

УДК 621.926

П. Е. Вайтехович, Д. Н. Боровский, Е. О. Ильяшенко, С. А. Герасимчик
Белорусский государственный технологический университет

МЕТОД РАСЧЕТА РАДИАЛЬНЫХ И ОКРУЖНЫХ НАГРУЗОК ПРИ ЗУБЧАТОМ ПРИВОДЕ ПЛАНЕТАРНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Рассмотрены вопросы, связанные с определением динамических нагрузок, возникающих в подвижных узлах планетарной мельницы с шестеренчатым приводом. Выполнен анализ влияния конструктивных и технологических параметров на их величину. Для проведения исследования была выбрана горизонтальная планетарная мельница с внешней обкаткой помольных барабанов. Так как на характер движения загрузки в помольных барабанах планетарной мельницы большое влияние оказывают геометрические параметры отдельных узлов агрегата, были введены геометрические критерии, отражающие соотношение между этими параметрами. В ходе силового расчета привода планетарной мельницы определены инерционные силы, оказывающие существенное влияние на движение. С учетом принципа Даламбера составлены уравнения кинестатики. Из этих уравнений получены выражения для определения окружной составляющей силы зацепления и реакции на оси барабана. Апробация методики расчета этих сил проводилась на планетарной мельнице с размерами реального промышленного объекта. В ходе расчета варьировались такие параметры, как угловая скорость водила, соотношение геометрических параметров и степень загрузки барабанов. Изменения искомых параметров анализировались на протяжении одного полного оборота водила. Произведя оценку полученных результатов, можно отметить, что изменение опорной реакции и окружной силы происходит по косинусоидальному закону в небольшом диапазоне. Также установлено, что увеличение угловой скорости и коэффициента загрузки приводит к значительному повышению динамических нагрузок. Общим итогом аналитических исследований является разработка метода расчета динамических нагрузок на опорные узлы планетарной мельницы с учетом влияния максимального количества параметров.

Ключевые слова: планетарная мельница, частота вращения, загрузка мельницы, инерционные силы, зубчатый привод, динамические нагрузки, реакция опоры, окружная сила.

P. Ye. Vaitekhovich, D. N. Borowskiy, E. O. Ilyashenko, S. A. Gerasimchik
Belarusian State Technological University

THE METHOD OF CALCULATION OF RADIAL AND CIRCUMFERENTIAL LOADS IN A GEAR DRIVE OF PLANETARY MILL

The issues associated with the determination of dynamic loads encountered in moving the nodes of the planetary mill with gear drive. The analysis of influence of constructive and technological parameters on their size. To conduct the study was selected horizontal planetary mill with external running of the grinding drums. As traffic load in the grinding drums, planetary ball mills are largely influenced by geometric parameters of individual units was introduced geometric criteria reflecting the correlation between these parameters. Ho de the power calculation drive planetary mill was determined as the inertial force of an eye-Sabaudia a significant impact on the movement. Taking into account the principle of d'alembert the equations terms of kinetostatical. From these equations the expressions for determining the circumferential force component of engagement and reaction on the axis of the drum. Approbation of the methods of calculation of these forces was carried out in a planetary mill with dimensions of a real industrial object. In the course of computation varied parameters such as the angular velocity of the carrier, the ratio of geometric parameters and the degree of loading of the reels. Change the desired parameters of the analysis were zeroality for one full revolution of the carrier. Having evaluated the received re-of results, it can be noted that the change in support reactions and the circumferential force occurs at the cosine law in a small range. It is also established that the increase of angular velocity and load factor leads to a significant increase of dynamic loads. The overall outcome of the analytical studies is to develop a method of calculating the dynamic loads on the bearings of the planetary mill with the influence of the maximum number of parameters.

Key words: planetary mill speed, mill load, inertial forces, gear drive, dynamic loads, reaction support, ring power.

