

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра механики материалов и конструкций**

## **МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ**

**Программа, методические указания и контрольные  
задания для студентов механических и технологических  
специальностей заочной формы обучения**

Минск 2010

УДК 621.01+531.8(075.4)

ББК 30.12 я73

М55

Рассмотрены и рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета.

Составители:

*А. В. Дорожко; А. Э. Левданский; Д. И. Чиркун; А. В. Ширко*

Рецензент

доцент кафедры деталей машин и подъемно-транспортных устройств

*А. Ф. Дулевич*

По тематическому плану изданий учебно-методической литературы университета на 2010 год. Поз. 151.

Для студентов механических и технологических специальностей заочной формы обучения.

© УО «Белорусский государственный  
технологический университет», 2010

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Механика материалов» относится к числу общетехнических и предназначена для студентов механических и технологических специальностей вуза.

**Цель дисциплины:** научить будущего инженера правильно выбирать конструкционные материалы, формы и размеры элементов конструкций, работающих в сложных эксплуатационных условиях под действием статических и динамических нагрузок, с учетом температурного воздействия и длительности эксплуатации.

**Задача дисциплины:** научить студентов выбирать расчетные схемы реальных конструкций и производить расчет типовых элементов на прочность, жесткость и устойчивость, сравнивать варианты исполнения и по заданным параметрам на основе анализа получать оптимальное решение.

Программой предусматривается лабораторный практикум, способствующий активному усвоению теоретического материала, а также дающий навыки определения механических свойств материалов, экспериментального исследования напряженного и деформированного состояния элементов конструкций.

В дисциплине «Механика материалов» рассматриваются основные методы прочностных расчетов, используемые в курсе «Детали машин», а также в специальных дисциплинах.

Предлагаемые задачи по основным разделам курса «Механика материалов» позволяют студентам отработать навыки расчета и проектирования элементов основных типовых конструкций.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1. Основные понятия механики материалов

### *1.1.1. Задачи механики материалов*

Предмет курса «Механика материалов», его место и значение для подготовки инженерных работников.

Прочность, жесткость и устойчивость как составные части механической надежности элементов конструкций. Механика материалов как раздел механики деформируемого твердого тела. Основные гипотезы о свойствах конструкционных материалов и характере деформаций. Упругость и пластичность. Внешние силы и их классификация.

### *1.1.2. Внутренние силы и напряжения. Эпюры*

Метод сечений. Внутренние силы. Разрушение твердых тел. Общие понятия о напряжениях и деформациях. Реальная конструкция и ее расчетная схема. Стержни, пластины и оболочки. Понятие о внутренних силовых факторах. Построение эпюр внутренних силовых факторов.

## 1.2. Расчеты на растяжение или сжатие

### *1.2.1. Виды деформаций, закон Гука*

Продольные и поперечные деформации. Закон Гука. Модуль упругости, коэффициент Пуассона. Определение осевых перемещений сечений. Жесткость стержня при растяжении и сжатии. Потенциальная энергия упругой деформации.

### *1.2.2. Расчеты на прочность*

Напряжения в поперечных сечениях стержня. Условие прочности. Элементы конструкций, работающие на растяжение и сжатие. Стержни и стержневые системы. Принцип независимости действия сил и условия его применимости.

### *1.2.3. Расчет статически неопределимых систем*

Понятие о статически неопределимых системах. Расчет степени статической неопределимости. Метод сравнения деформаций.

### *1.2.4. Температурные и монтажные напряжения*

Особенности систем, в которых возникают температурные и монтажные напряжения. Основные принципы и методы составления уравнений совместности деформаций.

### **1.3. Механические характеристики конструкционных материалов, тензометрия**

#### *1.3.1. Основные характеристики прочности, пластичности и жесткости. Диаграммы деформирования*

Общие требования к конструкционным материалам. Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали и ее характерные параметры. Разгрузка и повторное нагружение. Понятие об упрочнении. Пластическое и хрупкое разрушение материала. Характеристики прочности и пластичности. Диаграммы растяжения и сжатия различных материалов. Понятие об изотропных и анизотропных материалах. Влияние температурного поля на механические свойства материалов.

#### *1.3.2. Определение допускаемых напряжений*

Понятие о допускаемом напряжении. Методы определения опасного напряжения для различных типов материалов. Коэффициент запаса прочности и принципы его выбора.

