Снижение потребления электроэнергии в год составит:

ΔW= Ркомпр · Кз · Ткомпр - Рмех · Кз · Тмех,

где Ркомпр, Рмех – соответственно номинальная мощность двигателей компрессора и системы механического перемешивания, кВт; Кз – коэффициент запаса; Ткомпр, Ткомпр – соответственно время работы компрессора и системы механического перемешивания, ч/год.

ΔW= (130 · 0,6 · 110 – 10,5 · 0,7 · 740)/103 = 3,2 тыс. кВт · ч/год.

Изменение режима работы транспортных систем. Для экономии электроэнергии в цехах промышленных производств во время перехода от одной смены к другой предлагается отключать транспортные системы и линии отбора передвигаемого материала.

Снижение потребления электроэнергии в год составит:

ΔW = Руст · Кз · Тпер , кВт · ч/год,

где Руст – установленная мощность отключаемого оборудования, кВт; Кз – коэффициент запаса; Тпер – время наработки, ч/год.

ΔW = 26,4 · 0,5 · 1035/103 = 13,7тыс. квт · ч/год.

Таким образом, рассмотренные примеры по оптимизации работы приводов технологического оборудования показывают реальную значительную экономию электроэнергии, что является крайне важным для любого предприятия.

УДК 519.63

Студ. А.Н. Уразова.
Науч. рук. доц. Ю.В. Пятаков
(кафедра информационных и управляющих систем, ВГУИТ, Воронеж, Российская Федерация)

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ С ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННОЙ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Система уравнений теплопроводности для однородного стержня с теплоизолированной боковой поверхностью и заданными начальными и граничными условиями имеет вид:

$$\partial T(x,t)/\partial t = D \cdot \partial^2 T(x,t)/\partial x^2, \qquad (1)$$

$$T(x,0) = T_0, \qquad (2)$$

$$T(0,t) = T_1(t), \qquad (3)$$

$$T(L,t) = T_2(t). \qquad (4)$$

В уравнениях (1)-(4) $D = \lambda/C$ – коэффициент температуропроводности, C – коэффициент объемной теплоемкости; λ – коэффициент теплопроводности, T_0 – постоянное начальное значение температуры; $T_1(t)$ и $T_2(t)$, граничные значения температуры в точках $x = 0$ и $x = L$, соответственно; L – длина стержня.

Прямая задача теплопроводности.

Под ***прямой*** задачей теплопроводности для системы уравнений (1)-(4) будем понимать расчет значения температуры вдоль координат t и x при заданном значении коэффициента температуропроводности D.

В качестве метода решения будем использовать метод сетки, суть которого заключается в том, что заданная пространственно-временная область разбивается на равные интервалы времени и пространства через выбранные интервалы дискретизации Δt и Δx, и затем, с помощью, так называемой явной численной схемы решения, определяются значения температуры в каждом узле сетки.

Пусть необходимо найти распределение температуры $T(t,x)$ на интервале $[0,tk]$, $[0,L]$. Тогда количество интервалов дискретизации по времени будет равно $N = tk/\Delta t$,а по пространственной координате $K = L/\Delta x$.

Примем обозначение текущей температуры в произвольном узле сетки: по времени верхним индексом (n); по пространственной координате нижним индексом (k).

Таким образом, необходимо найти T_k^n, т. е. заполнить сетку при $n = \overline{0,N}$ и $k = \overline{0,K}$ (рис. 1).

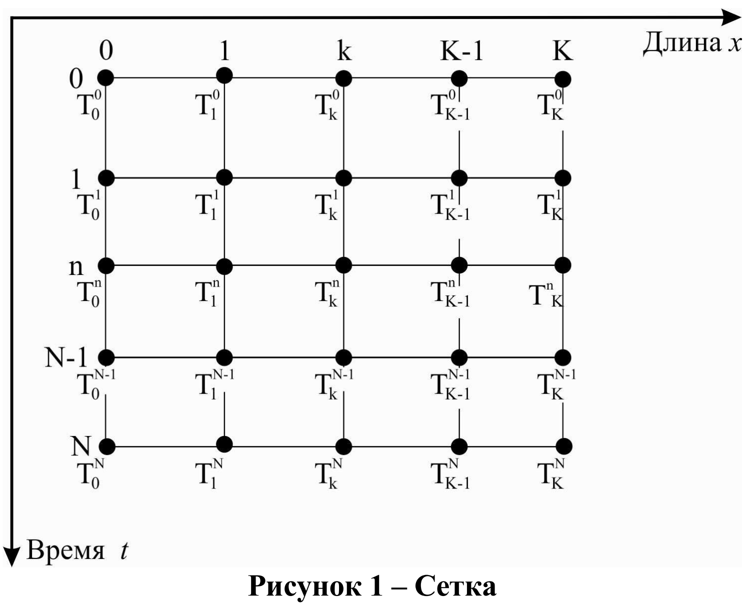


Рисунок 1 – Сетка

С этой целью будем использовать конечно-разностную аппроксимацию уравнения (1):

$$T_k^{n+1} = T_k^n + D \cdot \Delta t\left(T_{k+1}^n - 2T_k^n + T_{k-1}^n\right)/\Delta x^2 \quad (5)$$

Из (5) видно, что по значению функции $T(x, t)$ в точках n-го временного слоя можно вычислить значение функции $T(x, t)$ в точках $n+1$ временного слоя, т. е. мы имеем явную схему.