Введение. Более десятка лет авторы данной работы занимаются исследованием планетарных мельниц, что подтверждается монографией [1]

одного из них, а также многочисленными публикациями [2–5]. Вначале исследовалось движение одиночного мелющего тела [1–2]. Были

определены режимы движения, установлено влияние конструктивных и технологических параметров на величину инерционных сил, действующих на тело. В дальнейшем учтено влияние конструктивных и технологических параметров на характер перемещения элементов загрузки [3–4]. Исследование кинематики и динамики движения мелющих тел позволило определить весь комплекс нагрузок, действующих на измельчаемый материал с их стороны. А это в свою очередь обеспечило возможность приступить к составлению модели разрушения материала в планетарной мельнице [5]. Такая модель была разработана, апробирована и показала хорошую сходимость расчетных и экспериментальных данных.

После проведенных аналитических и экспериментальных исследований встал вопрос о создании промышленного образца планетарной мельницы. На этом этапе наиболее важным является выбор оптимальной схемы привода и разработка методов его расчета. Работа в этом направлении уже начата. Был предложен метод определения динамических нагрузок при ременном приводе [6] и дан анализ влияния различных факторов на их величину. Очевидно, что невысокий коэффициент полезного действия ременных передач всегда ограничивает возможность их использования. Кроме того, у планетарных мельниц нагрузки изменяются в широком диапазоне, даже на протяжении одного оборота. Это в еще большей степени снижает надежность и так не долговечного ременного привода.

Основная часть. Указанные выше недостатки переориентировали авторов на исследование зубчатого привода планетарных мельниц. Да, он более сложен в изготовлении и эксплуатации, но в нем полностью устранены проблемы ременного привода.

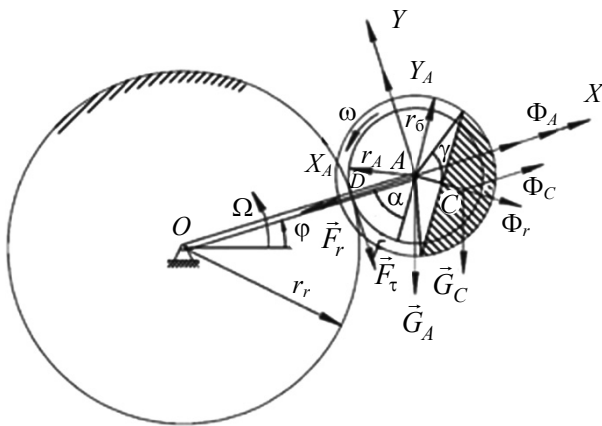


Рис. 1. Расчетная схема

Для исследования принята зубчатая передача, представляющая собой шестерню, установ-

ленную соосно с размольным барабаном и обкатываемую по наружной поверхности неподвижного зубчатого колеса (рис. 1). Обкатка осуществляется с помощью водила, соединяющего оси барабана и неподвижного колеса.

Согласно схеме на рис. 1, с использованием принципа Даламбера составлены уравнения кинестатики:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \\ \Phi_A + \Phi_C + \Phi_r \cdot \sin \alpha - (G_A + G_C) \cdot \sin \varphi - \\ - F_\tau \cdot \operatorname{tg} \alpha_W - X_A = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0, \\ -\Phi_r \cdot \cos \alpha - (G_A + G_C) \cdot \cos \varphi - F_\tau + Y_A = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_A (\bar{F}_k) = 0, \\ \Phi_C \cdot l_{AC} \cdot \cos \alpha - G_C \cdot l_{AC} \cdot \sin \varphi + F_\tau \cdot r_A = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где G_A и G_C – вес барабана и загрузки соответственно; Φ_A – инерционная сила от массы барабана; Φ_C и Φ_r – переносная и относительная силы инерции загрузки соответственно; F_r и F_τ – окружная и радиальная силы соответственно; X_A и Y_A – проекции реакций связи на соответствующие оси координат; α – угол, на который сегмент загрузки отстает от водила; φ – угол поворота водила; ω и Ω – угловые скорости барабана и водила соответственно; α_W – угол зацепления; l_{AC} – расстояние от центра барабана до центра тяжести загрузки; r_A – радиус шестерни.

Стандартный угол для эвольвентного зацепления $\alpha_W = 20^\circ$ [7].

