

УДК 621.373.52:539.1

**М. А. Анкуда, И. О. Оробей**

Белорусский государственный технологический университет

**МОДЕЛЬ АВТОДИНА С ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ**

В данной статье рассмотрен анализатор для оценки качественных параметров технологических процессов, который основан на эффекте ядерного магнитного резонанса. Приведено математическое описание протекающих процессов в электронных компонентах первичного преобразователя, которое позволяет анализировать динамику процессов и оценивать влияние внешних воздействий. Описана работа параметрического усилителя мощности, в котором энергия от изменения реактивного параметра преобразуется в энергию сигнала. Усиление в предложенной параметрической схеме происходит за счет внесения генератором накачки в сигнальный контур условного отрицательного сопротивления, которое зависит от амплитуды накачки. В данном генераторе в качестве переменного реактивного элемента колебательного контура используется емкость  $p$ - $n$  перехода полупроводникового варикапа. В качестве генератора накачки применяется схема возведения в квадрат, а петля обратной связи всего параметрического генератора реализуется через подачу сигнала на управляющий электрод варикапа после определенного усиления. Разработанный автодинный генератор обеспечивает повышенную точность измерений за счет увеличения помехоустойчивости, которая достигается благодаря параметрической обратной связи с частотой накачки, равной удвоенной частоте сигнала. Решение предложенной модели генератора реализовано с помощью метода медленно меняющихся амплитуд.

**Ключевые слова:** автодин, колебательный контур, параметрический резонанс, ядерный магнитный резонанс, генератор накачки, шумовой сигнал.

**M. A. Ankuda, I. O. Orobei**

Belarusian State Technological University

**THE MODEL OF AUTODYNE WITH PARAMETRIC EXCITATION**

In this article we have studied the analyzer to evaluate the quality parameters of the technological processes, which are based on the effect of nuclear magnetic resonance. The mathematical description of the processes in the electronic components of the primary device, which allows you to analyze the dynamics of the process and assess the impact of external influences is presented. The functioning of the parametric amplifier, in which the energy from the changes reactive parameter is converted into the energy of the signal is described. Parametric amplification in the proposed scheme is due to the introduction of the generator pumping conditional negative resistance in signal circuit that is independent of the pump amplitude. In this generator as a variable reactance element is used oscillation circuit with capacitance  $p$ - $n$  transition semiconductor varicap. The pump generator is used by the squaring circuit. The feedback loop of all parametric oscillator is realized through a signal to the control electrode varicap after a certain gain. The designed autodyne provides improved measurement accuracy by increasing the noise immunity, which is achieved due to the parametric feedback from the pump frequency equal to twice the signal frequency. The solution of proposed model is implemented by the method of slowly varying amplitudes.

**Key words:** autodyne, oscillation circuit, parametric resonance, nuclear magnetic resonance, generator of pumping, noise signal.

**Введение.** Для оценки качественных параметров технологических процессов широкого распространение получили анализаторы, которые основаны на изучении интенсивности сигналов ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Математическое описание процессов в электронных компонентах первичных преобразователей ЯМР-измерителей позволяет более точно изучить динамику происходящих процессов, провести анализ сигналов и оценить реакцию при различном внешнем воздействии.

**Основная часть.** Метод автодинного детектирования спиновых резонансов достаточ-

но актуален в технике стационарной спектроскопии, в частности ЯМР [1]. Современные методы обработки сигналов позволяют существенно расширить возможности автодинных радиоспектрометров. Автодин, по сути, представляет собой генератор слабых высокочастотных колебаний, амплитуда которых зависит от внесенных в колебательный контур потерь за счет ядерной динамической восприимчивости образца [2]. Поглощение энергии радиочастотного поля на резонансной частоте ядерной спиновой системы исследуемого образца приводит к уменьшению добротности контура

и, как следствие, вызывает изменение амплитуды высокочастотных (ВЧ) колебаний. Для эффективного поглощения спиновой системой энергии радиочастотного поля необходимо, чтобы добротность катушки с исследуемым веществом была максимальной.

