

УДК 655.3

**М. И. Кулак<sup>1</sup>, Г. П. Терешко<sup>1</sup>, Д. М. Медяк<sup>1</sup>, Р. С. Олейник<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Белорусский государственный технологический университет<sup>2</sup>«Издательство “Белорусский Дом Печати”»**ВЗАИМОСВЯЗЬ СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИК БУМАГИ И ПРОЧНОСТИ КЛЕЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ  
ПРИ ЛАМИНИРОВАНИИ ОТТИСКОВ**

В статье рассмотрена взаимосвязь структурно-механических характеристик бумаги и прочности клеевого соединения при ламинировании оттисков. Целью работы является построение математической модели, позволяющей установить связь структурно-механических характеристик бумаги, пленки, а также клея и прочности клеевого соединения. Поставленная в работе задача решалась путем структурного расчета зависимости упрочнения бумаги при ламинировании пленки от режимных параметров: силы прижима, температуры каландра и скорости припрессовки.

При исследовании зависимости коэффициента упрочнения от силы прижима было определено усилие прижима и приведены результаты расчета коэффициента упрочнения по экспериментальным данным. Поскольку бумага (оттиск) является пористым материалом, то при исследовании влияния температуры и скорости на коэффициент упрочнения ламинированного материала использовалась теория перколяции. Коэффициент упрочнения бумаги (оттиска) рассчитывался с использованием глубины капиллярного впитывания клея. Для определения коэффициентов уравнения использовался метод наименьших квадратов. По полученным данным были построены графики зависимостей коэффициента упрочнения от температуры и скорости припрессовки.

Предлагаемая математическая модель позволяет установить связь структурно-механических характеристик бумаги, пленки, а также клея и прочности клеевого соединения. Она может быть использована для исследования процесса ламинирования с целью установления оптимальных значений его параметров.

**Ключевые слова:** ламинированный материал, коэффициент упрочнения, сила прижима, температура, скорость, капиллярное впитывание.

**M. I. Kulak<sup>1</sup>, G. P. Tereshko<sup>1</sup>, D. M. Medyak<sup>1</sup>, R. S. Oleynik<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Belarusian State Technological University<sup>2</sup>“Publishing house “Belorusskiy Dom Pechati””**INTERRELATION OF STRUCTURAL AND MECHANICAL  
CHARACTERISTICS OF PAPER AND DURABILITY  
OF GLUE CONNECTION AT LAMINATION OF PRINTS**

The interrelation of structural and mechanical characteristics of paper and durability of glue connection in case of lamination of prints is under consideration. The purpose of work is creation of the mathematical model allowing to establish connection of structural and mechanical characteristics of paper, a film as well as glue and durability of glue connection. The problem set in work was solved by structural calculation of dependence of paper hardening in case of lamination of a film at regime parameters: forces of a clip, temperature of a calender and speed of an adpressing.

The interrelation of hardening coefficient and pressing force has been investigated and the pressing force as well as the results of calculation of coefficient of hardening in accordance with the experimental data are given. As paper (print) is a porous material, the theory of a percolation was used at a research of influence of temperature and speed on coefficient of hardening of the laminated material. The coefficient of hardening of paper (print) was calculated with use of depth of capillary absorption of glue. To determine the equation coefficients the technique of least squares was used. According to the obtained data diagrams of dependences of coefficient of hardening on temperature and speed of a lamination have been constructed.

The offered mathematical model allows to establish the connection of structural and mechanical characteristics of paper, a film as well as glue and durability of glue connection. It can be used for a research process of lamination for the purpose of establishment of optimum values of its parameters.

**Key words:** the laminated material, hardening coefficient, clip force, temperature, speed, capillary absorption.

**Введение.** На качество продукции с припрессованной пленкой влияют режимы припрессовки: сила прижима, температура каландра, скорость

припрессовки, а также технологические факторы: толщина, гладкость, объемная масса бумаги, наличие красочного слоя и вид печати [1].

Целью данной работы является получение математической модели, позволяющей установить связь структурно-механических характеристик бумаги, пленки, а также клея и прочности клеевого соединения при ламинировании оттисков.

