УДК 378.147:51

**В. М. Марченко, И. М. Борковская, О. Н. Пыжкова**
Белорусский государственный технологический университет

# ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН[1]

Одним из важнейших компонентов учебного процесса являются методы обучения. Без них невозможно реализовать ни цели, ни задачи обучения, достичь усвоения материала. Качество образования на данный момент представляет интерес не как абстрактная тема, а как ключ к решению назревших проблем. Предлагаются некоторые методы обеспечения качества математической подготовки, в частности, применение уровневой образовательной технологии, эффективное использование возможностей работы студентов. Исходный принцип системного мышления — искусство абстрагироваться от частностей того или иного предмета рассмотрения, выявляя глубинные связи и закономерности между ними. Системный подход является одним из наиболее часто используемых терминов в естествознании и был разработан учеными в начале XX века, в последующем он породил много направлений, в которых на основе целой единой понятийной базы изучаются системы различной физической природы. Каждый элемент системы может иметь свое собственное функциональное значение и взаимодействовать с другими элементами, способ связи элементов обычно называют структурой. Использование системного подхода в преподавании дисциплин, и особенно математических, способствует формированию креативности, умения работать в команде, проектного мышления и аналитических способностей, коммуникативных компетенций, толерантности и способности к самообучению, что обеспечивает успешность личностного, профессионального и карьерного роста молодежи.

В статье рассматривается единый системный подход к преподаванию на примере темы «Определенный интеграл».

**Ключевые слова:** системный подход, качество математической подготовки, рационализация учебного процесса.

**V. M. Marchenko, I. M. Borkovskaya, O. N. Pyzhkova**
Belarusian State Technological University

# SYSTEM APPROACH EFFECTIVENESS IN TEACHING MATHEMATICS

One of the most important components of the educational process is the teaching method. It is impossible to realize any task of learning without it. The quality of education is not an abstract topic, but it is the key to solving the urgent problems. In the paper, we propose some approaches providing the mathematical training quality, in particular, by using of multi-level educational process technology and improving the effectiveness of students' work. The main fundamental approach idea is based on the common use of the thinking system principle: to abstract from the particulars of this or that reviewed subject, to reveal deep connections and regularities between them. The systems approach is one of the most commonly used approaches in the natural sciences and it has been developed by scientists at the beginning of the XX century. Later it has generated a lot of ways in which systems of different physical nature are studied on the basis of a whole unified conceptual framework. Each element of the system can have its own functional value and interact with other elements. The method of contact between the elements is usually called the structure. The use of the systems approach to the teaching of subjects, especially mathematics, promotes the formation of creativity, teamwork, project thinking and analytical skills, communicative skills, tolerance and ability for self-learning, which ensures the success of personal, professional and career growth of young people.

The article deals with a systematic approach to teaching by the example of the theme “The definite integral”.

**Key words:** system approach, teaching mathematics, educational process rationalization.

[1] Работа выполнена в рамках сотрудничества с Белостокским техническим университетом (S/W/2/2011).

**Введение.** Современная наука пронизана математикой, ее методами и идеями, которые играют огромную роль в повседневной жизни миллионов людей. Курс высшей математики не только является базой технического высшего образования, но и способствует раз- витию логического мышления, что немаловажно для современного инженера. Кроме того, обучение высшей математике совпадает с началом обучения в вузе. Поэтому следует правильно организовать процесс обучения, помочь студенту с первых дней активизировать познавательную деятельность, обрести уверенность и добиться успеха. В процессе преподавания математических дисциплин возникает ряд противоречий, например противоречие между необходимостью использования индивидуального подхода в обучении студентов и большой наполняемостью групп, противоречие между большим объемом материала и сокращением количества часов по предмету (изучение курса базируется на знаниях, полученных в средней школе, а в большинстве в технические вузы поступают не самые подготовленные выпускники школ, и в результате студент-первокурсник оказывается не подготовленным к темпу изложения данного предмета и вообще перестает что-либо понимать), противоречие между необходимостью объективной оценки знаний и субъективностью их реальной проверки и др. В связи с острой необходимостью экономии времени в ходе учебного процесса перед педагогом встает вопрос об отыскании методов, средств и приемов обучения, позволяющих максимально эффективно использовать время, отведенное по плану на изучение предмета. Разрешение данных противоречий можно искать во внедрении в учебный процесс инновационных технологий, основанных на системном подходе.

Различие в требованиях по предметам для выпускников средней школы и студентов вуза, существование определенных диспропорций знаний среди абитуриентов с одинаковыми оценками и, наконец, определение оценки обучаемого как меры его компетенций, умений и навыков, а не только и не столько как количества труда, вложенного им, свидетельствует об отсутствии комплексного подхода при оценивании знаний. Все это привело к тому, что в последнее время эффективность обучения снизилась как в силу объективных, так и субъективных причин. За последние годы растеряно такое важное качество студенческой личности, как познавательность, самостоятельность, интерес к обучению.

