

УДК 681.391

М. Ф. Кудлацкая, Д. М. Романенко

Белорусский государственный технологический университет

**МЕТОД ИСПРАВЛЕНИЯ ГРУППИРУЮЩИХСЯ ОШИБОК
НА ОСНОВЕ МНОГОПороГОВОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ИТЕРАТИВНЫХ КОДОВ**

В статье описываются особенности исправления группирующихся ошибок методом многопорогового декодирования специализированных трехмерных линейных итеративных кодов. На основании того, что многопороговый декодер исправляет группирующиеся ошибки, кратность которых не превышает количество столбцов в плоскости, предлагается модифицировать трехмерные итеративные коды путем увеличения количества столбцов в плоскости. Данные коды характеризуются высокой избыточностью, которая не зависит от длины информационного слова. Поскольку эффективность исправления ошибок зависит не только от используемых кодов, но и от декодера, то для повышения эффективности целесообразно модифицировать многопороговый декодер. Путем экспериментального подбора параметров удалось сократить число итераций декодирования, а соответственно, и время исправления ошибок. Предлагаемый метод позволяет исправлять группирующиеся ошибки кратностью до $k/4 + 1$ при скорости кода $R = 0,4$, $k/8 + 1$ при $R = 0,5$ и $k/16 + 1$ при $R = 0,57$ (где k – количество информационных бит). Установлено, что полученные модифицированные трехмерные коды и многопороговый декодер для исправления группирующихся ошибок не уступают по корректирующим способностям известным циклическим кодам, обладая при этом минимальной сложностью аппаратной и программной реализации.

Ключевые слова: кодирование, многопороговое декодирование, группирующиеся ошибки, трехмерные итеративные коды, пороговое значение, проверочные символы, ошибочные биты.

M. F. Kudlatskaya, D. M. Romanenko

Belarusian State Technological University

**THE METHOD OF GROUP ERROR CORRECTION
ON THE BASIS OF THE MULTITHRESHOLD DECODING
OF SPECIALIZED ITERATIVE CODES**

The article describes the correction features of the grouped mistakes by the multithreshold decoding method of specialized three-dimensional linear iterative codes. On the basis of the fact that the multithreshold decoder corrects the grouped errors which frequency rate not exceeding quantity of the columns in the plane, it is offered to modify three-dimensional iterative codes by the increase quantity of columns in a plane. The offered codes are characterized by high redundancy which doesn't depend on the length of the information word. As efficiency of mistakes correction depends not only on the used codes, but also on the decoder, for the purpose of efficiency increase, it is offered to modify the multithreshold decoder. By experimental selection of parameters it was succeeded to reduce number of decoding iterations, and respectively time of mistakes correction. The offered method allows to correct the grouped errors that frequency rate to $k/4 + 1$ at a code speed $R = 0.4$, $k/8 + 1$ at $R = 0.5$ and $k/16 + 1$ at $R = 0.57$ (k – the number of information bits). It is established that the offered modified three-dimensional codes and the multithreshold decoder for correction of the grouped mistakes don't concede on the correcting abilities known cyclic codes, possessing at the same time the minimum complexity of hardware and program realization.

Key words: coding, multithreshold decoding, grouped mistakes, three-dimensional iterative codes, threshold, parity, error bits.

Введение. В современных каналах связи, кроме одиночных ошибок, вызванных шумами, часто встречаются пакетные ошибки, обусловленные импульсными помехами и замираниями. Это приводит к искажению сотен, а то и тысяч бит подряд. Конечно же, не многие помехоустойчивые коды способны исправить и даже обнаружить такие ошибки. Среди существующих избыточных кодов наибольшей эффек-

тивностью исправления группирующихся ошибок отличаются циклические коды Рида – Соломона, коды Файра и др. Известно, что эти коды обладают высокой корректирующей способностью и низкой избыточностью. Так, коды Рида – Соломона формируют не менее $r = 2 \cdot t$ избыточных символов для исправления группирующейся ошибки кратностью t , а коды Файра – не менее $r = 3 \cdot t - 1$ [1]. Но при этом

они характеризуются высокой сложностью аппаратной и программной реализации.