Для того чтобы решение по явной разностной схеме было устойчиво, необходимо выбирать интервалы дискретизации из следующего условия:

$$\Delta t \le \Delta x^2 / (2 \cdot D).$$

Обратная задача теплопроводности. Пусть для уравнения (1) заданы начальные и граничные условия (2)-(4) и известны измеренные в некоторой точке x_0 в моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_N$ значения температуры $T_1, T_2, \ldots, T_N$.

Под ***обратной*** задачей теплопроводности для системы уравнений (1)-(4) будем понимать задачу определения значения коэффициента температуропроводности D, обеспечивающего минимум функции:

$$F(D) = \sum_{i=1}^{N} (T_i - T(x_0, t_i, D))^2 , \tag{6}$$

где $T(x_0,t_i,D)$ – значение температуры, рассчитанное в точке x_0 в момент времени t_i путем решения прямой задачи теплопроводности.

Минимизацию функции (6) будем осуществлять с помощью следующего итерационного алгоритма:

Пусть D_k – k-е приближение точки минимума функции (6). Выполним аппроксимацию функции (6) в некоторой окрестности точки D_k:

$$F(D_{k+1}) \approx \sum_{i=1}^{N} \left(T_i - T(x_0, t_i, D_k) - \frac{\partial}{\partial D} T(x_0, t_i, D_k) \cdot \Delta D_k \right)^2 = \sum_{i=1}^{N} (a_i - k_i \cdot \Delta D_k)^2 , \tag{7}$$

где $\Delta D_k = D_{k+1} - D_k$, $a_i = T_i - T(x_0, t_i, D_k)$, $k_i = \partial T(x_0, t_i, D_k) / \partial D$. Расчет значений температуры $T(x_0,t_i,D_k)$ осуществляем с помощью явной разностной схемы при условии $\Delta t \le \Delta x^2/(2D_k)$. Вычисление k_i выполняем методом конечно-разностной аппроксимации:

$$k_i = \partial T(x_0, t_i, D_k) / \partial D \approx [T(x_0, t_i, D_k + \Delta D) - T(x_0, t_i, D_k)] / \Delta$$

где $\Delta = 0{,}1 \cdot D_k$.

Вычислим значение ΔD_k, обеспечивающее минимум функции в правой части (7):

$$\Delta D_k = S_1 / S_2 , \tag{8}$$

где

$$S_1 = \sum_{i=1}^{N} a_i k_i , \; S_2 = \sum_{i=1}^{N} k_i^2 .$$

Таким образом, $k + 1$-е приближение точки минимума функции (6) определяется следующим рекуррентным соотношением:

$$D_{k+1} = D_k + \Delta D_k \tag{9}$$

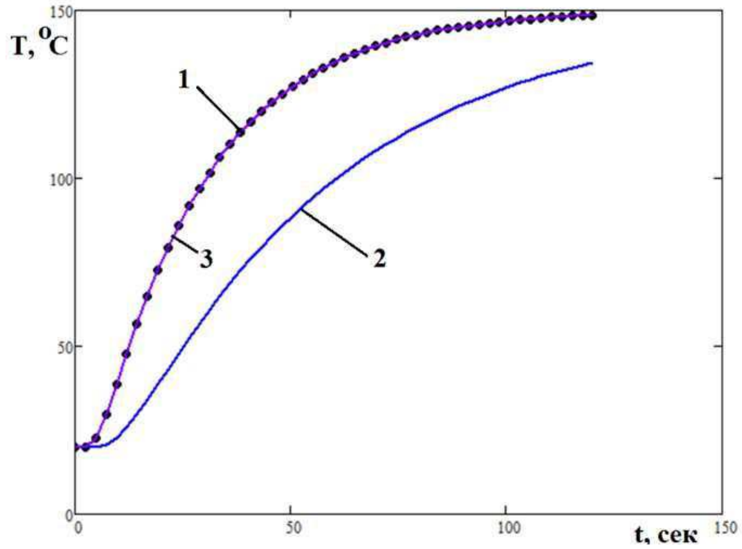
Пример. На рисунке 2 приведены результаты расчетов температурного поля для модельного примера.

В качестве наблюденных («измеренных») значений послужили результаты расчетов температурного поля однородного стержня с известным значением коэффициента температуропроводности $D = 1{\cdot}10^{-7}$ м^2/с.

Расчет температуры осуществлялся решением прямой задачи теплопроводности по явной разностной схеме (5). По заданным («измеренным») значениям температуры определялось значение коэффициента температуропроводности с помощью алгоритма решения обратной задачи (8),(9). В качестве начального (априорного) значения коэффициента температуропроводности использовалось значение $D_0 = 0{,}5 \times 10^{-7}$ м^2/с. Результаты решения приведены на рис. 2.

Рассчитанное значение коэффициента температуропроводности, полученное с помощью алгоритма решения обратной задачи (8),(9) составило:

- на первой итерации $D_1 = 0{,}8175{\cdot}10^{-7}$ м^2/с,
- на второй итерации $D_2 = 0{,}9205{\cdot}10^{-7}$ м^2/с,
- на третьей итерации $D_3 = 0{,}9918{\cdot}10^{-7}$ м^2/с,
- на четвертой итерации итерации $D_4 = 0{,}9999{\cdot}10^{-7}$ м^2/с.



1-наблюденные значения температуры; 2-рассчитанные значения температуры от априорного приближения; 3-значения температуры от полученного решения

Рисунок 2 – Динамика температуры

Таким образом, результаты решения обратной задачи на модельном примере демонстрируют сходимость алгоритма решения обратной задачи (8),(9) к точному значению $D = 1{\cdot}10^{-7}$ м^2/с.