

УДК 674.023

**И. Т. Глебов**Уральский государственный лесотехнический университет  
(Российская Федерация)**ВКЛАД ШКОЛЫ А. Л. БЕРШАДСКОГО  
В РАЗВИТИЕ НАУКИ О РЕЗАНИИ ДРЕВЕСИНЫ**

Проведен анализ базовой модели А. Л. Бершадского по резанию древесины, которая служит основой расчетного метода. Рассмотрен общий закон резания древесины, показаны его недостатки. Предложены новые формулы для расчета режимов резания на станках: формулы для определения сил резания в диапазоне микросрезаемых слоев, для определения сил резания по задней грани лезвия, коэффициента затупления. Продемонстрирована взаимосвязь, взаимозависимость сил резания по передней и задней граням лезвия. Показано, что граничная зона между микро- и макросрезаемыми слоями может быть меньше 0,1 мм.

Изложена новая методика расчета шероховатости фрезерованной поверхности. Показано, что шероховатость зависит от величины подачи на зуб и отклонения радиусов режущих кромок от максимального радиуса фрезы. Показано, что если требуется получить шероховатость фрезерованной поверхности, например,  $R_m = 100$  мкм, то максимальное отклонение радиуса лезвий должно быть не более 0,1 мм = 100 мкм. В этой связи важной технологической операцией в подготовке фрезы является прифуговка лезвий.

Дана методика расчета точности размеров, получаемых на обработанной детали. Например, при обработке пазов концевой фрезой по мере затупления режущих кромок фрезы диаметр фрезы убывает и в результате ширина паза тоже убывает.

Приведены новые формулы для расчета средней толщины срезаемого слоя при пилении древесины круглыми пилами и фрезеровании. В результате повышается точность расчета средней толщины срезаемого слоя на любой длине дуги контакта режущего инструмента с заготовкой. Предложены формулы для расчета периода стойкости режущего инструмента.

**Ключевые слова:** сила резания, толщина срезаемого слоя, подача на зуб, коэффициент затупления, шероховатость, фреза, точность, период стойкости, отказ.

**I. T. Glebov**Ural State Forest Engineering University  
(Russian Federation)**A. L. BERSHADSKY'S SCHOOL CONTRIBUTION  
TO THE DEVELOPMENT OF SCIENCE ABOUT CUTTING WOOD**

The analysis of the basic model, A. L. Bershinsky for cutting wood, which is the basis of the calculation method. A general law of cutting wood, showing his shortcomings key. Proposed a new formula for the calculation of cutting conditions on the machine: the formula for definition of cutting forces in the range of micro be cut layers to determine the cutting forces on the back side of the blade, blunt factor. The relationship of interdependence cutting forces on the front and rear faces of the blade. It is shown that the boundary area between the micro and macro-cut mymi layers may be less than 0.1 mm.

A new method of calculating the roughness of the milled surface. It has been shown that the roughness depends on the feed per tooth and the deflection radii of the cutting edges of the maximum radius of the cutter. It is shown that if you want to get a burr cutter-Rowan surface, such as,  $R_m = 100$  mm, the maximum deviation of the radius of the blades should be less than 0.1 mm = 100 mm. In this regard, an important process step in the preparation of the sub-cutter blade is prifugovka.

The methodology of calculation of dimensional accuracy obtained on the treated parts. For example, when slotting end mill, as the blunt cutting edge milling cutter diameter decreases and as a result the width of the groove also decreases.

Proposed a new formula to calculate the average thickness of the layer cut when cutting wood circular saws and milling. This increases the accuracy of the calculation of her media-thickness layer cut to any length of the arc of contact of the cutting tool with the work piece. Formulas for calculating the period of stability of the cutting tool.

**Key words:** cutting force, the thickness of the shear layer, feed per tooth, the factor blunting, roughness, milling, precision, tool life, refused.

