

УДК 630\*363.7:519.85

**Е. А. Леонов, В. В. Игнатенко, Д. В. Клоков**

Белорусский государственный технологический университет

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ РУБИЛЬНОЙ МАШИНЫ  
С УЧЕТОМ ЕЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ОТКАЗОВ**

В статье представлена математическая модель работы рубильной машины с учетом ее технических отказов на различных стадиях работы. Разработанная модель базируется на применении теории массового обслуживания, критериев вероятностей состояний.

Работа рубильной машины характеризуется следующими состояниями:  $S_0$  – рубильная машина исправна, но не производит сбор, подачу, измельчение древесного сырья и выброс щепы;  $S_{11}$  – рубильная машина исправна, осуществляется сбор и подача древесного сырья к механизму измельчения;  $S_{12}$  – рубильная машина исправна, осуществляется измельчение древесного сырья;  $S_{13}$  – рубильная машина исправна, осуществляется выброс щепы;  $S_{21}$  – отказ механизма подачи;  $S_{22}$  – отказ механизма измельчения;  $S_{23}$  – отказ механизма выброса щепы. В такой модели имеют место два типа потоков: древесины и отказов оборудования. Приоритетом пользуется поток отказов, так как при их наступлении они «обрабатываются» (осуществляется ремонт машин) в первую очередь.

Целью теоретических исследований являлось установление рациональных режимов работы оборудования для измельчения древесного сырья на щепу, что позволит обеспечить в дальнейшем эффективность применения уже созданных рубильных машин. Разработанная методология позволяет определять: оптимальную продолжительность подачи рабочего органа к измельчаемому древесному сырью (штабелю дров или отходов), а также оптимальные сроки восстановления работоспособности механизмов подачи, измельчения древесного сырья и выброса щепы рубильной машины в условиях ее производственной эксплуатации.

**Ключевые слова:** модель, рубильная машина, вероятность, технический отказ, параметры.

**E. A. Leonov, V. V. Ignatenko, D. V. Klokov**

Belarusian State Technological University

**THE MATHEMATICAL MODEL OF CHIPPER WORK  
GIVEN ITS TECHNICAL FAILURES**

The article presents a mathematical model of the chipper based on its technical failures at different stages of work. The model is based on the application of queuing theory, probability criteria states.

Work chipper has the following states:  $S_0$  – the chipper is working, but does not produce the collection, supply, wood chopping and chips ejection;  $S_{11}$  – the chipper is working, produce the collecting and wood supply;  $S_{12}$  – the chipper is working, produce the wood chopping;  $S_{13}$  – the chipper is working, produce the chips ejection;  $S_{21}$  – the wood feeding mechanism is out of order;  $S_{22}$  – the wood chopping mechanism is out of order;  $S_{23}$  – the chips ejection mechanism is out of order. In this model, there are two types of flows: wood and equipment failures. Priority is given to the flow of failures, since they occur they are “processed” (carried out repair of machinery) in the first place.

The purpose of theoretical research was to establish rational modes equipment for grinding of raw wood on the wood chips, which will provide in the future effectiveness of established chippers. The developed methodology allows to determine: the optimal duration of the working body to chopped wood raw material (pile of logs or wood residues) as well as the optimal timing recovery performance of wood feeding, chopping and chips ejection mechanisms in terms of its manufacturing operation.

**Key words:** model, chipper, probability, technical denial, parameters.

**Введение.** С 2011 г. в Беларуси в различных министерствах и ведомствах, а также на частных предприятиях на древесном топливе работало более 3000 котлов мощностью от 0,012 до 20 МВт, а также 11 мини-ТЭЦ с установленной электрической мощностью от 1,2 до 4,23 МВт и тепловой мощностью от 6,5 до 16,4 МВт. Ввод в действие данных

объектов, работающих на биотопливе, потребовал решения задачи гарантированного обеспечения их сырьем. С этой целью в системе предприятий Минлесхоза созданы мощности по производству топливной щепы в 47 лесхозах с объемом производства около 500 тыс. т условного топлива, или около 2 млн. пл. м<sup>3</sup> [1].

Для обеспечения выполнения показателей, заложенных в целевых программах, у потребителей должны аккумулироваться потоки древесного сырья из различных источников. Принципиальное отличие работы мини-ТЭЦ, как потребителей древесного энергетического сырья, заключается в сезонной аритмии. Помимо этого, поступающее из различных источников сырье имеет широкий диапазон размерно-качественных характеристик.

Обеспечение устойчивого снабжения мини-ТЭЦ энергосырьем путем разрешения технологических и организационных противоречий требовало инновационного подхода к решению задачи создания его запасов.