**Основная часть.** Преподавателю технического вуза необходимо хорошо знать современные методы обучения, их особенности и условия эффективного применения. Тогда он может выбирать наиболее подходящие методы, добиваясь с их помощью желаемого педагогического воздействия. Обучение высшей математике совпадает с началом обучения в вузе. Поэтому следует организовать процесс обучения, помочь студенту с первых дней активизировать познавательную деятельность, обрести уверенность и добиться успеха. Основной критерий выбора методики обучения – ее педагогическая эффективность, т. е. количество и качество усвоенных знаний, которые нужно оценивать с учетом затраченных преподавателем и студентами усилий, средств и времени. Наиболее эффективен в преподавании математических дисциплин способ подачи материала, основанный на системном подходе. Особенно актуально применение системного подхода к преподаванию трудно усваиваемых (и в первую очередь, важных с точки зрения приложений) студентами тем курса высшей математики.

Для того чтобы процесс изучения математики на всех этапах обучения проходил более осознанно, в каждой изучаемой теме выделяется базис основных задач темы, ведется переход от конкретного к абстрактному. Тем самым осуществляется переход сознания студента к фактическому или воображаемому эксперименту, подкрепление теории примерами из реальной жизни, а также создаются проблемные ситуации, цель которых побудить студентов к самостоятельному получению математических результатов, к применению математического аппарата к решению задач других дисциплин, что, в том числе, способствует установлению и межпредметных связей. Наиболее тесные связи существуют между курсами математики, физики и химии. Например, эти связи проявляются в использовании стандартных физических понятий и обозначений и подчеркивании математической сущности связей между ними (таблица). Представляется эффективным построение учебного процесса на основе следующих принципов: принципа построения содержания обучения в логике системного исследования; принципа описания содержания обучения в единстве общего, особенного и единичного; принципа предметной деятельности студента; принципа развивающего обучения и принципа интеграции технологий обучения. Системный подход породил много направлений, в которых на основе целой единой понятийной базы изучаются системы различной физической природы. Исходный принцип системного мышления – искусство абстрагироваться от частностей того

**Использование физических величин в дифференциальном и интегральном исчислениях**

| Физическая величина | Использование | |
|---|---|---|
| | Дифференциальное исчисление | Интегральное исчисление |
| $A$ – работа<br>$F$ – переменная сила | $F(x) = A'(x)$ | $A = \int_a^b F(x)\,dx$ |
| $W$ – мощность | $W(t) = A'(t)$ | $A = \int_{t_1}^{t_2} W(t)\,dt$ |
| $m$ – масса стержня<br>ρ – линейная плотность | $\rho(x) = m'(x)$ | $m = \int_a^b \rho(x)\,dx$ |
| $Q$ – количество электричества<br>$I$ – сила тока | $I(t) = Q'(t)$ | $Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)\,dt$ |
| $S$ – путь, пройденный телом<br>$V$ – скорость движения | $V(t) = S'(t)$ | $S = \int_{t_1}^{t_2} V(t)\,dt$ |
| $Q$ – количество теплоты<br>$c$ – теплоемкость | $c(t) = Q'(t)$ | $Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t)\,dt$ |

или иного рассматриваемого предмета, от тех его характеристик, которые кажутся частными и разрозненными, выявляя глубинные между ними связи и закономерности. Системное мышление – это нечто чрезвычайно практическое, это метод, с помощью которого можно выявить определенные закономерности, существенный смысл в ряду событий и явлений.

Единый подход можно использовать при рассмотрении таких тем, как «Определенный интеграл и его приложения», «Дифференциальные уравнения», «Теория поля» и др.

Например, рассмотрение задачи о вычислении площади криволинейной трапеции приводит к понятию интегральных сумм и их пределу, что в свою очередь, приводит к понятию определенного интеграла. По аналогичному принципу ($n$-разбиение отрезка, выбор промежуточных точек, нахождение интегральной суммы и предельный переход) для различных аддитивных функций промежутка, решаются задачи нахождения объема тела вращения, длины дуги кривой, площади поверхности вращения, а также такие физические задачи, как вычисление работы переменной силы, нахождение массы стержня переменной плотности, силы давления жидкости на поверхность и ряд других. Несмотря на разнообразие этих задач, они объединяются одной и той же схемой рассуждений при математическом моделировании и решении. На основе этой общей схемы можно решать задачи на нахождение работы по выкачиванию жидкости из резервуаров различной формы (рис. 1), а также задачи на нахождение силы давления на пластины различной формы (рис. 2), вертикально погруженные в жидкость.