Обычно параллельный колебательный контур автодинного детектора характеризуется индуктивностью  $L$ , емкостью  $C$  и сопротивлением  $R$ , которые при своей независимости от сигналов в контуре образуют линейную систему, описываемую следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{1}{L} \int u dt + \frac{u}{R} + C \frac{du}{dt} = i_{\text{ввых}}, \quad (1)$$

где  $u$  – напряжение колебательного контура;  $i_{\text{ввых}}$  – ток с выхода положительной обратной связи усилителя.

Если какой-либо из параметров контура зависит от величины сигнала в нем, то уравнение (1) становится нелинейным, а для нелинейной системы нет принципиального различия в получении резонанса либо воздействием на систему внешним ЭДС, либо параметрическим возбуждением. Периодическое изменение реактивного параметра при достаточной интенсивности и соответствующей частоте вызывает параметрическое возбуждение колебаний в системе [3]. Подобная система представляет собой усилитель мощности, в котором энергия от изменения реактивного параметра преобразуется в энергию сигнала. Усиление в параметри-

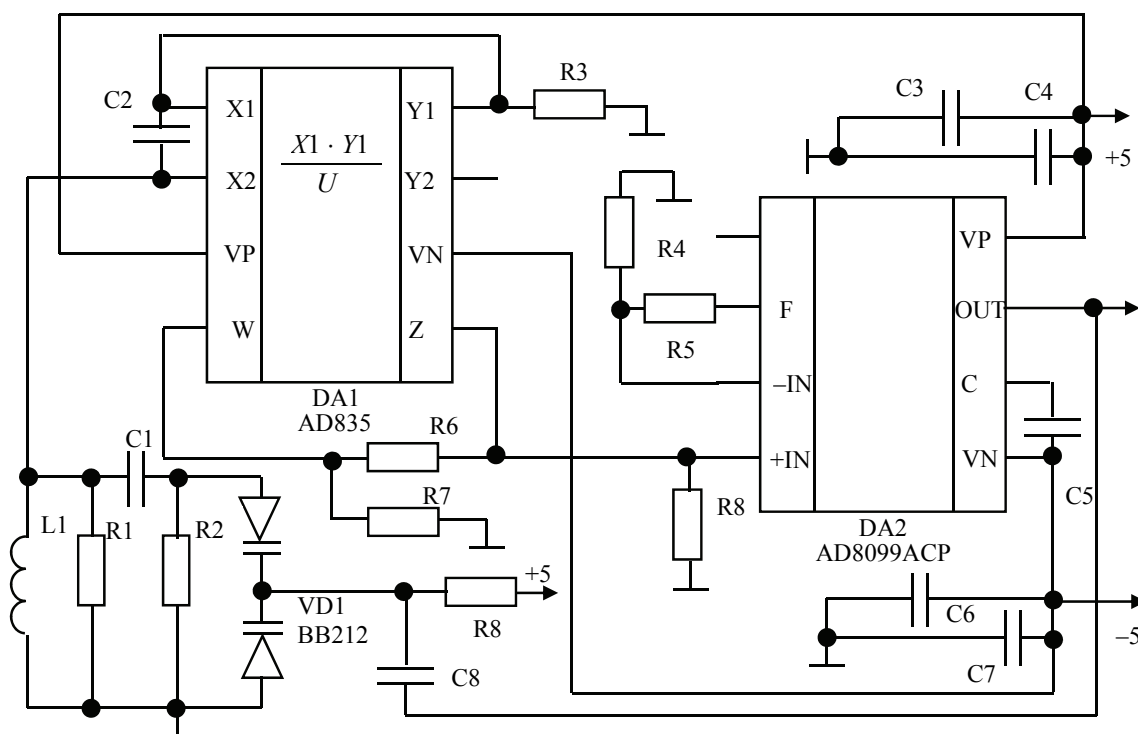
ческом усилителе происходит за счет внесения генератором накачки в сигнальный контур условного отрицательного сопротивления, которое зависит от амплитуды накачки.