**Введение.** В итоге научных дискуссий по теории резания древесины, состоявшихся в Ленинграде (1952 г.) и Москве (1953 г.), было установлено, что к тому времени в науке о резании древесины в стране сложилось три школы:

- школа механико-математического анализа (И. А. Тиме, М. А. Дешевой, С. А. Воскресенский);
- школа физической теории резания древесины (В. Д. Кузнецов, Е. Г. Ивановский);
- школа физико-технологического анализа процесса резания (А. Л. Бершадский) [1].

**Основная часть.** При решении практических задач многие исследователи отдают предпочтение школе Александра Львовича Бершадского. При этом в работах А. Л. Бершадского отмечается много противоречий, неточностей, упрощений формул, ориентированных на возможность выполнения расчетов с помощью логарифмической линейки, основного инструмента инженера 60-х гг. прошлого века. В последние годы, укрепляя позиции школы А. Л. Бершадского, удалось решить следующие проблемы.

1. *Общий закон резания.* По А. Л. Бершадскому зависимость касательной силы резания от толщины срезаемого слоя (рис. 1) выражается параболой  $AE$  для тонких срезаемых слоев и прямой линией  $AB$  для толстых срезаемых слоев.

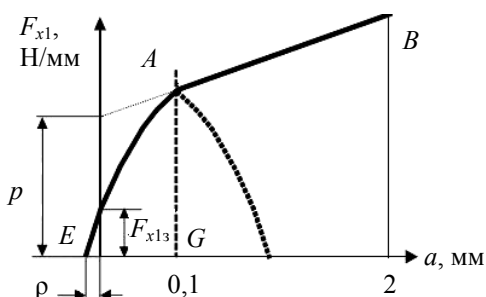


Рис. 1. Расчетная схема к определению касательной силы резания для микрослоев

Для удобства выполнения расчетов А. Л. Бершадским параболическая кривая заменяется прямой линией с уравнением

$$F_{x1} = 0,2p + k_m a_m, \quad (1)$$

где  $p$  – фиктивная сила резания;  $k_m$  – касательное давление срезаемого слоя на переднюю поверхность лезвия, МПа.

Многочисленное решение обратных задач с использованием уравнения (1) показало, что очень часто скорость подачи получается с отрицательным знаком. Абсурд.

Напишем уравнение кривой  $AE$  с вершиной параболы в точке  $A$ . Получим [1]

$$F_{x1} = (p + 0,1k)\left(1 - \frac{1}{\lambda}a^2 + \frac{0,2}{\lambda}a - \frac{0,01}{\lambda}\right); \quad (2)$$

$$\lambda = \rho_0^2 + 0,2\rho_0 + 0,01,$$

где  $\lambda$  – коэффициент;  $\rho_0$  – начальный радиус закругления режущей кромки лезвия, мм.

С использованием уравнения (2) при решении обратных задач указанные проблемы исчезли.

2. *Сила резания по задней поверхности лезвия.* По А. Л. Бершадскому сила резания по задней грани лезвия  $F_{x3} = 0,2p$ . Этот результат получен при конкретных условиях резания и не может быть распространен на все случаи.

Из уравнения (2) при  $a = 0$ , пренебрегая значением  $\rho_0^2$  и выражая  $\rho_0$  в микрометрах (мкм), получена формула силы резания по задней грани лезвия, пригодная для всех случаев резания:

$$F_{x13} = (p + 0,1k)\left(\frac{\rho_0}{\rho_0 + 50}\right), \quad (3)$$

где  $p$  – фиктивная сила резания, Н/мм;  $k$  – касательное давление на переднюю грань лезвия, МПа;  $\rho_0$  – начальный радиус закругления режущей кромки, мкм.