**Основная часть.** Поставленная в работе задача решалась путем структурного расчета зависимости упрочнения бумаги при ламинировании пленки от указанных режимных и технологических параметров процесса. Коэффициент упрочнения  $K_y$  ламинированного материала определяется по формуле

$$K_y = \left( \frac{\sigma_{\text{л}} - \sigma_{\text{п}}}{\sigma_{\text{б}}} - 1 \right) 100\%, \quad (1)$$

где  $\sigma_{\text{л}}$  — предел прочности для ламинированного материала, МПа;  $\sigma_{\text{п}}$  — предел прочности для пленки, МПа;  $\sigma_{\text{б}}$  — предел прочности для бумажного оттиска, МПа.

Разрушающее усилие ламинированного материала определяется прочностью бумаги, пленки и клеевого соединения:

$$\sigma_{\text{л}} = h_{\text{об}}\sigma_{\text{б}} + h_{\text{оп}}\sigma_{\text{п}} + h_{\text{ок}}\sigma_{\text{к}}, \quad (2)$$

где  $h_{\text{об}}$ ,  $h_{\text{оп}}$ ,  $h_{\text{ок}}$  — относительные толщины бумаги, пленки и композита (клеевого соединения) соответственно;  $\sigma_{\text{к}}$  — прочность композита, МПа.

Для композиционных материалов с дисперсными наполнителями и полимерной матрицей развитие математических моделей идет в направлении поиска приемлемых аппроксимирующих выражений для зависимости прочности от степени наполнения. Общими свойствами обладает математическая модель, построенная на основе правила смесей для композиционных материалов, армированных волокнами. Роль матрицы в рассматриваемой задаче играет клей. По объему клеевого слоя распределяются волокна бумаги. Чем глубже клеевой слой вдавливаются в поверхностный слой бумаги, тем больше он становится насыщенным волокнами. Когда прочность определяется матрицей, формула для расчета прочности композита имеет следующий вид [2]:

$$\sigma_{\text{к}} = \sigma_{\text{м}} \left( n_{\text{м}} + n_{\text{ф}} \frac{E_{\text{ф}}}{E_{\text{м}}} \right), \quad (3)$$

где  $\sigma_{\text{м}}$  — прочность матрицы, МПа;  $n_{\text{м}}$ ,  $n_{\text{ф}}$  — объемная доля матрицы и волокон бумаги;  $E_{\text{м}}$ ,  $E_{\text{ф}}$  — модули упругости матрицы и волокон.

Положительной стороной соотношений (3) является то, что при их выводе использовались простые и естественные физические предположения: компоненты несут нагрузку, пропор-

циональную их жесткости; слой материала в среднем деформируется однородно.

Объем волокон бумаги  $V_f$  в некотором ее слое  $V_p$  зависит от расстояния этого слоя  $R$  до поверхности бумаги. Чем ближе к поверхности бумаги, тем менее она насыщена волокнами.

Объемная доля волокна  $n_f$  находится по формуле

$$n_f = \frac{V_f}{V_p}. \quad (4)$$

Зависимость объема волокон бумаги  $V_f$  от  $R$  выражается формулой [2]

$$V_f(R) = R^D, \quad (5)$$

где  $D$  — фрактальная размерность поверхности бумаги.

Для того чтобы перейти к вычислению усилия прижима валов ламинатора  $F$ , необходимо найти напряжение  $\sigma_n$ , возникающее в бумаге при ее сжатии. Поэтому следующим шагом в вычислениях было определение модулей упругости  $E$ . В работе [2] построено распределение относительных модулей упругости  $E_0$  в поверхностных слоях для различных видов бумаги.

Абсолютный модуль упругости  $E$  рассчитывается по следующей формуле:

$$E = E_0 E_f. \quad (6)$$

Напряжение находится по следующему выражению:

$$\sigma_n = E \varepsilon_f, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_f$  — деформация слоя бумаги.

Усилие прижима  $F$  в единицах длины вала ламинатора будет зависеть от ширины полосы контакта  $b$  валов:

$$F = \sigma_n b. \quad (8)$$

График зависимости  $K_y$  от усилия прижима приведен на рис. 1. На рисунке также отображены результаты расчета коэффициента упрочнения по экспериментальным данным для чистой бумаги Union Art и оттисков на этой бумаге по формуле (1).

Расчеты  $K_y$  от усилия прижима проводились для следующих данных. Ширина полосы контакта  $b = 20$  мм. Исследовались оттиски на мелованной глянцевой бумаге Union Art толщиной 78 мкм [3], прочностью 28,227 МПа. У данной бумаги по профилограмме поверхности установлена толщина поверхностного слоя  $R = 12$  мкм. Фрактальная размерность структуры поверхности бумаги  $D$  составила 2,485 [3].