Однако, помимо создания соответствующей амплитуды колебаний генератора накачки, необходимых для изменения емкости контура, требуется также обеспечить совпадение фаз сигналов накачки и контура. Причем частоту накачки следует выбирать в 2 раза больше частоты сигнала, чтобы обеспечить подвод мощности к контуру [3].

Таким образом, схема автодина с параметрическим возбуждением может быть условно разделена на несколько функциональных узлов: колебательный контур, генератор накачки и цепь обратной связи.

Схема автодина приведена на рисунке.

В рассматриваемом генераторе в качестве переменного реактивного элемента колебательного контура используется емкость  $p$ - $n$  перехода полупроводникового варикапа VD1; в качестве генератора накачки применяется схема возбуждения в квадрат, которая построена на DA1. Поскольку в качестве опорного сигнала для параметрического изменения емкости используется непосредственно сигнал колебательного контура на удвоенной частоте, которая получается с выхода схемы умножения, то тем самым обеспечивается совпадение фаз. Обратная связь реализуется через подачу сигнала после усиления на схеме DA2 на управляющий электрод варикапа VD1.



Электрическая принципиальная схема автодина

Для составления математической модели рассмотрим колебательный контур, емкость которого представляет собой некоторую изменяемую величину. При этом зависимость емкости варикапа VD1 от приложенного обратного напряжения является обратно пропорциональной величиной  $C = 1 / (1 + U_{обр})$ . Поскольку обратное напряжение представлено гармоникой на частоте накачки и изменение емкости будет однозначно пропорционально сопоставляться изменению напряжения, то значение емкости варикапа можно записать в виде

$$C = \frac{C_0}{1 + m \cos 2\omega t}, \quad (2)$$

$$m = \frac{\Delta C}{2C} = \frac{C_{VD1max} - C_{VD1min}}{C_{VD1max} + C_{VD1min}},$$

где  $C_0$  – значение емкости варикапа при фиксированном обратном напряжении;  $m$  – коэффициент модуляции емкости;  $C_{VD1max}$  – значение емкости варикапа при максимальном отклонении от фиксированного обратного напряжения;  $C_{VD1min}$  – значение емкости варикапа при минимальном отклонении от фиксированного обратного напряжения.

При определенных условиях подобный колебательный контур может стать параметрическим генератором.

Для получения математической модели в динамике продифференцируем уравнение (1):

$$\frac{1}{L1}u + \frac{1}{R1} \frac{du}{dt} + C \frac{d^2u}{dt^2} = 0. \quad (3)$$

Тогда подставляя уравнение (2) в (3) для колебательного контура можно будет получить:

$$\frac{1}{L1}u + \frac{1}{R1} \frac{du}{dt} + \frac{C_0 C1}{C1(1 + m \cos 2\omega t) + C_0} \frac{d^2u}{dt^2} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) будет иметь место при условии, что  $m < 1$ , что является справедливым, так как  $\Delta C$  – небольшое отклонение от  $C_0$ . Если пренебречь потерями на  $R1$  и принять значение  $C1$  равным значению  $C_0$ , то уравнение (4) можно записать в следующем виде:

$$\omega_0^2 (2 + m \cos 2\omega t)u + \frac{d^2u}{dt^2} = 0, \quad (5)$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L1C_0}}.$$

Решим (5) методом медленно меняющихся амплитуд. При малой нелинейности емкости и малой глубине модуляции параметра можно ограничиться рассмотрением гармонического приближения и искать решение  $u(t)$  как:

$$u = a(t) \sin \omega t + b(t) \cos \omega t, \quad (6)$$

где  $a(t)$  и  $b(t)$  – медленно меняющиеся во времени амплитуды искомого колебания.