В условиях сезонного характера производства и потребления энергетического сырья решение данного вопроса возможно при создании гибких лесоэнергетических терминалов (ЛЭТ)[1]. Именно ЛЭТ по организационной структуре и технологии наилучшим образом отвечает требованию переработки древесного сырья в широком диапазоне размерно-качественных характеристик, дает возможность хранить его и подготавливать к использованию в соответствии с запросами мини-ТЭЦ.

Отличительными особенностями ЛЭТ от традиционных лесных складов являются:

- применение мобильной системы специализированных машин;
- гибкий технологический процесс измельчения сырья, допускающий изменение мест и зон работы машин, хранения сырья и древесного топлива;
- переработка древесного сырья в широком диапазоне размерно-качественных характеристик;
- возможность выбора и изменения места расположения ЛЭТ в транспортно-технологической схеме

освоения ресурсов сырья в зависимости от конкретных производственных условий;

- разделения ЛЭТ на несколько составных частей;
- функциональной и территориальной интеграции с другими структурными образованиями (лесными складами, биржами сырья, деревообрабатывающими производствами, энергообъектами и др.) [1].

Примеры разработанных и внедренных на предприятиях системы Минлесхоза технологических схем функционирования ЛЭТ приведены на рис. 1.

Реализация разработанных технологических процессов производства топливной щепы в условиях гибких ЛЭТ требует рациональной организации работы применяемого для этих целей оборудования, в том числе передвижных рубильных машин – основного оборудования в технологической цепочке производства древесного топлива [2–5].

**Основная часть.** Математическая модель работы рубильной машины разработана с учетом возможных технических отказов (рис. 2). Для нее характерны следующие состояния:  $S_0$  – рубильная машина исправна, но не производит сбор, подачу, измельчение древесного сырья и выброс щепы;  $S_{11}$  – рубильная машина исправна, осуществляется сбор и подача древесного сырья к механизму измельчения;  $S_{12}$  – рубильная машина исправна, осуществляется измельчение древесного сырья;  $S_{13}$  – рубильная машина исправна, осуществляется выброс щепы;  $S_{21}$  – отказ механизма подачи;  $S_{22}$  – отказ механизма измельчения;  $S_{23}$  – отказ механизма выброса щепы.

В такой модели имеют место два типа потоков: древесного сырья и отказов отдельных узлов оборудования. Приоритетом пользуется поток отказов, т. к. при их наступлении они «обрабатываются» (ремонт) в первую очередь.

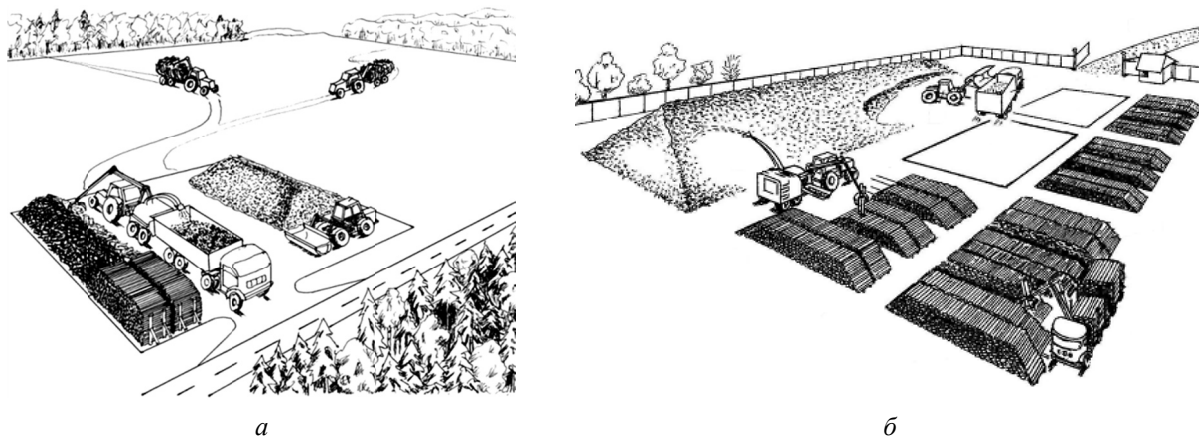


Рис. 1. Технологические схемы функционирования ЛЭТ при производстве топливной щепы: а – на промежуточном складе; б – на автономном терминале

Из свободного состояния  $S_0$  в рабочее  $S_{11}$  система переходит с интенсивностью  $\lambda$  подачи рабочего органа к древесному сырью (штабелю дров или валу древесных отходов). В дальнейшем осуществляется обработка древесины посредством ее пережевания через подающий механизм (состояние  $S_{11}$ ), механизм измельчения (состояние  $S_{12}$ ) и механизм выброса щепы (состояние  $S_{13}$ ) с интенсивностями обработки древесного сырья  $\mu_1$  и  $\mu_2$  соответственно.