Толщина пленки — 20 мкм, ее прочность — 25,801 МПа. Толщина клеевого слоя составляет

5 мкм, прочность — 40 МПа, модуль упругости — 80 МПа [4]. Модуль упругости волокон бумаги — 27 000 МПа [5].

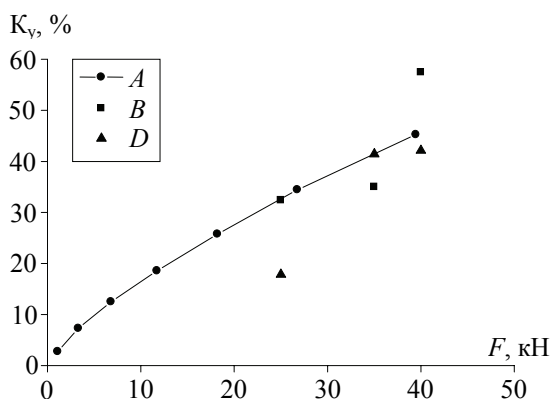


Рис. 1. Зависимость коэффициента упрочнения от усилия прижима при ламинировании: A — теория; B — эксперимент (бумага); D — эксперимент (оттиск)

Настройки ламинатора изменялись в следующих пределах: температура — 100, 105, 110°C; скорость — 12,00; 14,12; 18,46 м/мин; усилие прижима валов — 25 кН [6].

Как показано на рис. 2, для различных видов бумаги характер зависимости коэффициента упрочнения от усилия прижима сохраняется.

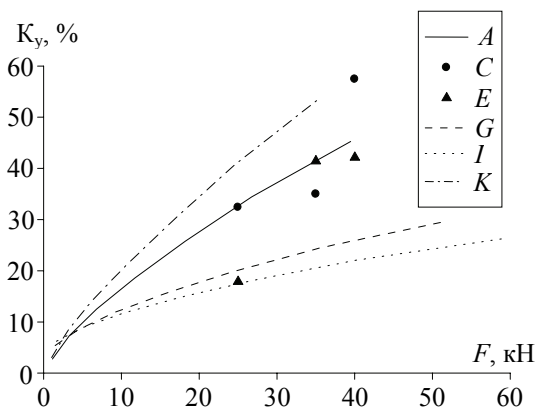


Рис. 2. Зависимость  $K_y$  от усилия прижима для различных видов бумаги: A — Union Art; C — эксперимент (бумага); E — эксперимент (оттиск); G — Lumi Silk; I — офсетная № 2; K — Union Silk

Далее перейдем к рассмотрению зависимости упрочнения бумаги, а также оттиска от температуры и скорости припрессовки. Ранее аналогичное исследование проводилось в [6]. Качество припрессовки оценивалось методом экспертного опроса. Однако такая методика ненадежна по причине субъективности экспертов. Для обработки результатов экспериментальных исследований коэффициента упрочнения бумаги и оттиска, который характеризует

прочность адгезионного соединения при ламинировании, использовался метод регрессионного анализа. В данной работе поставлена задача построить структурную теорию.

Поскольку бумага (оттиск) является пористым материалом, предлагается исследовать влияние температуры и скорости на коэффициент упрочнения ламинированного материала с использованием теории перколяции [7].

В процессе ламинирования клеевой слой пленки вдавливается в поверхность бумаги, насыщается бумажными волокнами и частично проникает в ее поровое пространство. Поскольку наибольшее воздействие температура оказывает на изменение вязкости клея, можно предположить, что в наибольшей степени температура будет влиять на капиллярное впитывание клея через коэффициент вязкости. Следовательно, с увеличением температуры вязкость будет значительно уменьшаться, а глубина проникновения клея в бумагу будет расти.

На капиллярное впитывание клея также влияет неоднородность порового пространства ламинируемой бумаги. Глубина проникновения клея связана с длиной и коэффициентом извилистости капилляров в соответствии с равенством [7]:

$$h_{кв} = \frac{l_k}{\beta}, \quad (9)$$

где  $h_{кв}$  — глубина проникновения клея, м;  $l_k$  — расстояние, пройденное частицами клея при капиллярном впитывании, м;  $\beta$  — коэффициент извилистости капилляров.

