Студ. А.В.Бобренко
Науч. рук. доц. В.В. Игнатенко
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЛЕСНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

В лесной экономике, технологии и технике есть задачи, в которых необходимо учитывать изменения параметров систем во времени. Например, из года в год происходит старение машин и оборудования, изменяются производственная мощность и производительность труда на предприятиях, фондоотдача. Очевидно, что необходимо принимать оптимальные решения на год (или другой срок) и одновременно на весь рассматриваемый период в целом с учетом возможных изменений параметров. Для решения такого рода *многошаговых* задач разработан соответствующий математический аппарат, который получил название «*динамического программирования*».

Процесс называется управляемым, если на него можно повлиять. Влиять на процесс можно по шагам. Тем самым процесс при управлении разбивается на ряд шагов. В динамическом программировании используется последовательное шаговое принятие решений, когда процесс при управлении разбивается на ряд шагов и управление выбирается на каждом шаге. Примером многошагового разбиения управляемого процесса служит анализ деятельности лесопромышленного предприятия за ряд лет. Вторым примером может служить задача нахождения кратчайшего расстояния между поставщиками и потребителями заданной транспортной сети. В первом и втором примерах шаг задан. В первом случае – это календарный год, во втором – расстояние между соседними транспортными узлами. На практике часто встречаются случаи, когда шаг не бывает заданным, например прокладка трассы лесовозной дороги и т. д. В этом случае процесс искусственно разбивается на шаги. При этом необходимо учитывать, что:1) шаг не должен быть слишком малым, чтобы процесс вычислений не был громоздким; 2) шаг должен отображать особенности и точность рассматриваемой задачи, позволять осуществлять оптимизацию с помощью несложных процедур.

Решение задачи должно обеспечить оптимальное управление рассматриваемым процессом. Количественной оценкой оптимизации является критерий эффективности W. Его значение называется «выигрышем». Величина W зависит от характера решаемой задачи. Например, при оценке деятельности лесопромышленного предприятия в качестве W может быть объем выпускаемой продукции, показатель рентабельности и т. д.

Спецификой метода динамического программирования является то, что процесс развивается последовательно, от шага к шагу. Решение, которое принимается на каждом шаге, называется шаговым управлением. Совокупность всех шагов управлений представляет собой управление процессом в целом: $u = (u_1, u_2, ..., u_m)$, где u_i – шаговые управления. Если обозначить w_i как выигрыш i-го шага, то выигрыш всего процесса равен $w = \sum_{i=1}^{m} w_i$, где m – число шагов. Управление, при котором показатель W достигает максимального или минимального значения, называется оптимальным управлением u^*, которое состоит из совокупности оптимальных управлений шагов $u^* = (u_1^*, u_2^*, ..., u_m^*)$. Решение задач методом динамического программирования осуществляется в два этапа: 1. От последнего шага к первому (от конца к началу); 2. От первого шага к последнему (от начала к концу).

На первом этапе ищутся условные оптимальные управления и выигрыши на каждом шаге. Условное оптимальное управление выбирается так, чтобы все предыдущие шаги обеспечили максимальную эффективность последующего. Основу такого подхода составляет принцип оптимальности Беллмана: каково бы ни было состояние системы перед очередным шагом, управление на этом шаге надо выбирать так, чтобы выигрыш на данном шаге плюс выигрыш на всех последующих шагах был максимальным (минимальным).

Другими словами, управление на i-м шаге выбирается таким образом, чтобы не выигрыш на данном шаге был максимальным (минимальным), а чтобы была оптимальна сумма выигрышей на всех оставшихся до конца шагах плюс данный. Исключение составляет заключительный шаг, который может планироваться без учета будущих последствий. Поэтому процесс динамического программирования разворачивается от конца к началу – первым планируется последний шаг. Для этого необходимо сделать разные предположения о том, чем завершился $m - 1$ шаг и для каждого из этих предположений найти условное оптимальное управление и соответствующий ему условный оптимальный выигрыш на m шаге. Далее, двигаясь назад, оптимизируется управление на $m - 1$ шаге и т. д. пока не дойдем до первого.

На втором этапе определяются оптимальное управление u^* и оптимальный выигрыш w^*. На этом этапе вычисления практически уже не выполняются, а просматриваются и сравниваются решения, полученные на первом этапе. Для этого достаточно, двигаясь от начала к концу, прочитать уже готовые рекомендации и найти u^*, состоящее из

u_1^*, u_2^*, ..., u_m^*. Что касается оптимального выигрыша w^* в целом, то он нам уже известен, именно на его оптимальности выбрано управление на первом шаге. Следует отметить, что в отличие от оптимального выигрыша w^*, оптимальное управление u^* может быть неоднозначно.

Среди многочисленных задач лесной промышленности, решаемых на ЭВМ методами динамического программирования, к управлению и оптимизации лесозаготовок могут быть отнесены следующие.

Задача об управлении запасами. Например, требуется обосновать вместимость склада под сезонный запас древесины, учитывая сезонную неравномерность вывозки. Годовой период работы лесозаготовительного предприятия можно условно разделить на следующие этапы: зимний период (наиболее интенсивные заготовка и вывозка), период весенней распутицы (вывозка минимальная), летний период, период осенней распутицы. Оптимальным будет вариант, при котором суммарные денежные издержки на создание запасов из-за простоев оборудования будут наименьшими.

Задача о проектировании лесовозной дороги может быть успешнее решена методами динамического программирования, особенно в случае прокладки лесовозной дороги в сложных рельефных условиях. В этой задаче шаги приходится вводить искусственно, и чем меньше длина шага, тем точнее может быть решена задача. Оптимальному решению будет соответствовать выбор такой трассы дороги, суммарные затраты на сооружение которой и перевозки по которой будут наименьшими.

ЛИТЕРАТУРА.

1 Игнатенко, В. В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок: учеб. пособие для студентов специальности «Лесоинженерное дело» / В. В. Игнатенко, И. В. Турлай, А. С. Федоренчик. – Минск: БГТУ, 2004. – 180 с.

УДК 511.41

Студ. А. С. Бируля
Науч. рук. доц. Е. И. Ловенецкая
(кафедра высшей математики, БГТУ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА КАЛЕНДАРЯ

Проблема календаря – одна из самых интересных математических задач нашей истории. Эта проблема в том, что год на самом деле не состоит из целого числа суток, его точная длина 365 суток 5 часов 48 минут 46 секунд. Если принять гражданский год равным