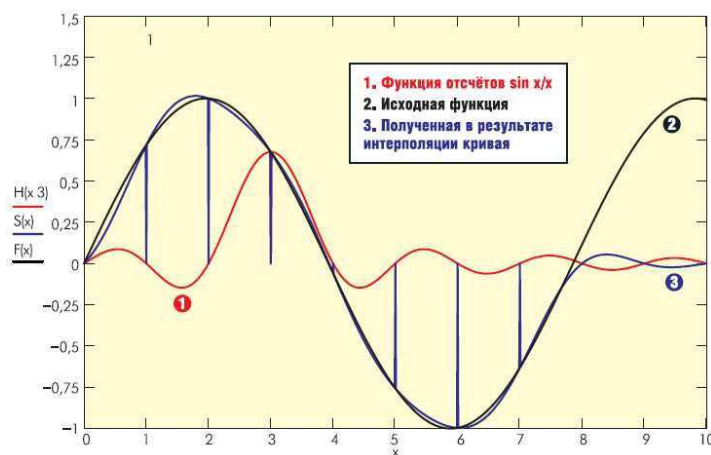


Рисунок 5 – Интерполяция $\sin x/x$ в пакете MathCad

Если же в спектре импульсного сигнала есть высокочастотные компоненты, то при применении алгоритма $\sin x/x$ возможно появление программно наведенных выбросов на вершине импульса и в паузах (рис. 7, феномен Гиббса). Однако программные ошибки будут намного

меньше, чем аппаратные ошибки, связанные с тем, что высокочастотные компоненты лежат вне аналоговой полосы пропускания ЦЗО. К достоинствам интерполяции $\sin x/x$ следует отнести значительное улучшение точности и разрешения при измерениях временных интервалов в реальном времени. Если максимальная частота дискретизации для ЦЗО на сегодня составляет 20 ГГц дискретность по времени между отсчетами составляет 50 пс, рис. 8), то при интерполяции $\sin x/x$ вычисляется дополнительно от 8 до 16 точек.

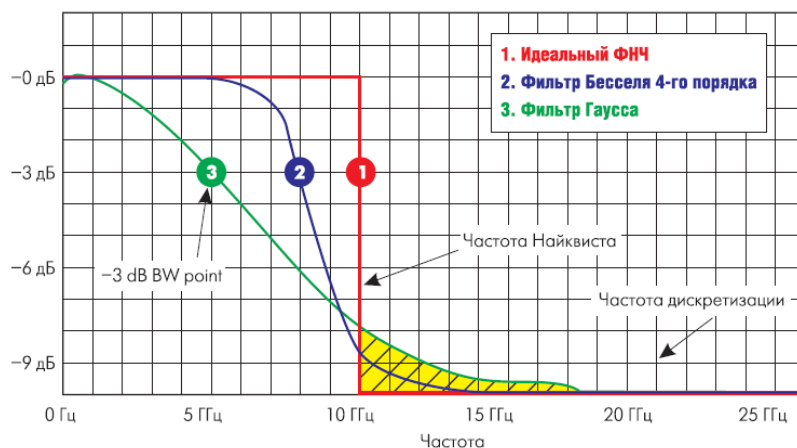


Рисунок 6 – Фильтры нижних частот, описывающие АЧХ осциллографа



Рисунок 7 – Интерполяция $\sin x/x$, частоте дискретизации – 25 МГц, входной сигнал меандр с частотой 1

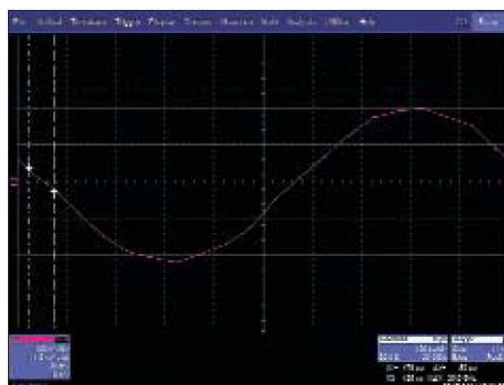


Рисунок 8 – Интерполяция линейная, частота дискретизации – 20 ГГц, входной сигнал синус с частотой 1 ГГц

К сожалению, и этот метод не лишён недостатков. Во-первых, как видно из его базовой формулы, он требует для вычисления каждой промежуточной точки суммирования бесконечного ряда слагаемых, учитывающих все возможные дискретные измерения сигнала в прошлом и будущем, что, конечно, физически нереализуемо. И, во-вторых, даже если мы волевым решением ограничимся только имеющимися в оциллограмме точками, вычислительная сложность метода значительно выше, чем при интерполяции сплайнами.