Обратный переход системы в свободное состояние осуществляется посредством выброса полученной щепы в кузов автощеповоза или бурт с интенсивностью  $\mu_3$ .

При наступлении отказа механизма подачи (состояние  $S_{21}$ ), измельчения (состояние  $S_{22}$ ) или выброса щепы (состояние  $S_{23}$ ) система с соответствующей интенсивностью ( $\lambda_{11}$ ,  $\lambda_{12}$  или  $\lambda_{13}$ ) перейдет из рабочего состояния ( $S_{11}$ ,  $S_{12}$  или  $S_{13}$ ) в соответствующее ему состояние отказа ( $S_{21}$ ,  $S_{22}$  или  $S_{23}$ ). После выполнения ремонтных работ вышедшего из строя узла рубильной машины с темпом  $\mu_{11}$ ,  $\mu_{12}$ ,  $\mu_{13}$  система вернется в одно из рабочих состояний ( $S_{11}$ ,  $S_{12}$  или  $S_{13}$ ). Неизвестные параметры  $\lambda$ ,  $\lambda_{ij}$  и  $\mu_{ij}$  устанавливаются следующим образом:  $\lambda = 1/t_{\text{п}}$ , где  $t_{\text{п}}$  – продолжительность времени подачи рабочего органа к древесному сырью (штабелю дровяной древесины или валу отходов), мин;  $\mu_1 = 1/t_{\text{под}}$ ,  $\mu_2 = 1/t_{\text{изм}}$ ,  $\mu_3 = 1/t_{\text{выб}}$ , где  $t_{\text{под}}$ ,  $t_{\text{изм}}$ ,  $t_{\text{выб}}$  – соответственно продолжительности времени пережевания древесного сырья, его измельчения и выброса щепы, мин;  $\lambda_{11} = 1/t_{\text{под}}^{\text{от}}$ , где  $t_{\text{под}}^{\text{от}}$  – продолжительность времени между отказами механизма подачи древесного сырья, мин;  $\mu_{12} = 1/t_{\text{под}}^{\text{в}}$ , где  $t_{\text{под}}^{\text{в}}$  – продолжительность времени восстановления работоспособности механизма подачи, мин;  $\lambda_{12} = 1/t_{\text{изм}}^{\text{от}}$ , где  $t_{\text{изм}}^{\text{от}}$  – продолжительность времени между отказами механизма измельчения древесного сырья, мин;  $\mu_{12} = 1/t_{\text{изм}}^{\text{в}}$ , где  $t_{\text{изм}}^{\text{в}}$  – продолжительность времени восстановления работоспособности механизма измельчения, мин;  $\lambda_{13} = 1/t_{\text{выб}}^{\text{от}}$ , где  $t_{\text{выб}}^{\text{от}}$  – продолжительность времени между отказами механизма выброса щепы, мин;  $\mu_{13} = 1/t_{\text{выб}}^{\text{в}}$ , где  $t_{\text{выб}}^{\text{в}}$  – продолжительность времени восстановления работоспособности механизма выброса щепы, мин.

Функционирование рассматриваемой рубильной машины описывается системой дифференциальных уравнений Колмогорова (1), полученных на основании размеченного графа состояний (рис. 2), где  $P_0(t)$ ,  $P_{ij}(t)$ ,  $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$  – вероятности соответствующих состояний рубильной машины в момент времени  $t$ :

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = \mu_3 P_{13} - \lambda P_0, \\ \frac{dP_{11}}{dt} = \lambda P_0 - (\lambda_{11} + \mu_1) P_{11} + \mu_{11} P_{21}, \\ \frac{dP_{12}}{dt} = \mu_1 P_{11} - (\lambda_{12} + \mu_2) P_{12} + \mu_{12} P_{22}, \\ \frac{dP_{13}}{dt} = \mu_2 P_{12} - (\lambda_{13} + \mu_3) P_{13} + \mu_{13} P_{23}, \\ \frac{dP_{21}}{dt} = \lambda_{11} P_{11} - \mu_{11} P_{21}, \\ \frac{dP_{22}}{dt} = \lambda_{12} P_{12} - \mu_{12} P_{22}, \\ \frac{dP_{23}}{dt} = \lambda_{13} P_{13} - \mu_{13} P_{23}. \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Условие нормировки } \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 P_{ij} + P_0 = 1.$$

Начальные условия для решения системы (рубильная машина исправна и свободна):  $P_0(0) = 1$ ,  $P_{ij}(0) = 0$ .