3. *Коэффициент затупления режущей кромки лезвия.*

По А. Л. Бершадскому

$$\alpha_p = 1 + \frac{0,2\Delta_p}{\rho_0}.$$

Предложено

$$\alpha_p = 1 + (1 + 0,1\frac{k}{p})\frac{\Delta_p}{\rho_0 + 50}. \quad (4)$$

**Пример.** Определить значение коэффициента затупления  $\alpha_p$  при резании с  $\rho_0 = 5$  мкм и  $\Delta_p = 20$  мкм и касательной силой резания, описанной уравнениями:

$$F_{x1} = 4\alpha_p + 38a;$$

$$F_{x1} = 1,5\alpha_p + 13a.$$

Для первого уравнения получим следующее выражение для  $\alpha_p$ :

$$\alpha_p = 1 + \frac{(1 + 0,1 \cdot \frac{38}{4}) \cdot 20}{5 + 50} = 1,71.$$

Для второго уравнения

$$\alpha_p = 1 + \frac{(1 + 0,1 \cdot \frac{13}{1,5}) \cdot 20}{5 + 50} = 1,68.$$

Для сравнения приведем результат по формуле А. Л. Бершадского

$$\alpha_p = 1 + \frac{0,2\Delta_p}{\rho_0} = 1 + \frac{0,2 \cdot 20}{5} = 1,8.$$

Таким образом, значения коэффициента за- тупления, вычисляемые по формуле (4), полу- чаются несколько ниже, чем по методу А. Л. Бер- шадского. Отклонения составляют соответст- венно 5,0 и 6,7%.

4. *О взаимосвязи сил*, действующих при ре- зании по задней и передней поверхностям лез- вия. Вопрос до сих пор окончательно не решен. А. Л. Бершадский признавал действие закона о диалектической взаимосвязи процессов, проис- ходящих при резании материала, однако на практике не знал, как это отразить в расчетных формулах.

Из предложенных формул (3) и (4) следует, что сила резания по задней поверхности лезвия зависит от величины  $k$  (касательного давления срезаемого слоя по передней поверхности) и величины радиуса закругления режущей кром- ки  $\rho_0$  ( $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$ ), одного из параметров зад- ней поверхности.

По А. Л. Бершадскому работу передней по- верхности лезвия характеризует параметр  $k$ , а задней поверхности – параметры  $p$  и  $\rho_0$ . Фор- мула (4) определенным образом объединяет эти параметры и указывает на взаимосвязь процес- сов, происходящих по передней и задней гра- ням реза при резании.

5. *О границе зон микро- и макросрезаемых слоев* древесины. По А. Л. Бершадскому эта граница находится в точке  $a = 0,1$  мм. Почему это так, объяснений нет.

Для решения вопроса были проведены экс- периментальные исследования В. В. Глебовым в рамках выполнения магистерской диссертации по строганию кромок фанеры [2]. Резуль- таты экспериментов в виде графиков представ- лены на рис. 2.

Графики показывают, что граничной абс- циссой между кривой линией в диапазоне сре- заемых микрослоев и прямой линией в диапа- зоне срезаемых макрослоев является абсцисса  $a_0 = 0,07$  мм.

6. Касательная сила резания на передней поверхности лезвия. По А. Л. Бершадскому

$$F_{xn} = 0,8p + ka.$$

Предложено находить по схеме (рис. 3).

Если форму слоев эпюры принять за парал- лелограммы, то единичную силу  $F_{xn}$  для сре- заемого макрослоя можно найти как сумму площадей слоев эпюры по следующему выра- жению [1]:

$$F_{xn} = 0,1k_m + k(a - 0,1), \quad (5)$$

где  $k_m, k$  – касательное давление на передней поверхности, равное сумме проекций векторов нормального давления и трения на направление

скорости резания соответственно для микро- слоя и внешнего слоя, МПа;  $a$  – толщина сре- заемого слоя, мм; 0,1 – толщина микрослоя в срезаемом макрослое, мм.