Медленность изменения  $a$  и  $b$  во времени определяется тем, что их производные по времени являются величинами первого порядка малости по сравнению с произведениями  $\omega a$  и  $\omega b$ :

$$\frac{da}{dt} \ll \omega a, \quad \frac{db}{dt} \ll \omega b. \quad (7)$$

С учетом (7) первая производная:

$$\frac{du}{dt} \approx a\omega \cos \omega t - b\omega \sin \omega t + \sin \omega t \frac{da}{dt} + \cos \omega t \frac{db}{dt}$$

в первом приближении принимает вид

$$\frac{du}{dt} \approx a\omega \cos \omega t - b\omega \sin \omega t. \quad (8)$$

Для второй производной:

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dt^2} &\approx -\omega^2 a \sin \omega t - \omega^2 b \cos \omega t + \\ &+ \omega \cos \omega t \frac{da}{dt} - \omega \sin \omega t \frac{db}{dt} + \\ &+ \frac{d^2a}{dt^2} \sin \omega t + \frac{d^2a}{dt^2} \cos \omega t + \\ &+ \omega \cos \omega t \frac{da}{dt} - \omega \sin \omega t \frac{db}{dt} \end{aligned}$$

пренебрежем слагаемыми второго порядка малости и оставим слагаемые первого порядка малости. Получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dt^2} &\approx -\left(\omega^2 a + 2\omega \frac{da}{dt}\right) \sin \omega t + \\ &+ \left(-\omega^2 b + 2\omega \frac{db}{dt}\right) \cos \omega t. \quad (9) \end{aligned}$$

Слагаемые первого порядка малости оставлены в (9) и ими пренебрегли в (8). Это объясняется тем, что схема обладает малыми потерями, поэтому амплитуда второго слагаемого левой части исходного уравнения относительно мала по сравнению с амплитудами первого и третьего слагаемых.

Подставив (6), (9) в уравнение (5), получим:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 (2 + m \cos 2\omega t) (a \sin \omega t + b \cos \omega t) - \\ - \left( \omega^2 a + 2\omega \frac{db}{dt} \right) \sin \omega t + \\ + \left( -\omega^2 b + 2\omega \frac{da}{dt} \right) \cos \omega t = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Поскольку на систему не действует внешняя периодическая сила и частота автоколебаний равна  $\omega_0$ , а не  $\omega$ , то (10) примет вид

$$\begin{aligned} \omega_0^2 (2 + m \cos 2\omega_0 t) a \sin \omega_0 t - \\ - \omega_0^2 a \sin \omega_0 t + 2\omega_0 \frac{da}{dt} \cos \omega_0 t = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Введем безразмерный параметр  $\tau = \omega_0 t$ , а производную будем брать по времени. Тогда решение уравнения (11) можно будет записать в виде

$$a(t) = B e^{-\frac{K1}{K2}t}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} K1 = \omega_0^2 (1 + m \cos 2\tau) \sin \tau, \\ K2 = 2\omega_0 \cos \tau. \end{aligned}$$

В момент времени  $t = 0$  амплитуда определяется шумом Найквиста:

$$a(t = 0) = \sqrt{4kTR\Delta f}, \quad (13)$$

где  $a(t = 0)$  – амплитуда напряжения при  $t = 0$ ;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура, К;  $R$  – общее сопротивление, Ом;  $\Delta f$  – ширина полосы.

В итоге общее решение примет следующий вид:

$$u(t) = \sqrt{4kTR\Delta f} e^{-\frac{\omega_0(1+m\cos 2\tau)\text{tg}\tau}{2}t} \sin \omega_0 t. \quad (14)$$

Для получения временной зависимости сигналов ЯМР на выходе автодина нужно выявить влияние на его работу движения вектора намагниченности в катушке регистрации. При помещении образца в постоянное поле  $B_0$ , направленное по  $Oz$ , и наложении на него переменного вращающегося с частотой  $\omega$  в плоскости  $Oxy$  поля  $B_r$  уравнениями движения вектора намагниченности являются уравнения Блоха [2]:

$$\frac{dM_x}{dt} - \gamma (M_y B_z - M_z B_y) + \frac{M_x}{T_2} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{dM_y}{dt} - \gamma (M_z B_x - M_x B_z) + \frac{M_y}{T_2} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{dM_z}{dt} - \gamma (M_x B_y - M_y B_x) + \frac{M_z}{T_1} = \frac{M_0}{T_1}, \quad (17)$$

где  $M_x, M_y, M_z$  – мгновенные значения проекций векторов намагниченности результирующего поля в образце на оси  $Ox, Oy, Oz$ , А/м;  $B_x, B_y, B_z$  – мгновенные значения проекций векторов индукции результирующего поля в образце на оси  $Ox, Oy, Oz$ , Вб/м<sup>2</sup>;  $M_0$  – равновесная намагниченность ( $M_0 = \chi_0 B_0$ ), А/м;  $B_z = B_0$ ;  $T_1, T_2$  – соответственно спин-решеточная и спин-спиновая релаксации вещества образца, с.