Для определения расстояния, пройденного частицами клея при его капиллярном впитывании, воспользуемся уравнением Уошборна [7]:

$$l_k = \sqrt{\frac{\sigma_{кл} r t \cos \theta}{2\eta}}, \quad (10)$$

где  $\sigma_{кл}$  — поверхностное натяжение клея, Н/м;  $\theta$  — краевой угол смачивания, град;  $r$  — радиус капилляра, м;  $t$  — время впитывания, с;  $\eta$  — вязкость клея, П·с.

От температуры зависят такие параметры, как  $\sigma_{кл}$ ,  $\eta$ , а также угол  $\theta$ . Зависимость вязкости от температуры описывается уравнением Френкеля – Андраде:

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{W}{kT}}, \quad (11)$$

где  $\eta_0$  — начальная вязкость, П·с;  $W$  — энергия активации процесса течения, Дж;  $k$  — константа Больцмана, Дж/К;  $T$  — температура, °С.

Поверхностное натяжение клея определяется по формуле

$$\sigma_{кл} = \sigma_{кл0} + B_1(T - T_0), \quad (12)$$

где  $\sigma_{кл0}$  — исходное поверхностное натяжение, Н/м;  $B_1$  — постоянная задачи.

Скорость капиллярного впитывания клея

$$v = \frac{s}{t}, \quad (13)$$

где  $s$  — ширина полосы контакта валов ламинатора, м.

Время впитывания, соответственно, определяется по формуле

$$t = \frac{s}{v}. \quad (14)$$

Зависимость косинуса краевого угла смачивания от температуры имеет параболический вид и определяется уравнением [7]

$$\cos\theta(T) = AT^2 + BT + C, \quad (15)$$

где  $A, B, C$  — неизвестные коэффициенты.

Путем подстановки выражений (12)–(15) преобразуем уравнение Уошборна к следующему виду:

$$l_k = \left\{ \frac{rs[\sigma_{кл0} + B_1(T - T_0)]}{2v\eta_0 e^{\frac{W}{kT}}} \times (AT^2 + BT + C) \right\}^{1/2}. \quad (16)$$

Суммарное значение толщины заламинированного материала

$$h_s = h_6 + h_{п} + h_k + h_{кв}, \quad (17)$$

где  $h_6, h_{п}, h_k$  — толщины бумаги, пленки и композита (клеевого соединения), м. Поскольку  $h_{кв}$  составляет доли процента от суммарной толщины остальных материалов, то  $h_{кв}$  в формуле (17) можно пренебречь.

Используя (2), выражение для определения разрушающего усилия ламинированного материала преобразуется к следующему виду:

$$\sigma_{л} = \frac{1}{h_s} [h_6\sigma_6 + h_{п}\sigma_{п} + (h_k + h_{кв})\sigma_k]. \quad (18)$$

Таким образом, выражение для глубины капиллярного впитывания клея

$$h_{кв} = \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{rs[\sigma_{кл0} + B_1(T - T_0)]}{2v\eta_0 e^{\frac{W}{kT}}} \times (AT^2 + BT + C) \right\}^{1/2}. \quad (19)$$

Используем обозначения:

$$\begin{cases} x_1 = \sigma_{кл0}, \\ x_2 = B_1, \\ x_3 = \eta_0, \\ x_4 = \frac{W}{k}; \end{cases} \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{rs}{2v}. \quad (21)$$

Тогда уравнение (19) принимает вид

$$h_{кв} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{C_2 f_2(T)}{x_3 e^{x_4 f_3(T)}} [x_1 + x_2 f_1(T)]}. \quad (22)$$

Путем подстановки уравнения (22) и введения обозначений

$$\begin{cases} f_1(T) = T - T_0, \\ f_2(T) = AT^2 + BT + C, \\ f_3(T) = \frac{1}{T}, \\ f_4(T) = C_2 f_2(T); \\ C_3 = h_6\sigma_6 + h_{п}\sigma_{п}, \\ C_4 = h_k\sigma_k, \\ C_5 = \sigma_{п} + \sigma_6, \\ C_6 = (C_3 + C_4 - C_5 h_s) \frac{1}{\sigma_6 h_s}, \\ C_7 = \frac{\sigma_k}{\sigma_6 h_s}, \\ C_8 = \frac{C_7}{\beta} \end{cases} \quad (23)$$

формула для определения коэффициента упрочнения (1) преобразуется к следующему виду:

$$K_y = C_6 + C_8 \sqrt{\frac{f_4(T)}{x_3 e^{x_4 f_3(T)}} [x_1 + x_2 f_1(T)]}. \quad (25)$$

Для определения коэффициентов уравнения  $x_1, x_2, x_3, x_4$  применялся метод наименьших квадратов.