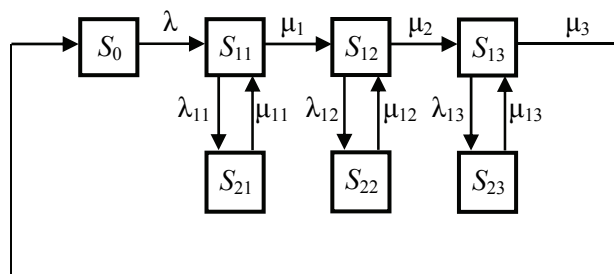


Рис. 2. Размеченный граф состояний рубильной машины

С учетом того, что моделирование и исследование работы рубильной машины производится на протяжении длительного промежутка времени (месяц, год и т. д.), значения вероятностей  $P_0(t)$ ,  $P_{ij}(t)$  будут колебаться относительно определенного среднего значения. В этом случае можно допустить, что  $P_0 \approx \text{const}$ ,  $P_{11} \approx \text{const}$ ,  $P_{12} \approx \text{const}$ ,  $P_{13} \approx \text{const}$ ,  $P_{21} \approx \text{const}$ ,  $P_{22} \approx \text{const}$ ,  $P_{23} \approx \text{const}$ . Ошибка при принятии данного допущения не превышает 8% [2]. Система дифференциальных уравнений (1) примет вид:

$$\begin{cases} 0 = \mu_3 P_{13} - \lambda P_0, \\ 0 = \lambda P_0 - (\lambda_{11} + \mu_1) P_{11} + \mu_{11} P_{21}, \\ 0 = \mu_1 P_{11} - (\lambda_{12} + \mu_2) P_{12} + \mu_{12} P_{22}, \\ 0 = \mu_2 P_{12} - (\lambda_{13} + \mu_3) P_{13} + \mu_{13} P_{23}, \\ 0 = \lambda_{11} P_{11} - \mu_{11} P_{21}, \\ 0 = \lambda_{12} P_{12} - \mu_{12} P_{22}, \\ 0 = \lambda_{13} P_{13} - \mu_{13} P_{23}. \end{cases} \quad (2)$$

Решив систему уравнений относительно вероятностей состояний  $P_0, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{21}, P_{22}, P_{23}$ , получим выражения для расчета режимов работы рубильной машины:

$$P_{11} = \frac{\lambda}{\mu_1} P_0; \tag{3}$$

$$P_{12} = \frac{\lambda}{\mu_2} P_0; \tag{4}$$

$$P_{13} = \frac{\lambda}{\mu_3} P_0; \tag{5}$$

$$P_{21} = \rho_{11} \frac{\lambda}{\mu_1} P_0; \tag{6}$$

$$P_{22} = \rho_{12} \frac{\lambda}{\mu_2} P_0; \tag{7}$$

$$P_{23} = \rho_{13} \frac{\lambda}{\mu_3} P_0, \tag{8}$$

где  $\rho_{11} = \frac{\lambda_{11}}{\mu_{11}}$ ;  $\rho_{12} = \frac{\lambda_{12}}{\mu_{12}}$ ;  $\rho_{13} = \frac{\lambda_{13}}{\mu_{13}}$ .

С учетом условия нормировки и выражений (3)–(8), получим уравнение для расчета вероятности состояния  $P_0$ :

$$P_0 = \left[ 1 + \lambda \left[ \frac{(\rho_{11} + 1)}{\mu_1} + \frac{(\rho_{12} + 1)}{\mu_2} + \frac{(\rho_{13} + 1)}{\mu_3} \right] \right]^{-1}. \tag{9}$$

Подставив в выражения (3)–(8) значения вероятности  $P_0$ , найдем значения вероятностей  $P_1, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{21}, P_{22}, P_{23}$ .

Полученные зависимости вероятностей состояний рубильной машины позволяют установить рациональные значения ее параметров. Технология работы с зависимостями следующая. На основе технических характеристик принимается ряд параметров, например,  $\mu_1, \mu_2,$

$\mu_3, \lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}$  и из построенных зависимостей устанавливаются искомые параметры. Например,  $\lambda, \mu_{11}, \mu_{12}$  либо  $\mu_{13}$ .

На рис. 3 приведен пример установления одного из названных параметров.