Приведем краткое изложение этой общей схемы. Предположим, что рассматривается некоторая геометрическая (физическая или любая другая) величина $Q$, которая является *аддитивной* функцией промежутка, т. е. величина $Q = Q[a;\ b]$, отнесенная ко всему промежутку $[a;\ b]$, для любого $n$-разбиения $a = x_0 < \ldots < x_{i-1} < x_i < \ldots < x_n = b$ этого промежутка равна сумме величин $Q$, отнесенных к частичным промежуткам:

$$Q[a;b] = \sum_{i=1}^{n} Q[x_{i-1};x_i].$$

Например, величина $Q$ – масса материального стержня $[a;\ b]$ – обладает свойством *аддитивности*: масса всего стержня $[a;\ b]$ равна сумме масс составляющих его частичных стержней.

Введем функцию $Q(x) = Q[a;\ x]$ (величина $Q$ (масса), отнесенная к промежутку $[a;\ x]$), где

$x \in [a; b]$. Обычно в приложениях величина $Q(x)$ имеет плотность:

$$\rho = \rho(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{Q(x+\Delta x) - Q(x)}{\Delta x} = Q'(x),$$

$x \in [a; b]$, т. е. существует производная $Q'(x)$ функции $Q(x)$. Например, в случае массы $\rho(x)$ – *линейная плотность* материального стержня $[a; b]$ в точке $x$. Для вычисления аддитивной величины $Q$ может быть использована следующая общая схема применения определенного интеграла. Осуществляем $n$-разбиение промежутка $[a; b]$:

$$a = x_0 < \cdots < x_{i-1} < x_i < \cdots < x_n = b;$$

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1},$$

где $d_n = \max\limits_{1 \le i \le n} \Delta x_i$ – диаметр разбиения.

Тогда, с одной стороны, интегральная сумма – масса стержня – имеет вид:

$$Q[a;b] \underset{\text{аддитивность}}{=} \sum_{i=1}^{n} Q[x_{i-1}; x_i] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (Q(x_i) - Q(x_{i-1})) \underset{\text{формула Лагранжа}}{=}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} Q'(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) = \sum_{i=1}^{n} \rho(\xi_i)\,\Delta x_i.$$

Таким образом, в случае наличия плотности $\rho(x)$ величина $Q[a; b]$ совпадает, по крайней мере, с одной из интегральных сумм для функции $\rho(x)$ по промежутку $[a; b]$ при этом точки $\xi_i$ заранее неизвестны.

Обычно в таких рассуждениях пишут приближенное равенство и утверждается, что точное равенство получится после перехода к пределу интегральных сумм при $d_n \to 0$, причем подчеркивается, что этот предел не должен зависеть ни от вида разбиения, ни от выбора точек $\xi_i$. Тогда величина $Q[a; b]$ совпадает с соответствующим определенным интегралом:

$$Q[a;b] = \int_a^b \rho(x)dx.$$

Это студентами не понимается или понимается плохо. В нашем подходе $Q[a; b]$, скажем, масса не приближенно, а точно равна некоторой интегральной сумме (с лагранжевыми точками $\xi_i$, и студенту становится понятно, что эта величина – масса стержня – не должна зависеть от способа ее подсчета, т. е. ни от выбора вида разбиения, ни от выбора точек $\xi_i$.

С другой стороны, появляется возможность предложить метод дифференциалов как универсальный в применении определенного интеграла:

$$Q[a;b] = Q(b) - Q(b) =$$

$$= \int_a^b dQ(x),$$

где $dQ(x) = \rho(x)\ dx$ – дифференциал величины $Q = Q(x)$:

$$\Delta Q(x) = Q(x+\Delta x) - Q(x) =$$

$$= Q[x; x+\Delta x] =$$

$$= \rho(x)\Delta x + o(\Delta x) \approx \rho(x)\Delta x.$$

Переходя к дифференциалам, получаем точное равенство:

$$dQ = \rho(x)dx.$$

Окончательно:

$$Q[a;b] = \int_a^b \rho(x)dx.$$

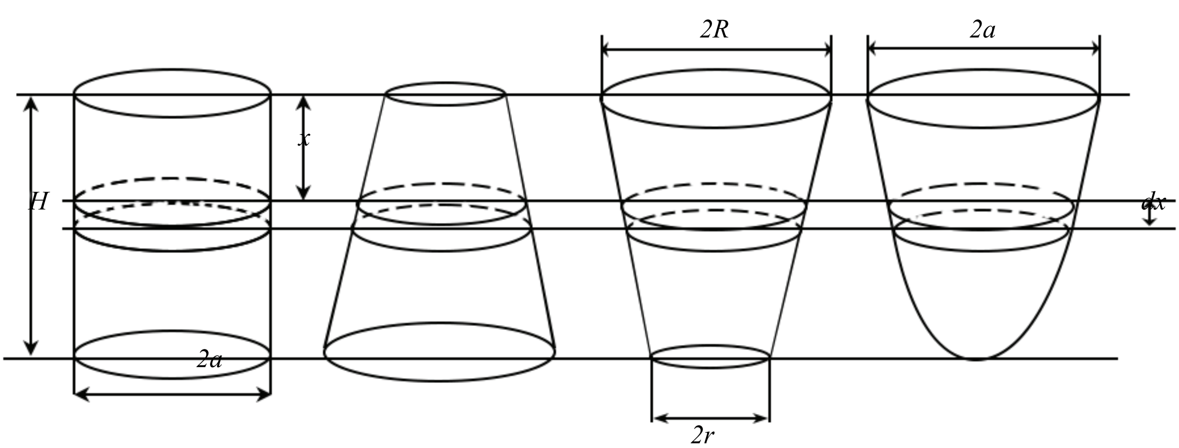


Рис. 1. Резервуары различной формы

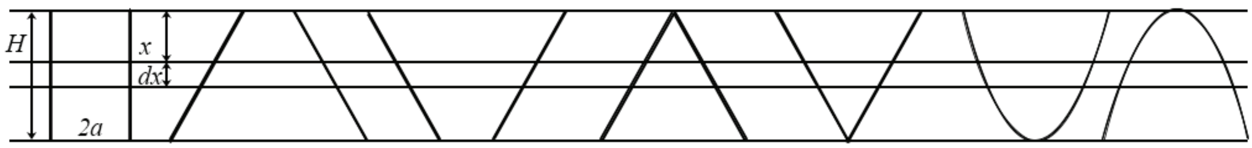


Рис. 2. Пластины различной формы

Проиллюстрируем это на примерах. Требуется найти работу $A$, которую нужно затратить, чтобы выкачать жидкость из сосуда высотой $H$ определенной формы, представленного на рис. 1. Предположим, что этот сосуд имеет форму прямого цилиндра с радиусом основания $2a$ и данной высотой $H$.

Тогда, выделяя элементарный слой жидкости высотой $dx$, получаем элементарную работу как работу, которую нужно затратить, чтобы поднять элементарный слой жидкости на высоту $x$, где $x$ – расстояние от элементарного слоя до верхнего основания сосуда. Пренебрегая бесконечно малыми более высокого порядка малости, находим *дифференциал* работы:

$$dA = gxdm = x\rho gdv = gx\rho(x)S(x)dx =$$
$$= \pi ga^2 x\rho\left(x\right)dx,$$

где $dm$ – масса элементарного слоя; $dv$ – объем элементарного слоя; $\rho = \rho(x)$ – объемная плотность жидкости; $g$ – ускорение свободного падения; $S(x)$ – площадь основания элементарного слоя жидкости. Тогда, интегрируя, получаем выражение для искомой работы:

$$A = \pi ga^2 \int_0^H x\rho(x)\, dx,$$

где в общем случае $\rho = \rho(x)$ может не быть постоянной (допускается зависимость от глубины погружения).

Отметим, что формула (системная)

$$dA = gx\rho(x)S(x)dx$$

является общей для всех типов сосудов и различается лишь подсчетом площади $S(x)$ основания элементарного слоя.

Аналогично можно рассмотреть сосуды различной формы и применить общую схему. Для иллюстрации сказанного уместно рассмотреть сосуды в форме конуса, в том числе усеченного, а также в форме параболоида вращения.

Точно так же уместно применить системный подход к нахождению силы давления на пластины различной формы, погруженные в жидкость так, что их верхние основания (вершины) находятся на поверхности жидкости.

**Заключение.** Изучение и практическое использование системного подхода накладывает определенные особенности на принципы мышления человека и позволяет вырабатывать унифицированные алгоритмы принятия решений в различных областях знаний. При этом мышление приобретает большую логичность, рациональность, системность, улучшается способность решать новые задачи, адаптироваться к работе в новых областях знаний.

### Информация об авторах

**Марченко Владимир Матвеевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: vladimir.marchenko@gmail.com

**Борковская Инна Мечиславовна** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: borkovskaia@gmail.com

**Пыжкова Ольга Николаевна** – кандидат физико-математических наук, заведующая кафедрой высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: olga.pyzhcova@gmail.com

### Information about the authors

**Marchenko Vladimir Matveevich** – DSc (Physics and Mathematics), Professor, the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vladimir.marchenko@gmail.com

**Borkovskaya Inna Mechislavovna** – PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor, the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: borkovskaia@gmail.com

**Pyzhkova Olga Nikolaevna** – PhD (Physics and Mathematics), Head of the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: olga.pyzhcova@gmail.com

*Поступила 09.03.2016*