Расстояние l_{AC} рассчитывается по формуле [8]:

$$l_{AC} = \frac{4 \cdot r_6 \cdot (\sin \gamma)^3}{3 \cdot (2 \cdot \gamma - \sin 2\gamma)}, \quad (2)$$

где γ – половина угла сектора, который ограничивает сегмент загрузки.

Угол α , определяющий положение загрузки в барабане мельницы, составляет $40\text{--}60^\circ$ [9].

Из системы уравнений (1) можно определить силы в зацеплении:

– окружную

$$F_\tau = \frac{1}{r_A} \cdot (G_C \cdot l_{AC} \cdot \sin \varphi - \Phi_C \cdot l_{AC} \cdot \cos \alpha); \quad (3)$$

– радиальную:

$$F_r = F_\tau \cdot \operatorname{tg} \alpha_W. \quad (4)$$

Эти силы используются при расчете зубчатых колес на усталость.

По уравнениям (1) определяются составляющие нормальной реакции связи:

$$X_A = \Phi_A + \Phi_C + \Phi_r \cdot \sin \alpha - (G_A + G_C) \cdot \sin \varphi - F_\tau \cdot \operatorname{tg} \alpha_w; \quad (5)$$

$$Y_A = \Phi_r \cdot \cos \alpha + (G_A + G_C) \cdot \cos \varphi + F_\tau. \quad (6)$$

Искомой величиной будет опорная реакция на оси барабана:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}. \quad (7)$$

По величине этой реакции вычисляется динамическая грузоподъемность и подбираются подшипники для опорных узлов.

Из приведенных формул (3)–(7) видно, что их использование возможно при предварительном расчете сил тяжести G_A и G_C и инерционных сил Φ_A , Φ_C и Φ_r . Силы инерции определяются по следующим формулам:

$$\Phi_A = m_A \cdot a_A = m_A \cdot \Omega^2 \cdot (r_n + r_A); \quad (8)$$

$$\Phi_C = m_3 \cdot \Omega^2 \cdot (r_n + r_A); \quad (9)$$

$$\Phi_r = m_3 \cdot \omega^2 \cdot l_{AC}. \quad (10)$$

Причем масса барабана рассчитывалась как суммарная масса боковых стенок с крышками и шестернями. При расчете массы загрузки m_3 учитывалась доля стальных шаров и измельчаемого материала. Соотношение угловых скоростей барабана ω и водила Ω находилось по зависимости для внешней обкатки, полученной нами ранее [1]:

$$\omega = \Omega \cdot \frac{1+k}{k}. \quad (11)$$

Описанный выше алгоритм был реализован при расчете промышленного образца планетарной мельницы с диаметром барабана 0,2 м ($r_6 = 0,1$ м) и длиной 1 м. В качестве варьируемых параметров принимались угловая скорость водила $\Omega = 30\text{--}80$ рад/с и угол его поворота $\varphi = 0\text{--}360^\circ$. Основным расчетным параметром являлась опорная реакция R_A , дополнительным – окружная сила F_τ . Влияние степени загрузки помольных барабанов на характер изменения опорной реакции оценивали коэффициентом загрузки K_3 :

$$K_3 = \frac{S_c}{S_6} = \frac{0,5 \cdot r_6^2 \cdot (2 \cdot \gamma - \sin \gamma)}{\pi \cdot r_6^2}, \quad (12)$$

где S_c и S_6 – площадь сегмента и поперечного сечения барабана соответственно.

Возможные изменения геометрических размеров привода учитывались геометрическими критериями. Причем в данной работе при их назначении мы придерживались того же принципа, что и при изучении механики мелюшей загрузки [1–4].

В результате первый из критериев, характеризующий соотношение размеров зубчатых колес, представлен в виде

$$k = \frac{r_A}{l_{OA} - r_A} = \frac{r_A}{r_n}. \quad (13)$$

Второй геометрический критерий устанавливает соотношение между размерами барабана и приводной шестерни:

$$b = \frac{r_6}{r_A}. \quad (14)$$

Результаты расчетов показали, что при фиксированных значениях геометрических критериев $k = 0,4$, $b = 1,0$, постоянных коэффициентов загрузки $K_3 = 0,5$ и скорости водила $\Omega = 30$ рад/с реакция на протяжении одного оборота водила изменяется по косинусоидальному закону, но амплитуда ее изменения, как и при ременном приводе [6], не очень велика. Максимальное значение $R_A = 614$ кН достигается в диапазоне изменения угла поворота водила $\varphi = 270\text{--}300^\circ$ (рис. 2).