Основная часть. В работе [2] исследовалась эффективность исправления группирующихся ошибок методом многопорогового декодирования (МПД) трехмерных линейных итеративных кодов (ТЛИК). Результаты исследований показали, что многопороговое декодирование трехмерных итеративных кодов гарантированно исправляет группирующиеся ошибки, кратность которых не превышает количество столбцов в плоскости трехмерного кода. Данный вывод позволяет предположить, что увеличение числа столбцов в плоскости приведет к увеличению кратности исправляемой ошибки. Руководствуясь представленными результатами, предлагается модификация структуры ТЛИК с максимально возможным числом столбцов в плоскости. Детальный анализ процесса декодирования ТЛИК показал, что диагональные проверки между плоскостями со смещением по горизонтали ($dzh1$, $dzh2$) [3] отрицательно влияют на эффективность исправления пакетных ошибок, так как появление ошибок в этих ($dzh1$, $dzh2$) избыточных битах приводит к размножению ошибок при декодировании. Учитывая это, данные проверки целесообразнее исключить, что повысит не только эффективность коррекции ошибок, но и скорость кода.

Рассмотрим предлагаемую модификацию кодов на примере трехмерного линейного итеративного кода с пятью проверками на четность. В первую очередь предполагается исключение проверок $dzh1$ из кода ТЛИК5, что сократит число проверок до четырех (соответственно, минимальное кодовое расстояние $d = 5$), поэтому модификацию рассматриваемого кода обозначим ТЛИК4. Предположим, необходимо закодировать информационное слово $X_k = 0110100111110111000111110110100111110110100111110110100111110001$, длина которого $k = 64$ символа и рассчитывается как:

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3, \quad (1)$$

где k_1 – количество строк в плоскости; k_2 – количество столбцов в плоскости; k_3 – количество плоскостей.

Учитывая, что k_2 должно быть максимальным, то целесообразно принять $k_1 = k_3 = 2$, следовательно, $k_2 = 16$. Для удобства дальнейшего пояснения условно назовем такой код ТЛИК4-16, где 16 – это количество столбцов в плоскости. Общий вид ТЛИК4-16 соответствует общему виду ТЛИК [3], он включает те же соотношения проверок, что и ТЛИК5, за исключением проверок $dzh1$ (2): горизонтальные проверки (h), вертикальные проверки (v), первые диагональные проверки между плоско-

стями со смещением по вертикали ($dzv1$), z -проверки:

$$\begin{aligned} X_{65} &= X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \oplus X_4 \oplus \\ &\oplus X_5 \oplus X_6 \oplus X_7 \oplus X_8 \oplus \\ &\oplus X_9 \oplus X_{10} \oplus X_{11} \oplus X_{12} \oplus \\ &\oplus X_{13} \oplus X_{14} \oplus X_{15} \oplus X_{16}, \\ X_{66} &= X_{17} \oplus X_{18} \oplus X_{19} \oplus X_{20} \oplus \\ &\oplus X_{21} \oplus X_{22} \oplus X_{23} \oplus X_{24} \oplus \\ &\oplus X_{25} \oplus X_{26} \oplus X_{27} \oplus X_{28} \oplus \\ &\oplus X_{29} \oplus X_{30} \oplus X_{31} \oplus X_{32}, \\ &\dots \\ X_{69} &= X_1 \oplus X_{17}, \quad X_{70} = X_2 \oplus X_{18}, \\ &\dots \\ X_{101} &= X_1 \oplus X_{49}, \quad X_{102} = X_{17} \oplus X_{33}, \\ &\dots \\ X_{133} &= X_1 \oplus X_{33}, \dots X_{164} = X_{32} \oplus X_{64}. \end{aligned} \quad (2)$$

В соответствии с соотношениями проверок (2) для информационного слова $X_k = 011010011111011100011111011010011111011010011111010100111110001$ ($k = 64$) рассчитаны следующие избыточные символы $X_r = 11010111011010011110100111110110111001010100010000010101010011110010011111011010001110110100111000$.

ТЛИК4-16 можно записать в виде кодовых слов:

- $k_1 \cdot k_3$ n_2 -разрядных кодовых слов строк;
- $k_2 \cdot k_3$ n_1 -разрядных кодовых слов столбцов;
- $k_2 \cdot k_3$ (при $k_3 \leq k_2$) n_1 -разрядных или $k_1 \cdot k_2$ (при $k_3 > k_2$) n_3 -разрядных кодовых первых межплоскостных со смещением по вертикали диагональных слов;
- $k_1 \cdot k_2$ n_3 -разрядных кодовых z -слов.