Общее решение (15)–(17) затруднено в связи с необходимостью прохождения резонансных условий, что требует изменения во времени  $B_z = B_0$  или частоты  $\omega$ . Поэтому переходят в ВСК с частотой  $\omega$  вокруг  $Oz$ , полагая

$$\begin{aligned} M_x = u \cos \omega t - v \sin \omega t, \\ M_y = \mp (v \cos \omega t + u \sin \omega t), \end{aligned} \quad (18)$$

где  $u$  – намагниченность, вращающаяся синфазно с  $B_r$ , А/м;  $v$  – намагниченность, опережающая  $B_r$  на  $\pi/2$ , А/м.

С учетом (18) решение в комплексной форме даст вид

$$\begin{aligned} v + ju = -|\gamma| B_1 M_0 \times \\ \times \int_{-\infty}^t \exp \left( \frac{t' - t}{T_2} - j \int_t^{t'} \Delta \omega(t'') dt'' \right) dt'. \end{aligned} \quad (19)$$

Спектр ЯМР снимают прохождением резонансных условий, изменением поля  $B_0$  при постоянной частоте  $\omega$  или изменением  $\omega$  при постоянном  $B_0$ . Уравнение (19) анализируется при разных вариантах изменения  $B_0$ .

**Заключение.** Таким образом, была рассмотрена возможность создания генератора автоколебаний с параметрическим возбуждением; приведена его математическая модель и способ определения ее решения.

Разработанный автодинный генератор обеспечивает повышенную точность измерений в сравнении с классическими схемами автодинов, которые работают на усилителях с положительной обратной связью, за счет увеличения помехоустойчивости. Предложенная модель генератора имеет параметрическую обратную связь с частотой накачки, равной удвоенной частоте сигнала. Поскольку шум является обратно пропорциональной величиной частоте сигнала, то подобное удвоение необратимо приводит к повышению соотношения полезного сигнала к шумовой составляющей. Последнее является неоспоримым преимуществом при создании схем регистрации сигналов ЯМР.

### Литература

1. Яценко А. В., Евдокимов С. В. Датчик сигналов ЯМР для исследования веществ с большим значением // ПТЭ. 2003. № 1. С. 64–66.
2. Леше А. Ядерная индукция. М.: Изд-во иностранной лит-ры, 1963. 684 с.
3. Мандельштам Л. И., Папалекси Н. Д. О параметрическом возбуждении электрических колебаний // Журн. техн. физики. 1934. № 3. С. 5–29.

### References

1. Yatsenko A. V., Yevdokimov S. V. The sensor signals of NMR for research of materials with high. *Pribory i tekhnika eksperimenta* [Instruments and Experimental Technique], 2003, no. 1, pp. 64–66 (In Russian).
2. Leshe A. *Yadernaya induktsiya* [Nuclear induction]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoy literatury Publ., 1963. 684 p.
3. Mandel'shtam L. I., Papaleksi N. D. Parametric excitation of electrical oscillations. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Journal of Technical Physics], 1934, no. 3, pp. 5–29 (In Russian).

### Информация об авторах

**Анкуда Максим Анатольевич** – ассистент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: M.Ankuda@belstu.by

**Оробей Игорь Олегович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: I.Orobey@belstu.by

### Information about the authors

**Ankuda Maksim Anatol'yevich** – assistant lecturer, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: M.Ankuda@belstu.by

**Orobei Igor Olegovich** – PhD (Engineering), Assistant Professor, Assistant Professor, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: I.Orobey@belstu.by

*Поступила 01.03.2016*