График зависимости  $K_y$  от температуры приведен на рис. 3. Теоретическая зависимость хорошо соответствует экспериментальным данным и подтверждает, что при увеличении температуры прочность ламината возрастает.

При исследовании зависимости коэффициента упрочнения бумаги (оттиска) от скорости установлено, что необходимо подставлять в (25) явную зависимость температуры от скорости [6].

В этом находит выражение тот факт, что температура должна меняться при изменении скорости в настройках ламинатора.

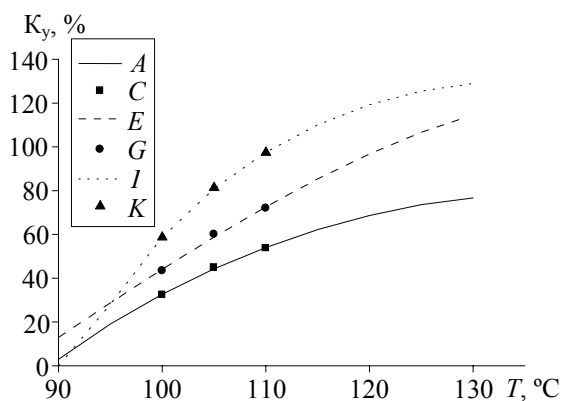


Рис. 3. Зависимость коэффициента упрочнения от температуры при ламинировании: *A, E, I* — теоретические функции; *C* — эксперимент при  $v = 12,00$  м/мин; *G* — эксперимент при  $v = 14,12$  м/мин; *K* — эксперимент при  $v = 18,46$  м/мин

Уравнение, связывающее температуру и скорость припрессовки [6]

$$T(v) = \exp\left[\frac{a_{1v} + a_{2v}v + a_{3v}v^2 - a_{1F}}{a_{2F}}\right]. \quad (26)$$

Используем замену:

$$C_9 = \frac{rs}{2}. \quad (27)$$

Путем подстановки замены получаем уравнение для коэффициента упрочнения:

$$K_y = C_6 + C_8 \sqrt{\frac{C_9 f_2(T)}{v x_3 e^{x_4 f_3(T)}} [x_1 + x_2 f_1(T)]}. \quad (28)$$

Введем обозначения

$$f_5 = C_9 f_2(T). \quad (29)$$

Таким образом, уравнение (28) приобретает следующий вид:

$$K_y = C_6 + C_8 \sqrt{\frac{f_5(T)}{v x_3 e^{x_4 f_3(T)}} [x_1 + x_2 f_1(T)]}. \quad (30)$$

Аналогично, как и при исследовании температурной зависимости, коэффициенты  $x_1, x_2, x_3, x_4$  определялись по методу наименьших квадратов.

График зависимости  $K_y$  от скорости ламинирования при  $T = 100^\circ\text{C}$  приведен на рис. 4.

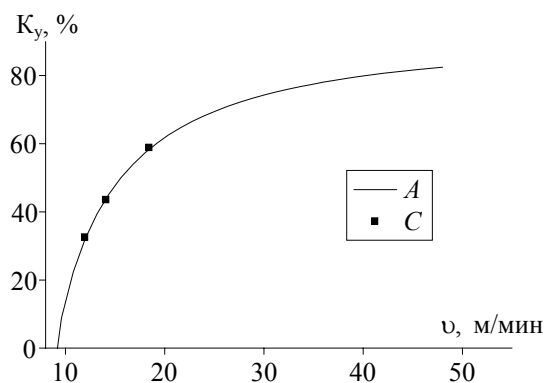


Рис. 4. Зависимость коэффициента упрочнения от скорости при ламинировании: *A* — теоретическая функция; *C* — эксперимент при  $T = 100^\circ\text{C}$

На рис. 4 видно, что  $K_y$  чувствителен к изменению скорости в диапазоне 10–25 м/мин. При ее дальнейшем увеличении существенного возрастания  $K_y$  не происходит.