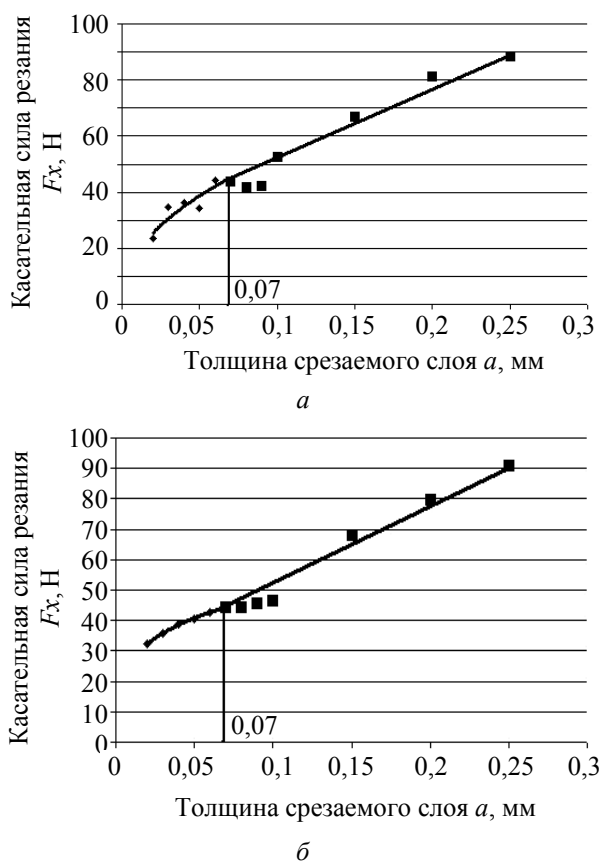


Рис. 2. Зависимость касательной силы резания от толщины срезаемого слоя при строгании кромок фанеры толщиной 6 мм:  $a$  – для продольных кромок;  $b$  – для поперечных кромок

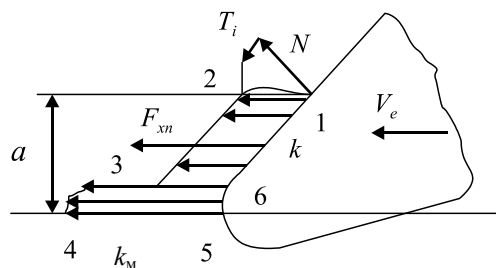


Рис. 3. Схема к расчету касательного давления срезаемого слоя на переднюю поверхность лезвия

Если толщина срезаемого слоя  $a_m < 0,1$  мм (микрослой), то

$$F_{xn} = k_m a_m. \quad (6)$$

7. *Высота микронеровностей* фрезерован- ной поверхности. До недавнего времени счита- лось, что высота микронеровностей фрезерован- ной поверхности зависит только от количества

зубьев фрезы, подачи на зуб и диаметра фрезы. Высоту образуемой кинематической волны определяют по формуле

$$R_{m \max} = \frac{l^2}{4D},$$

где  $l$  – длина кинематической волны, мм;  $l = S_z Z$ ;  $D$  – диаметр фрезы, мм.

В настоящее время признано, что величина микронеровностей фрезерованной поверхности зависит также от неточности длин радиусов отдельных зубьев.

Математическая модель для определения величины микронеровностей получена с использованием геометрической модели цилиндрического фрезерования (рис. 4).

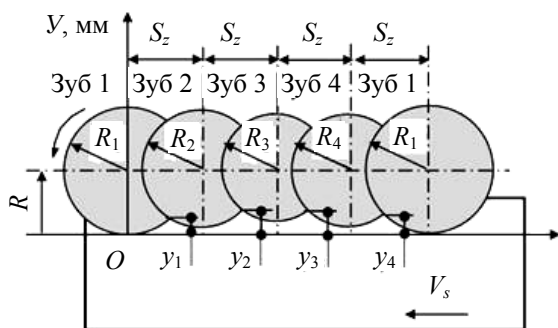


Рис. 4. Формирование кинематических волн на обработанной поверхности

Написав уравнения окружностей для каждого лезвия радиусом  $R$  и решив их попарно, найдем высоту гребешков кинематических волн. Высота гребня, образованного произвольной парой зубьев

$$y_i = R - \sqrt{R_i^2 - \left[ \frac{S_z}{2} + \frac{\Delta(2R_i - \Delta)}{2S_z} \right]^2}. \quad (7)$$