Рис. 2. Зависимость изменения величины опорной реакции от угла поворота водила

Аналогичным образом изменяется реакция связи и при других значениях угловой скорости. Но ее увеличение приводит к значительному повышению величины опорной реакции (рис. 3).



Рис. 3. Зависимость изменения величины опорной реакции от угловой скорости водила

К такому же повышению приводит и увеличение степени загрузки барабана до $K_3 \leq 0,5$ (рис. 4). При дальнейшем ее увеличении значение опорной реакции стабилизируется прежде всего за счет уменьшения расстояния l_{AC} .

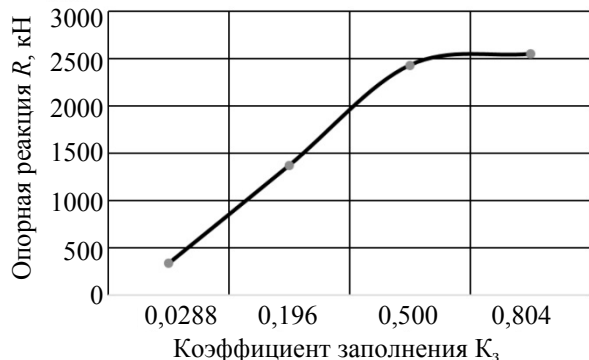


Рис. 4. Зависимость изменения величины опорной реакции от коэффициента заполнения

Следует отметить, что оба предыдущих графика построены по максимальным значениям нормальной реакции при угле поворота водила $\varphi = 300^\circ$.

Повышение величины опорной реакции в зависимости от двух проанализированных параметров вполне объяснимо. Во-первых, увеличивается масса загрузки, а соответственно, сила тяжести G_C и инерционные силы Φ_C и Φ_r , во-вторых, все инерционные силы значительно возрастают при повышении угловой скорости.

Что касается влияния геометрических критериев на величину опорной реакции, то здесь закономерности несколько иные.

При фиксированном значении критерия $b = 1,0$, что соответствует равенству диаметров барабана и приводной шестерни, повышение критерия k возможно за счет уменьшения диаметра подвижного колеса, т. е. радиуса r_n . При этом уменьшается длина водила ($r_n + r_A$). Естественно, что снижаются значения инерционных сил Φ_C и Φ_A , которые существенно влияют на величину опорной реакции, уменьшая ее. Правда, одновременно с этим, согласно формуле (11), повышается угловая скорость барабана ω и вместе с ней инерционная сила Φ_r . Но при малых значениях критерия $k \leq 0,2$ его влияние на угловую скорость барабана и указанную инерционную силу не очень существенно. По этой причине опорная реакция в указанном диапазоне резко снижается (рис. 5).

В дальнейшем это влияние усиливается и величина опорной реакции стабилизируется.

Увеличение геометрического критерия b при фиксированных диаметре барабана (r_6) и критерии $k = 0,4$ равнозначно уменьшению диаметра приводной шестерни (r_A), а соответ-

венно, и длины водила ($r_n + r_A$). А все это в совокупности приводит к почти линейному уменьшению опорной реакции (рис. 6).