**Заключение.** В целом, как теоретические расчеты, так и экспериментальные данные указывают на то, что при повышении усилия прижима, температуры и скорости прочность ламинированного материала возрастает. Предлагаемая математическая модель позволяет установить связь структурно-механических характеристик бумаги, пленки, а также клея и прочности клеевого соединения при ламинировании оттисков. Данная модель может быть использована для исследования процесса ламинирования с целью установления оптимальных значений его параметров.

## Литература

1. Воробьев Д. В. Технология послепечатных процессов. М.: Из-во МГУП, 2000. 393 с.
2. Кулак М. И. Фрактальная механика материалов. Минск: Выш. шк., 2002. 304 с.
3. Кулак М. И., Ничипорович С. А., Медяк Д. М. Методы теории фракталов в технологической механике и процессах управления: полиграфические материалы и процессы. Минск: Белорусская наука, 2007. 419 с.
4. Кардашов Д. А. Синтетические клеи. М.: Химия, 1976. 244 с.
5. Фенгел Д., Вегенер Г. Древесина (химия, ультраструктура, реакции). М.: Лесная пром-сть, 1988. 512 с.
6. Козлова А. А., Кулак М. И., Олейник Р. С. Взаимосвязь и влияние параметров технологического процесса на упрочнение бумаги при ламинировании // Труды БГТУ. 2015. № 9: Издат. дело и полиграфия. С. 24–28.

7. Кулак М. И., Старченко О. П., Медяк Д. М. Влияние температуры и неоднородности структуры порового пространства бумаги на капиллярное впитывание печатной краски // Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук. 2010. № 2. С. 69–77.

### References

1. Vorob'yev D. V. *Tekhnologiya poslepechatnykh protsessov* [Technology of postprinting processes]. Moscow, Izd-vo MGUP Publ., 2000. 393 p.
2. Kulak M. I. *Fraktal'naya mekhanika materialov* [Fractal mechanics of materials]. Minsk, Vysh. shk. Publ., 2002. 304 p.
3. Kulak M. I., Nichiporovich S. A., Medyak D. M. *Metody teorii fraktalov v tekhnologicheskoy mekhanike i protsessakh upravleniya: poligraficheskie materialy i protsessy* [Methods of the theory of fractals in technological mechanics and management processes: printing materials and processes]. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2007. 419 p.
4. Kardashov D. A. *Sinteticheskie klei* [Synthetic glues]. Moscow, Khimiya Publ., 1976. 244 p.
5. Fengel D., Vegener G. *Drevesina (khimiya, ul'trastruktura, reaktsii)* [Wood (chemistry, ultrastructure, reactions)]. Moscow, Lesnaya prom-st' Publ., 1988. 512 p.
6. Kozlova A. A., Kulak M. I., Oleynik R. S. Interrelation and influence of parameters of technological process on hardening of paper at lamination. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2015, no. 9: Publishing and Printing, pp. 24–28 (In Russian).
7. Kulak M. I., Starchenko O. P., Medyak D. M. Influence of temperature and heterogeneity of structure of pore space of paper on capillary absorption of printing paint. *Vestsi NAN Belarusi. Seriya fizika-tekhnichnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physico-technical series], 2010, no. 2, pp. 69–77 (In Russian).

### Информация об авторах

**Кулак Михаил Иосифович** — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой полиграфических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: kulak@belstu.by

**Терешко Галина Петровна** — магистрант кафедры полиграфических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: tereshko@belstu.by

**Медяк Диана Михайловна** — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры полиграфических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: medyak@belstu.by

**Олейник Роман Степанович** — генеральный директор РУП «Издательство “Белорусский Дом Печати”». E-mail: kulak@belstu.by

### Information about the authors

**Kulak Mikhail Iosifovich** — DSc (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of Printing Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kulak@belstu.by

**Tereshko Galina Petrovna** — Master's degree student, the Department of Printing Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tereshko@belstu.by

**Medyak Diana Mikhaylovna** — PhD (Engineering), Assistant Professor, Assistant Professor, the Department of Printing Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: medyak@belstu.by

**Oleynik Roman Stepanovich** — Director General of the RUE “Publishing house “Belorusskiy Dom pechati””. E-mail: kulak@belstu.by

Поступила 11.08.2016