Таким образом, высота гребешков волн  $y$  при цилиндрическом фрезеровании зависит от величины подачи на зуб  $S_z$  и погрешностей радиусов режущих кромок лезвий  $\Delta$  относительно максимального радиуса  $R$ . Эта зависимость описана уравнением (8):

$$S_z = \sqrt{y(2R - y) + \sqrt{y(2R - y) - \Delta(2R - \Delta)}}. \quad (8)$$

Отсюда можно сделать два вывода. *Во-первых*, неточность радиусов лезвий  $\Delta$  фрезы не должна превышать высоту гребней кинематических волн  $y$ . Если требуется получить фрезерованную поверхность с высотой гребешков волн  $R_{m \max} = y = 50$  мкм, то максимальная погрешность радиусов  $\Delta = R - R_i$  не должна превышать 50 мкм. *Во-вторых*, значение подачи на

зуб складывается из двух слагаемых. Первое из них равно половине максимального значения  $S_z$  при  $\Delta = 0$ , а второе меньше первого с поправкой на погрешность длин радиусов  $\Delta$ .

Допустимая погрешность радиусов лезвий находится по уравнению, мм,

$$\Delta = R - \sqrt{R^2 + S_z^2 - 2S_z \sqrt{2Ry - y^2}}. \quad (9)$$

8. *Прифуговка лезвий*. Прифуговка лезвий позволяет уменьшить неточность расположения режущих кромок. При прифуговке радиус фрезы укорачивается на величину  $\tau$ , и на задней поверхности лезвия образуется фаска. Ширина фаски должна быть не более  $b = 0,15 - 0,20$  мм.

$$\tau = \frac{b}{\operatorname{tg}(\beta + \gamma) - \operatorname{tg}\gamma}. \quad (10)$$

При  $b = 0,15$  мм допустимая величина стачивания лезвия при прифуговке ( $\gamma = 35^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$ ):

$$\tau = \frac{0,15}{\operatorname{tg}(40 + 35) - \operatorname{tg}35} = 0,0495 \text{ мм.}$$

9. *Изменение точности фрезерования*. Точность размеров обработанных деталей зависит от износа и затупления лезвий фрезерного инструмента. При работе лезвия режущего инструмента монотонно изнашиваются, затупляются, укорачиваются по биссектрисе угла лезвий (рис. 5).

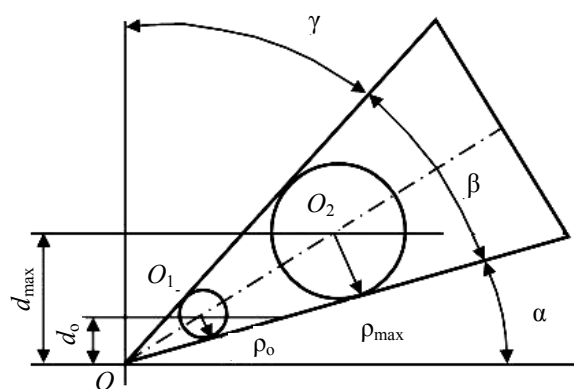


Рис. 5. Схема к расчету положения плоскости резания

Если острое лезвие имеет радиус закругления режущей кромки  $\rho_0$ , то плоскость резания расположена от оси абсцисс на расстоянии  $d_0$ . Если лезвие имеет радиус закругления  $\rho_{\max}$ , то плоскость резания проходит на расстоянии  $d_{\max}$  от оси абсцисс.

Обработанная поверхность древесины расположена ниже плоскости резания на величину остаточной деформации  $\Delta_0 = \rho \epsilon_0$ , где  $\epsilon_0$  –

относительная остаточная деформация. Таким образом, при обработке внешних поверхностей затупление лезвия приводит к увеличению размера, а при обработке внутренних поверхностей – к уменьшению размера детали.