При этом $n_1 = k_1 + 1$, $n_2 = k_2 + 1$, $n_3 = k_3 + 1$.

Величину избыточности r (количество избыточных символов) ТЛИК4-16, учитывая, что код не имеет структуру куба, так как $k_1 \neq k_2$, а $k_2 \neq k_3$, можно определить с помощью выражения

$$r = k_1 \cdot k_3 + 2 \cdot k_2 \cdot k_3 + k_1 \cdot k_2. \quad (3)$$

Поскольку минимальное кодовое расстояние ТЛИК4-16 $d = 5$, то можно утверждать, что данный код позволяет корректировать и обнаруживать все двукратные ошибки.

Значения относительной избыточности $r_{\text{отн}} = r/n$ кодов ТЛИК4 с максимальным числом столбцов в плоскости при различных значениях длины информационного слова k приведены в табл. 1.

Таблица 1
Величины относительной избыточности для ТЛИК4 с максимальным количеством столбцов в плоскости

Длина информационного слова k	Размерность матрицы (k_1, k_2, k_3)	Относительная избыточность $r_{отн}$
8	(2, 2, 2)	0,666
16	(2, 4, 2)	0,636
64	(2, 16, 2)	0,610
128	(2, 32, 2)	0,605
256	(2, 64, 2)	0,602
512	(2, 128, 2)	0,601
1024	(2, 256, 2)	0,601
4096	(2, 1024, 2)	0,600

Как видно из расчетов (табл. 1) и графика (рис. 1), относительная избыточность ТЛИК4-16 в меньшей степени зависит от длины информационной последовательности, чем другие рассматриваемые коды, при этом по сравнению с ними обладает самой высокой избыточностью, если длина кодового слова превышает 128 бит.

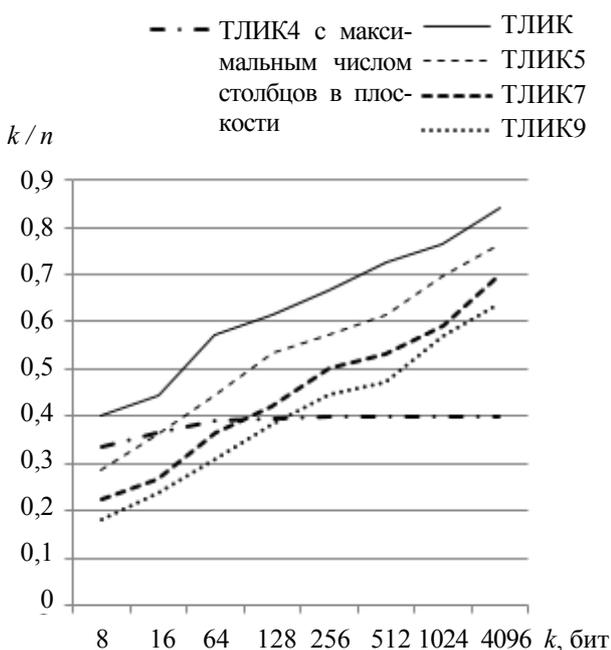


Рис. 1. Относительная избыточность кодов

Эффективность исправления ошибок зависит не только от используемого кода, но и от декодера. Многопороговый декодер эффективно справляется с группирующимися ошибками [2, 3], тем не менее, изменяя параметры декодера (число итераций декодирования и пороговые значения), можно повысить не только эффективность исправления группирующихся ошибок в кодовых словах (долю исправленных ошибок), но и сократить время декодирования.

Согласно [2, 3], число итераций многопорогового декодирования ТЛИК5 равняется трем с пороговыми значениями 5, 4 и 3 на первой, второй и третьей итерациях соответственно. Однако путем экспериментального подбора параметров удалось модифицировать декодер с целью повысить долю исправленных группирующихся ошибок. Для кода ТЛИК4-16 модификация многопорогового декодера подразумевает декодирование в две итерации с пороговым значением 3 на первой и второй итерациях декодирования. Очевидно, что число итераций многопорогового декодера напрямую влияет на время декодирования. Следовательно, уменьшение количества итераций сократит время декодирования, что является явным преимуществом модифицированного декодера по сравнению с обычным МПД.

