

УДК 625:539.3

А. П. Лашенко, кандидат технических наук, доцент (БГТУ)

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА ТРАССЫ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ГРАФОВ

В статье дана математическая интерпретация условий дорожного строительства на заболоченных территориях с использованием теории графов. Указанную задачу предложено решать с использованием известного метода Флойда. В статье описана последовательность реализации предлагаемого алгоритма для поставленной задачи.

The author of article proposes the mathematics interpretation of roads construction conditions in bog's covered territories using theory of graphs. The specified task is to be solved applying the well known Floyd's method. The article describes the sequence of proposed algorithm programmed steps to solve the task.

Введение. В настоящее время практика трассирования автомобильных дорог на заболоченных территориях основывается на интуитивном и в лучшем случае двух-, трехвариантном решении переходов через отдельные или наиболее сложные участки болот [1].

Многообразие факторов, влияющих на положение автомобильных лесовозных дорог в плане, создает условия многовариантности, следовательно, получение оптимального варианта трассы автомобильной дороги связано с необходимостью переработки большого объема информации, возможной только с использованием современной вычислительной техники.

В этом случае одним из основных вопросов в рассматриваемой задаче является решение математической аппроксимации местности или разработка цифровой модели территории. Изображение территории в виде, удобном для ввода в память персональных компьютеров для дальнейшей обработки информации и выбора оптимального решения, находит свое отражение в США, Канаде, Бельгии, ФРГ и т. д. [2]. Однако эта задача решается там применительно к описанию поверхности земли, т. е. когда каждую точку местности можно представить в декартовой системе координат (x, y, z) .

В условиях равнинности и заболоченности рассматриваемой территории формализация только рельефа территории оказывается явно недостаточной. В этом случае в какой-то мере можно говорить о «зеркальном» варианте рассматриваемого метода, когда пара чисел (x, y) характеризует положение точки на территории, а z – глубину болота. Отражая количественную характеристику заболоченной территории (размеры, глубину болот), данный метод не отражает его качественной характеристики (вида и состояния торфяных грунтов), существенно влияющей на конструкцию земляного полотна, его объемы, стоимость строительства и в итоге на положение дороги в плане.

Основная часть. Поскольку вычислительные средства обрабатывают только цифровую информацию, условия строительства в каждой

точке территории можно с требуемой степенью точности описать рядом чисел $x, y, n_1, n_2, \dots, n_k$, где x и y координаты данной точки в прямоугольной системе координат; n_1, n_2, \dots, n_k , конечный ряд чисел, характеризующий условия дорожного строительства в данной точке. Так как критерием оценки условий строительства служат приведенные затраты, то конечный ряд чисел представляет в общем виде экономическую функцию:

$$w = f(n_1, n_2, \dots, n_k), \quad (1)$$

где w – приведенные затраты на строительство единицы длины дороги в любой точке рассматриваемой системы координат; n_1, n_2, \dots, n_k – аргументы-характеристики природно-стоимостных факторов применяемой конструкции земляного полотна и дорожной одежды.

В общем виде все аргументы можно представить в виде четырех групп:

$$v = f(n_1, n_2, \dots, n_k); \quad (2)$$

$$c = f(n_{k+1}, n_2, \dots, n_i); \quad (3)$$

$$d = f(n_{i+1}, n_2, \dots, n_m); \quad (4)$$

$$k = f(n_{m+1}, n_2, \dots, n_n); \quad (5)$$

где v – функция оплачиваемых земляных работ; c – функция стоимости выполнения единицы земляных работ; d – некоторая функция, учитывающая достоверность информации об условиях строительства и надежности принятого проектного решения в любой точке системы координат; k – функция стоимости строительства дорожной одежды. Тогда исходную функцию (1) можно представить в виде

$$w = f(v, c, d, k). \quad (6)$$

Поскольку параметры земляного полотна на болотах относительно постоянны, объем оплачиваемых земляных работ в каждой точке цифровой модели становится функцией двух переменных: типа местности и вида примененной конструкции земляного полотна.

Стоимость выполнения единицы оплачиваемых земляных работ – функция (3) склады-

вается из затрат на выторфовывание и затрат, связанных с отсыпкой земляного полотна. Стоимость 1 м³ грунта в земляном полотне зависит от его вида, метода разработки и дальности транспортирования из карьера, сопутствующих работ при отсыпке насыпи. Их можно разбить на две группы: переменные, зависящие от взаимного положения на территории месторождения, места строительства дороги и карьера грунта (дальность возки и объемный вес грунта); постоянные, не зависящие от места строительства дороги на территории (метод разработки грунта в карьере и комплекс сопутствующих работ при его отсыпке в насыпь).