Из рис. 5 следует, что предельно допустимое значение радиуса закругления режущей кромки в момент отказа станка по параметру «точность» имеет следующий вид:

$$\rho_{\max} = \frac{d}{e - \varepsilon_0} + \rho_0; \quad (11)$$

$$e = \frac{\sin(\alpha + \beta / 2)}{\sin(\beta / 2)},$$

где  $d$  – величина укорочения радиуса фрезы при затуплении лезвий, мкм.

Обработать деталь точно по номинальному размеру практически невозможно. Поэтому каждый номинальный размер ограничивают двумя предельными отклонениями: нижним  $ei$  и верхним  $es$ , которые образуют поле допуска. Величина поля допуска определяется качеством (степенью точности допусков размера). Допуск ИТ качества  $q$ :  $ITq = es - ei$ .

**Пример.** На сверлильно-пазовальном станке обрабатываются гнезда под шипы шириной 8Н13 мм и длиной  $l = 40$  мм. Начальный радиус закругления боковых режущих кромок  $\rho_0 = 5$  мкм, углы резания  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$ , число зубьев фрезы  $Z = 2$ . Поле рассеяния размеров на станке  $\omega = 180$  мкм (определяется методом статистической обработки выборки размеров деталей), относительная остаточная деформация  $\varepsilon_0 = 0,2$ . Скорость осевой подачи  $V_{s1} = 0,1$  м/мин, частота вращения фрезы  $n = 3000$  мин<sup>-1</sup>, число двойных ходов фрезы  $n_1 = 90$  мин<sup>-1</sup>.

*Определить* момент наступления отказа технологической системы по параметру «Точность».

*Решение.* Гнездо обрабатывается концевой фрезой диаметром  $D = 8$  мм. При затуплении боковых режущих кромок диаметр фрезы уменьшается.

1. По ГОСТ 6449.1-82 находим поле допуска на линейный размер 8 мм ИТ13 = 220 мкм.

2. Находим величину запаса поля допуска

$$\delta_3 = IT13 - \omega = 220 - 180 = 40 \text{ мкм.}$$

3. По мере затупления фрезы запас поля допуска сокращается. Принимаем величину сокращения поля допуска на одну сторону

$$d = \delta_3 / 2 = 40 / 2 = 20 \text{ мкм.}$$

4. Определим значение выражения

$$e = \frac{\sin(\alpha + \beta / 2)}{\sin(\beta / 2)} = \frac{\sin(15 + 40 / 2)}{\sin(40 / 2)} = 1,677.$$

5. Находим предельно допустимый радиус закругления режущей кромки, мкм:

$$\rho_{\max} = \frac{d}{e - \varepsilon_0} + \rho_0 = \frac{20}{1,677 - 0,2} + 5 = 15,7.$$

В этот момент наступает отказ технологической системы. При дальнейшей работе получается брак.

10. *Средняя толщина срезаемого слоя* при фрезеровании и пилении круглыми пилами.

Математически получена формула для определения средней толщины срезаемого слоя, мм:

$$a_c = \frac{S_z}{(\varphi_{\text{вых}} - \varphi_{\text{вх}})} (\cos \varphi_{\text{вх}} - \cos \varphi_{\text{вых}}), \quad (12)$$

где  $S_z$  – подача на один зуб, мм;  $\varphi_{\text{вх}}$ ,  $\varphi_{\text{вых}}$  – углы входа и выхода зубьев из заготовки, рад.

Формула (12) является общей как для пиления, так и фрезерования.

11. *Период стойкости* режущего инструмента. Предельно допустимое затупление зубьев принято оценивать периодом стойкости режущего инструмента [1]. *Периодом стойкости называют время непрерывной работы зубьев пилы до наступления отказа, когда не обеспечивается получение заданной шероховатости стенок пропила или не обеспечивается получение нормативной точности пиломатериалов.*

Для стальных пил при продольном пилении хвойных пород древесины период стойкости составляет приблизительно 150–210 мин, а при пилении твердых лиственных пород – 150 мин. Период стойкости стеллитированных зубьев пил равен 420–480 мин, а оснащенных твердым вольфрамокобальтовым сплавом 840–960 мин. Приведенные данные никак не связаны с параметрами режима пиления и поэтому считаются приближенными.