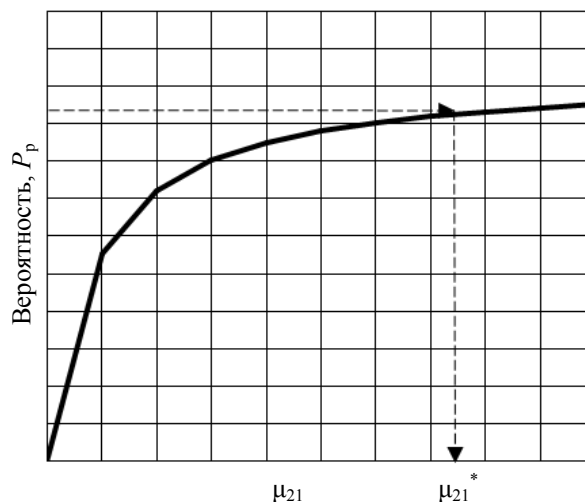


Рис. 3. Зависимость вероятностей состояний рубильной машины

Установленное рациональное значение  $\mu_{21}^*$  позволяет определить рациональную, в данном случае, продолжительность восстановления механизма измельчения:

$$t_{изм}^{*в} = \frac{1}{\mu_{12}^*}.$$

При этом обеспечивается надлежащая производительность машины, т. к. достигается практически максимальная ее величина  $P_p^*$  (вероятность работы).

**Закключение.** Разработанная модель позволяет при заданных характеристиках работы исследуемой рубильной машины получать рациональные режимы подачи сырья на обработку и ремонта технологического оборудования в случае технических отказов. Это приведет к росту производительности оборудования без существенных финансовых затрат.

### Литература

1. Леонов Е. А. Устойчивое снабжение энергообъектов древесным топливом с созданием минимально необходимых запасов // Труды БГТУ. 2014. № 2: Лесная и деревообраб. пром.-сть. С. 17–19.
2. Клоков Д. В., Леонов Е. А., Турлай И. В. Модель работы форвардера с учетом надежности // Труды БГТУ. 2015. № 2: Лесная и деревообраб. пром.-сть. С. 23–26.
3. Клоков Д. В., Турлай И. В., Леонов Е. А. Оборудование лесопромышленных предприятий. Лабораторный практикум. Минск: БГТУ, 2015. 200 с.
4. Технология и оборудование комплексного использования древесного сырья. Практикум / А. С. Федоренчик [и др.]. Минск: БГТУ, 2014. 274 с.
5. Федоренчик А. С., Клоков Д. В., Леонов Е. А. Энергетическое использование древесной биомассы. Практикум. Минск: БГТУ, 2015. 212 с.

### References

1. Leonov E. A. Sustainable supply of wood fuel energy facilities with the establishment of minimum required reserves. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2014, no. 2: Forest and Woodworking Industry, pp. 17–19 (In Russian).
2. Klokov D. V., Leonov E. A., Turlay I. V. Model of forwarder work in respect of reliability. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2015, no. 2: Forest and Woodworking Industry, pp. 23–26 (In Russian).
3. Klokov D. V., Turlay I. V., Leonov E. A. *Oborudovanie lesopromyshlennykh predpriyatiy. Laboratornyy praktikum* [Equipment timber companies. Laboratory practicum]. Minsk, BGTU Publ., 2015. 200 p.
4. Fedorenchik A. S., Mokhov S. P., Klokov D. V., Leonov E. A. *Tekhnologiya i oborudovanie kompleksnogo ispol'zovaniya drevesnogo syr'ya. Praktikum* [Technology and equipment for the integrated use of wood raw material. Practical work]. Minsk, BGTU Publ., 2014. 274 p.
5. Fedorenchik A. S., Klokov D. V., Leonov E. A. *Energeticheskoe ispol'zovanie drevesnoy biomassy. Praktikum* [Energy use of wood biomass. Practical work]. Minsk, BGTU Publ., 2015. 212 p.

### Информация об авторах

**Леонов Евгений Анатольевич** – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры лесных машин и технологии лесозаготовок. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: debager13@rambler.ru

**Игнатенко Василий Васильевич** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: turlai@belstu.by

**Клоков Дмитрий Викторович** – кандидат технических наук, доцент кафедры лесных машин и технологии лесозаготовок. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: klokov\_dm@belstu.by

### Information about the authors

**Leonov Evgeniy Anatol'evich** – PhD (Engineering), Senior Lecturer of the Department of Logging Machinery and Technology. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: debager13@rambler.ru

**Ignatenko Vasilii Vasil'evich** – PhD (Physical and Mathematical), Assistant Professor, Assistant Professor of the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ignatenko@belstu.by

**Klokov Dmitriy Viktorovich** – PhD (Engineering), Assistant Professor of the Department of Logging Machinery and Technology. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: klokov\_dm@belstu.by

Поступила 15.02.2016