В результате изменения стоимость единицы земляных работ при отсыпке насыпи выражается следующей зависимостью:

$$c_1 = \alpha + \operatorname{tg}(\beta)(l - m), \quad (7)$$

где c_1 – стоимость земляных работ при отсыпке насыпи; α – коэффициент, учитывающий стоимость разработки, погрузки грунта в карьере, транспортировки его на 1 км и стоимость всех сопутствующих работ; $\operatorname{tg}(\beta)$ – коэффициент, учитывающий изменение стоимости грунта в зависимости от его объемного веса и дальности транспортировки; l – дальность возки грунта; m – коэффициент, зависящий от дальности возки грунта.

Будем считать, что строительство земляного полотна ведется из песчаных карьеров, разрабатываемых экскаваторами с погрузкой на автотранспорт, либо гидронамывом (с пойм рек) в штабеля с последующей погрузкой экскаватором на автотранспорт.

Поскольку цифровая модель представляет собой координатную сетку, то дальность транспортирования грунта от карьера до любой точки территории можно определять из уравнения расстояний между двумя точками на координатной плоскости:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (8)$$

где x_1, y_1 – координаты любой точки на цифровой модели; x_2, y_2 – координаты любого карьера на цифровой модели. Учитывая, что выторфовывание и его стоимость с частичной отвозкой на 1 км являются величиной постоянной (в пределах сложившегося ценообразования), в общем виде можно представить следующим образом:

$$c = \alpha + \operatorname{tg}(\beta)(l - m) + d_2, \quad (9)$$

где d_2 – стоимость выторфовывания.

При наличии нескольких карьеров на территории месторождения в каждой точке цифровой модели принимается грунт того карьера, для которого c будет минимальна.

Функцию (4) можно выразить через функцию (2) путем ввода понижающего или повышающего коэффициента к объемам земляных работ.

$$d = \eta v, \quad (10)$$

где η – коэффициент, учитывающий надежность работы земляного полотна и достоверность исходной информации.

Стоимость строительства дорожной одежды практически не зависит от положения дороги на территории. В связи с этим она может быть принята постоянной. Таким образом, стоимостный функционал (целевая функция) (1) в каждом узле цифровой модели будет иметь вид

$$c = \eta \{v_1[\alpha + \operatorname{tg}(\beta)(l - m)] + v_2 d_2\} + k, \quad (11)$$

где v_1 – объем грунта насыпи для строительства земляного полотна; v_2 – объем выторфовывания; k – стоимость строительства дорожной одежды. Проведенная стоимостная оценка дорожного строительства применительно к любой точке рассматриваемой территории позволяет перейти к созданию цифровой модели местности. Построение цифровой модели основано на фиксировании точек, характеризующихся стоимостным функционалом (11), по всей рассматриваемой территории. Фиксирование точек состоит в создании их совокупности, распределенных по территории в декартовой системе координат. Таким образом, для случая равномерной плотности точек по территории цифровая модель представляет координатную сетку, где каждый узел ее (точка, вершины графа) несет всю полноту информации об условиях строительства дорог.

Выполненная типизация торфяных грунтов, болот и дорожных конструкций позволяет разделить всю территорию на некоторое количество категорий местности по условиям дорожного строительства, каждая из которых описывается разработанным стоимостным функционалом с соответствующими значениями входящих в него коэффициентов. Таким образом, характеристикой территории в каждом узле координатной сетки будет категория местности по условиям дорожного строительства.

Работа по созданию цифровой модели проводится в два этапа.

Первый этап заключается в построении инженерно-геологической карты. Работа выполняется по материалам аэрофотосъемки с использованием материалов инженерно-геологической съемки территории. Кроме того, производится накладка на исследуемую территорию изысканных и построенных трасс автомобильных дорог. Результатом первого этапа является карта категорий местности по условиям дорожного строительства.

Второй этап основан на построении цифровой модели по уже имеющейся карте категорий местности.