Для моделирования модифицированного многопорогового декодирования трехмерных итеративных кодов разработано программное средство ASDecoder v.1.0 [4], включающее программную реализацию кодера и многопорогового декодера. Результатами моделирования модифицированного многопорогового декодирования кода ТЛИК4-16 является доля исправленных группирующихся ошибок в кодовых последовательностях, которая выражается отношением числа исправленных ошибок к общему числу всех возможных ошибок в декодируемой кодовой последовательности. Рассмотрим ситуацию, когда в передаваемом сообщении кроме многократной пакетной ошибки возникают независимые ошибки низкой кратности (однократные и двукратные). Как это влияет на эффективность исправления ошибок в кодовом слове, продемонстрировано в табл. 2.

Анализ результатов моделирования показал, что метод исправления группирующихся ошибок на основе модифицированного многопорогового декодирования трехмерного итеративного кода с максимальным числом столбцов в плоскости эффективно справляется с группируемыми ошибками по сравнению с обычным МПД, при этом появление независимых ошибок низкой кратности незначительно снижает долю исправленных ошибок в кодовых сообщениях. График на рис. 2 наглядно демонстрирует, что предлагаемые параметры декодера повысили долю исправленных ошибок. Так, ТЛИК5 и обычный МПД гарантированно исправляют пятикратные группирующиеся ошибки, а специализированный ТЛИК4-16 и модифицированный МПД гарантированно исправляют ошибки, кратность которых достигает 17.

Табл. 3 содержит характеристики предлагаемых специализированных кодов. В зависимости от предполагаемой кратности ошибки или от требуемой скорости кодирования можно

выбрать код с соответствующими параметрами. Видно, что с ростом скорости кода уменьшается кратность группирующихся ошибок, которые можно исправить методом модифицированного многопорогового декодирования специализированных трехмерных итеративных кодов.

Таблица 2

Исправление группирующихся ошибок методом модифицированного многопорогового декодирования кода ТЛИК4-16

Кратность ошибки	Доля исправленных пакетных ошибок, %	Доля исправленных пакетных ошибок совместно с однократными, %	Доля исправленных пакетных ошибок совместно с двукратными, %
2	100	99,99	98,89
3	100	99,94	98,37
4	100	99,90	97,24
5	100	99,72	96,88
6	100	99,59	94,92
7	100	99,25	94,78
8	100	99,03	92,04
9	100	98,52	92,08
10	100	98,21	88,73
11	100	97,53	88,77
12	100	97,12	85,16
13	100	96,27	84,86
14	100	95,75	81,50
15	100	94,72	80,33
16	100	94,09	77,92
17	100	81,64	66,41
18	81,63	76,80	63,32
19	95,89	74,97	59,35
20	79,31	71,38	56,70