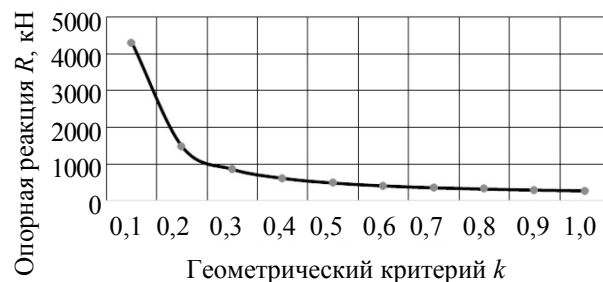


Рис. 5. Зависимость изменения величины опорной реакции от величины геометрического критерия k

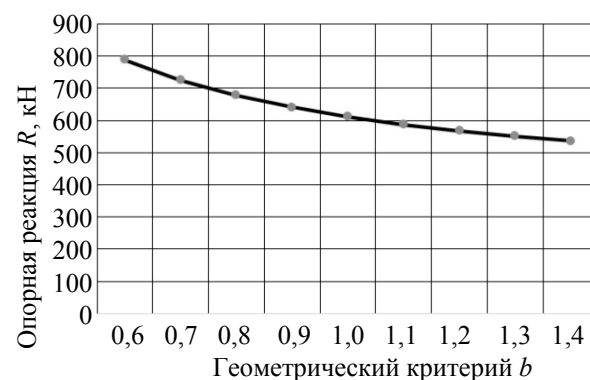


Рис. 6. Зависимость изменения величины опорной реакции от величины геометрического критерия b

Кроме того, была рассчитана тангенциальная сила F_τ и построена ее зависимость от угла поворота водила на протяжении полного оборота (рис. 7).

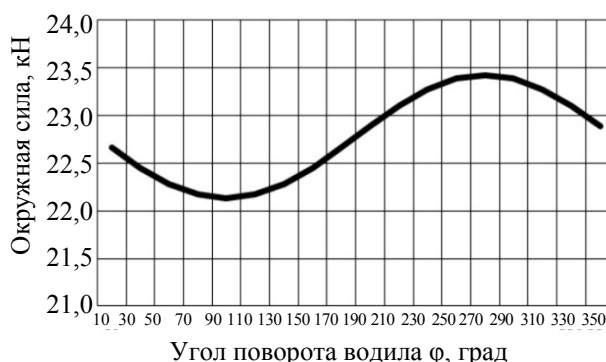


Рис. 7. Зависимость изменения величины окружной силы от угла поворота водила

По полученной зависимости можно сказать, что характер изменения тангенциальной силы аналогичен изменению опорной реакции. Однако ее величина значительно меньше.

Заключение. В данной работе предложен алгоритм расчета зубчатого привода планетарной мельницы на основе расчетной схемы, в которой учтены силы тяжести размольного барабана, приводной шестерни и загрузки, а также силы инерции. В качестве определяемых параметров приняты опорная реакция на оси барабана и окружная сила в зубчатом зацеплении. Для определения этих сил составлена система уравнений кинестатики, в результате решения которой получены расчетные зависимости.

Реализация составленного алгоритма позволила провести анализ изменения опорной реак-

ции и окружной составляющей силы зацепления от угла поворота водила, его угловой скорости, степени заполнения размольного барабана и ряда геометрических параметров. Опорная реакция является основным параметром для расчета динамической грузоподъемности при выборе подшипников, а окружная сила – при расчете на выносливость зубчатого зацепления. Методика расчета прошла апробацию на реальном промышленном объекте. Ее можно рекомендовать для оптимизации конструктивных элементов шестеренчатого привода планетарных мельниц.

Литература

1. Вайтехович П. Е. Интенсификация и моделирование процессов диспергирования в поле инерционных сил. Минск: БГТУ, 2008. 220 с.
2. Вайтехович П. Е., Семененко Д. В., Юхневич Д. В. Специфика движения мелющих тел в вертикальной планетарной мельнице // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2009. С. 7–10.
3. Вайтехович П. Е., Семененко Д. В., Хвесько Г. М. Анализ моделей относительного движения мелющих тел в планетарной мельнице // Труды БГТУ. Сер. III, Химия и технология неорган. в-в. 2010. Вып. XVIII. С. 167–171.
4. Вайтехович П. Е., Семененко Д. В. Влияние взаимодействия между мелющими телами на характер их движения в планетарной мельнице // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2010. № 9. С. 13–15.
5. Вайтехович П. Е., Хвесько Г. М., Козлов П. С. Эффективность разрушающего воздействия мелющих тел в горизонтальной планетарной мельнице // Труды БГТУ. 2013. № 3: Химия и технология неорган. в-в. С. 182–187.
6. Вайтехович П. Е., Хвесько Г. М., Боровский Д. Н. Определение динамических нагрузок на опорные узлы при ременном приводе планетарной мельницы // Труды БГТУ. 2016. № 3: Химия и технология неорган. в-в. С. 121–126.
7. Детали машин и основы конструирования / А. Ф. Дулевич [и др.]. Минск: БГТУ, 2006. 219 с.
8. Звавич Л. И., Рязановский А. Р. Геометрия: справ. пособие. М.: Дрофа, 2002. 128 с.
9. Ким Б. Г. Определение положения помольной среды в планетарной мельнице при каскадном режиме // Изв. вузов. Горный журнал. 1976. № 1. С. 149–153.