Для увязки периода стойкости и режима пиления сделан вывод формулы для определения периода стойкости круглых пил. Для этого были взяты известные экспериментальные данные по затуплению лезвий при продольноторцовом резании древесины [3] и обработаны с помощью программы Microsoft Office Excel. В итоге была получена зависимость, отражающая взаимосвязь периода стойкости с параметрами режима пиления древесины и пригодная для практического использования.

При выполнении расчетов рекомендуется задать допустимой величиной затупления режущей кромки лезвия  $\Delta_p$ .

Тогда формулу для определения пути зуба в древесине с учетом закономерностей его затупления можно записать так, км:

$$L = a_d a_m \left( \frac{\Delta_p}{4,0861 + 0,0138 \varphi_b} \right)^{\left( \frac{1}{(0,4305 + 0,0008 \varphi_b - 5 \cdot 10^{-6} \varphi_b^2)} \right)}, \quad (13)$$

где  $\varphi_v$  – угол встречи, образованный вектором скорости главного движения и волокнами древесины, град;  $a_d$  – твердость древесины: для твердых пород древесины  $a_d = 0,8$ , мягких пород древесины  $a_d = 1$ ;  $a_m$  – материал зуба пилы: для пил с зубьями из стали 9ХФ  $a_m = 1$ , для стеллитированных зубьев  $a_m = 5$ , для зубьев с напаянными пластинами сплава ВК15  $a_m = 25$ .

Отсюда находится период стойкости пилы, мин:

$$T = \frac{L}{10^{-6} l_k n K_n K_{ii}}, \quad (14)$$

где  $l_k$  – длина дуги контакта зубьев пилы с заготовкой, мм:  $l_k = R \varphi_k$ ;  $n$  – частота вращения пилы,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $T$  – время работы пилы к моменту выполнения расчетов (период стойкости), мин;  $K_n$ ,  $K_{ii}$  – коэффициенты производительности и использования станка,  $K_n = 0,92$ ,  $K_{ii} = 0,95$ .

**Заключение.** Теория резания древесины, представляемая школой А. Л. Бершадского, развивается. Пользователям предложены надежные инструменты, методики для управления режимами резания на станках, для расчета режимных параметров.

### Литература

1. Глебов И. Т. Резание древесины: учеб. пособие. СПб.: Лань, 2010. 256 с.
2. Глебов В. В. Обработка кромок фанеры методом строгания и фрезерования. Силы резания: монография. Lap Lambert Academic Publishing, 2014. 100 с.
3. Соловьев А. А. Лабораторный практикум по резанию древесины: учеб. пособие. М.: МЛТИ, 1982. 99 с.

### References

1. Glebov I. T. *Rezanie drevesiny: ucheb. posobie* [Cutting timber. Tutorial]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2010. 256 p.
2. Glebov V. V. *Obrabotka kromok fanery metodom stroganiya i frezerovaniya. Sily rezaniya: monografiya* [Processing edges of plywood by planing and milling. Cutting forces: monograph]. Lap Lambert Academic Publishing, 2014. 100 p.
3. Solov'yev A. A. *Laboratornyy praktikum po rezaniyu drevesiny: ucheb. posobie* [Laboratory workshop on timber cutting: textbook]. Moscow, MLTI Publ., 1982. 99 p.

### Информация об авторе

**Глебов Иван Тихонович** – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры инновационных технологий и оборудования деревообработки Уральского государственного лесотехнического университета (620100, г. Екатеринбург, Сибирский тракт, 37, Российская Федерация). E-mail: git5@yandex.ru

### Information about the author

**Glebov Ivan Tikhonovich** – PhD (Engineering) Assistant Professor, Professor, the Department of Innovative Technologies and Equipment of a Woodworking. Ural State Forest Engineering University. (37, Sibirskiy trakt, 620100, Ekaterinburg, Russian Federation). E-mail: git5@yandex.ru

Поступила 16.02.2016