Для упрощения ввода в память компьютера цифровой модели карьеров и корреспондирующих пунктов вместо двух координат каждой узловой точки координатной сетки присваивают порядковый номер (номер вершины графа). Порядковый номер или адрес точки обуславливается путем заданной системы обхода координатной сетки и находится из выражения

$$q = (n + 1)x + y, \quad (12)$$

где q – порядковый номер любого узла координатной сетки (номер вершины графа); n – число делений на оси ординат; x, y – координаты любой точки координатной сетки.

Порядок обхода координатной сетки принят снизу вверх по каждой ординате и слева направо по оси абсцисс.

Математическая постановка для разработки алгоритма рассматриваемой задачи сводится к следующим инструкциям.

1. Территория представляется в форме координатной сетки размерностью $m \times n$. Каждому узлу сетки соответствует стоимостный функционал (11), характеризующий стоимость строительства одного километра дороги в данном узле сетки. Из данной сетки можно получить нумерованный граф, соединив ребрами вершины, расположенные на сторонах и диагоналях квадратов сетки.

2. Каждому ребру полученного графа можно соотнести стоимость z_{ij} строительства дороги между i и j узлами координатной сетки, равную среднему арифметическому от стоимости единицы длины дороги в этих узлах, умноженному на расстояние между ними:

$$z_{ij} = \frac{z_i + z_j}{2} l_{ij}, \quad (13)$$

где z_{ij} – стоимость строительства дороги вдоль ребра графа между i и j узлами сетки; z_i, z_j – стоимость строительства одного километра дороги в i и j узлах сетки; l_{ij} – расстояние между i и j узлами сетки.

3. Решение задачи заключается в нахождении на заданной координатной сетке пути с минимальной стоимостью приведенных затрат на строительство дороги между корреспондирующими пунктами A и B .

Процесс работы алгоритма основан на опделении стоимости строительства трассы от каждого из узлов сетки до начала дороги (корреспондирующего пункта A). В качестве вспомогательных узлов величин используются две

функции, заданные на множестве всех узлов цифровой модели:

- $a(x)$ – нижняя граница стоимости строительства дороги из A в x ;
- $b(x)$ – узел, предшествующий x и лежащий на кратчайшем пути из A в x .

Множество всех узлов цифровой модели разбивается на два подмножества:

- $\{U\}$ – множество непройденных узлов. Если $x \in \{U\}$, то минимальная стоимость строительства из A в x не найдена;
- $\{P\}$ – множество пройденных узлов. Если $x \in \{P\}$, то кратчайший путь из A в x найден.

Первоначально полагаем $a(A) = 0, a(x) = \infty$ для $x \neq A$ и считаем, что $\{U\}$ содержит все узлы.

Основные шаги в алгоритме:

- пусть x – узел из $\{U\}$ такой, что $a(x) = \min(a(y), y \in \{U\})$;
- если x совпадает с B , то $a(B)$ – минимальная стоимость строительства дороги из A в B и последовательность (маршрут) $(A, \dots, b, (b(B)), b(B), B)$ есть трасса дороги. Конец вычислений;
- если x не совпадает с B , то исключаем x из $\{U\}$ и помещаем в $\{P\}$;
- для всех $y \in \{A(x)\} \cap \{U\}$ полагаем $a(y) = a(x) + P(x, y)$ и $b(y) = x$, если $a(y) > a(x) + P(x, y)$. Затем возвращаемся к шагу 1.

Для решения этой задачи и реализации представленного алгоритма была составлена совместно с Клименок А. В. программа для ЭВМ ЕС-1020 на языке программирования Fortran (1982 г.). Проведенные отладочные контрольные расчеты подтверждают возможность его практического применения в дорожном проектировании. К недостаткам следует отнести огромное затраченное машинное время – около двух часов при задании формы координатной сетки размерностью 25×25 .

Заключение. В настоящее время для реализации представленного алгоритма составлена программа на языке программирования Pascal, что позволяет увеличить объем информации (количество вершин) при использовании структурных переменных. Например, при запуске программы с контрольными расчетами и координатной сеткой размерностью 250×250 затраченное машинное время исчисляется в секундах, что дает возможность использовать этот метод в дорожном проектировании.

Литература

1. Бабков, В. Ф. Проектирование автомобильных дорог: учебник / В. Ф. Бабков, О. В. Андреев. – М.: Транспорт, 1979. – 367 с.
2. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М.: Мир, 1973. – 262 с.

Поступила 03.03.2011