References

1. Vaytekovich P. Ye. *Intensifikatsiya i modelirovaniye protsessov dispergirovaniya v pole inertsiyonnykh sil* [Intensification and modeling of dispersion in the field of inertial forces]. Minsk, BGTU Publ., 2008. 220 p.
2. Vaytekovich P. Ye., Semenenko D. V., Yukhnevich D. V. Specifics of the motion of grinding bodies in vertical planetary stranded-nice. *Khimicheskoye i neftegazovoye mashinostroeniye* [Chemical and petroleum engineering], 2009, pp. 7–10 (In Russian).
3. Vaytekovich P. Ye., Semenenko D. V., Khves'ko G. M. The analysis models the relative motion of grinding bodies in a planetary mill. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], series III, Chemistry and Technology of Inorganic Substances, 2010, issue XVIII, pp. 167–171 (In Russian).
4. Vaytekovich P. Ye., Semenenko D. V. Effect of interaction between grinding bodies the character of their motion in a planetary mill. *Khimicheskoye i neftegazovoye mashinostroeniye* [Chemical and petroleum engineering], 2010, no. 9, pp. 13–15 (In Russian).
5. Vaytekovich P. Ye., Khves'ko G. M., Kozlov P. S. The effectiveness of the damaging effects of grinding bodies in a horizontal rest a planetary mill. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2013, no. 3: Chemistry and Technology of Inorganic Substances, pp. 182–187 (In Russian).
6. Vaytekovich P. Ye., Khves'ko G. M., Borovskiy D. N. Determination of dynamic loads on the bearings in the belt drive planetary mill. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2016, no. 3: Chemistry and Technology of Inorganic Substances, pp. 121–126 (In Russian).
7. Dulevich A. F., Osoko S. A., Los' A. M., Tsaruk F. F. *Detali mashin i osnovy konstruirovaniya* [Machine parts and design principles]. Minsk, BGTU Publ., 2006. 219 p.
8. Zvavich L. I., Ryazanovskiy A. R. *Geometriya* [Geometry]. Moscow, Drofa Publ., 2012. 128 p.

9. Kim B. G. Determination of the position of the grinding environment in a planetary mill at CAS-cascade mode. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal* [Higher education. Mining journal], 1976, no. 1, pp. 149–153 (In Russian).

Информация об авторах

Вайтехович Петр Евгеньевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой машин и аппаратов химических и силикатных производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: vpe51@mail.ru

Боровский Денис Николаевич – кандидат технических наук, ассистент кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: dzianis23@rambler.ru

Ильяшенко Егор Олегович – магистр технических наук, аспирант кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: ilyashenko@tut.by

Герасимчик Сергей Анатольевич – студент 5-го курса факультета химической технологии и техники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: elf01@tut.by

Information about the authors

Vaytekhovich Petr Yevgen'yevich – DSc (Engineering), Professor, Head of the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vpe51@mail.ru

Borovskiy Denis Nikolaevich – PhD (Engineering), assistant lecturer, the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: dzi-anis23@rambler.ru

Ilyashenko Egor Olegovich – Master of Engineering, PhD student, the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ilyashenko@tut.by

Gerasimchik Sergey Anatol'yevich – student of 5th course of Chemical Technology and Engineering Faculty. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: elf01@tut.by

Поступила 15.11.2016