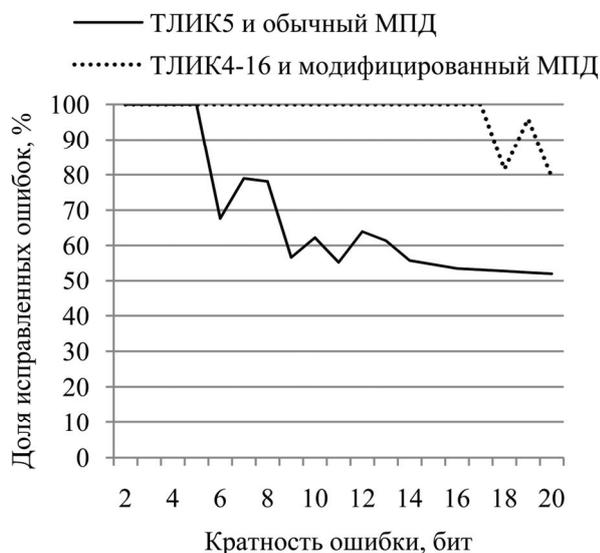


Рис. 2. Сравнительный анализ эффективности исправления пакетных ошибок

Таблица 3

Характеристики кодов для исправления пакетов ошибок

Скорость кода k/n	Длина информационной последовательности k			
	16384	8192	4096	2048
	Кратность исправляемого пакета t			
0,40	$k/4+1$	$k/4+1$	$k/4+1$	$k/4+1$
0,50	$k/8+1$	$k/8+1$	$k/8+1$	$k/8+1$
0,57	$k/16+1$	$k/16+1$	$k/16+1$	$k/16+1$
0,65				
0,66		$k/32+1$	$k/32+1$	$k/32+1$
0,67	$k/32+1$			
0,70				
0,71			$k/64+1$	$k/64+1$
0,72		$k/64+1$		
0,73	$k/64+1$			
0,76				$k/128+1$
0,78			$k/128+1$	
0,79		$k/128+1$		
0,80	$k/128+1$		$k/256+1$	
0,82		$k/256+1$		
0,83	$k/256+1$			
0,86	$k/512+1$			

Корректирующие способности полученных итеративных кодов не уступают упомянутым циклическим кодам. К достоинствам предлагаемого метода исправления группирующихся ошибок многопороговым декодированием итеративных кодов следует отнести сравнительно простые алгоритмы кодирования и декодирования, а также минимальную сложность аппаратной и программной реализации.

Заключение. Таким образом, наиболее эффективного исправления группирующихся ошибок по сравнению с обычными трехмерными итеративными кодами и МПД можно достичь совместным использованием модифицированного трехмерного итеративного кода и модифицированного многопорогового декодера. Предлагаемый метод исправления пакетных ошибок может применяться в каскадных схемах кодирования/декодирования наряду с трехмерными итеративными кодами и МПД, которые успешно справляются с многократными независимыми ошибками.

Кроме того, предлагаемые специализированные трехмерные итеративные коды в отличие от циклических кодов позволяют построить класс кодов с одинаковой архитектурой и разнообразных по скорости и числу проверок на четность, который позволяет разработать адаптивную систему кодирования/декодирования с возможностью динамического выбора кодов в зависимости от качества канала связи с целью повышения скорости или надежности передачи данных.

Литература

1. Теория прикладного кодирования / В. К. Конопелько [и др.]; под ред. проф. В. К. Конопелько. В 2 т. Т. 2. Минск: БГУИР, 2004. 688 с.
2. Multithreshold majority decoding of LDPC-codes / P. Urbanovich [et al.] // *Informatyka Automatyka Pomiaru*. 2012. No. 4a. P. 22–24.
3. Романенко Д. М., Шиман Д. В., Виткова М. Ф. Многопороговое мажоритарное декодирование низкоплотных кодов // *Труды БГТУ*. 2011. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 128–132.
4. Кудлацкая М. Ф. Программная имитационная модель адаптивного многопорогового декодирования линейных блочных кодов // *Труды БГТУ*. 2015. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 208–212.

References

1. Konopel'ko V. K., Lipnitskiy V. A., Dvornikov V. D. *Teoriya prikladnogo kodirovaniya. V 2 tomakh. T. 2* [Theory application coding. In 2 vol. Vol. 2]. Minsk, BGUIR Publ., 2004. 688 p.
2. Urbanovich P., Romanenko D., Shiman D., Vitkova M. Multithreshold majority decoding of LDPC-codes. *Informatyka Automatyka Pomiaru*, 2012, no. 4a, pp. 22–24.
3. Romanenko D. M., Shiman D. V., Vitkova M. F. The multithreshold majority decoding of low-density codes. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2011, no. 6: Physical-mathematical sciences and informatics, pp. 128–132 (In Russian).
4. Kudlatskaya M. F. Programme simulation model of adaptive multithreshold decoding of linear block codes. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2015, no. 6: Physical-mathematical sciences and informatics, pp. 208–212 (In Russian).

Информация об авторах

Кудлацкая Марина Федоровна – ассистент кафедры информатики и веб-дизайна. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: m.kudlatskaya@gmail.com

Романенко Дмитрий Михайлович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики и веб-дизайна. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: rdm@tut.by

Information about the authors

Kudlatskaya Marina Fedorovna – assistant lecturer, the Department of Informatics and Web-design. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: m.kudlatskaya@gmail.com

Romanenko Dmitriy Mikhaylovich – PhD (Engineering), Assistant Professor, Head of the Department of Informatics and Web-design. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rdm@tut.by

Поступила 12.03.2016