#### *1.3.3. Назначение и методы тензометрии*

Понятие о тензометрии. Типы тензометров. Фольговые и полупроводниковые тензорезисторы.

### **1.4. Теория напряженного и деформированного состояния**

#### *1.4.1. Виды напряженно-деформированного состояния*

Понятие о напряженном состоянии в точке и его видах. Составляющие напряжений и их обозначение. Закон Гука при сдвиге. Связь между постоянными упругости изотропного тела. Понятие о деформированном состоянии в точке. Обобщенный закон Гука. Удельная энергия изменения объема и удельная энергия изменения формы.

#### *1.4.2. Главные площадки и главные напряжения*

Определение положения главных площадок. Расчет экстремальных нормальных и касательных напряжений. Инварианты напряженного состояния.

### **1.5. Основные теории прочности. Надежность конструкции**

#### *1.5.1. Эквивалентное напряжение*

Назначение гипотез прочности и их формулировка. Понятие о равноопасных напряженных состояниях. Эквивалентное напряжение.

### *1.5.2. Гипотезы прочности и пластичности*

Гипотезы прочности пластичного материала. Критерии наибольших касательных напряжений и энергии изменения формы. Сопоставление критериев с опытными данными. Критерий хрупкого разрушения (критерий Мора).

Связь между надежностью и экономичностью. Предельные состояния. Выбор предельного состояния в зависимости от свойств материала, условий работы и назначения конструкции. Расчет по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам. Коэффициенты запаса. Три рода задач при расчете на прочность: проверка прочности, подбор сечений и определение допускаемой нагрузки. Понятие о рациональных и оптимальных конструкциях. Принцип равнопрочности при проектировании конструкций.

### *1.5.3. Надежность конструкций*

Связь механики разрушения с физикой твердого тела. Разрушение материала в конструкции. Механизм вязкого и хрупкого разрушения.

Общие представления о поведении материала за пределами упругости. Уругопластические деформации статически определимых и статически неопределимых систем, работающих на растяжение или сжатие. Определение допускаемой нагрузки. Уругопластический изгиб и кручение стержней. Понятие о расчете по разрушающим нагрузкам. Дополнительные резервы несущей способности статически неопределимых систем.

## **1.6. Расчеты на изгиб**

### *1.6.1. Геометрические характеристики сечений*

Статические моменты площади сечения. Определение положения центра тяжести составного сечения. Моменты инерции сечения. Зависимости между моментами инерции для параллельных осей. Главные оси инерции и их определение. Радиусы инерции. Главные центральные моменты инерции. Вычисление моментов инерции составных сечений. Стандартные прокатные профили.

### *1.6.2. Чистый изгиб. Определение напряжений. Расчет на прочность*

Внешние силы, вызывающие изгиб. Опоры и реакции опор. Определение внутренних силовых факторов в поперечных сечениях балок при изгибе. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью нагрузки. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Чистый и поперечный изгиб в

одной из главных плоскостей балки. Нормальные напряжения при чистом изгибе.

#### *1.6.3. Поперечный изгиб. Формула Журавского.*

##### *Расчет на прочность*

Распространение выводов чистого изгиба на поперечный изгиб. Касательные напряжения при поперечном изгибе балок (формула Д. И. Журавского). Главные напряжения при изгибе. Расчеты на статическую прочность при изгибе. Рациональные сечения балок. Понятие о расчете составных балок.

#### *1.6.4. Определение прогибов и углов поворота сечений.*

##### *Расчет на жесткость*

Дифференциальное уравнение изогнутой оси прямого стержня и его интегрирование. Метод начальных параметров. Эпюра углов поворота сечений балки. Жесткость при изгибе. Определение положения сечения с максимальным прогибом.

### **1.7. Расчеты на кручение**

#### *1.7.1. Кручение стержней круглого поперечного сечения.*

##### *Расчет на прочность и жесткость*

Кручение прямого стержня кругового поперечного сечения. Касательные напряжения и угол закручивания. Расчет на прочность и жесткость вала кругового и кольцевого поперечного сечения. Статически неопределимые задачи при кручении. Основы теории кручения стержней некругового поперечного сечения. Расчет цилиндрических пружин с малым шагом витков. Осадка пружины.

#### *1.7.2. Кручение стержней некруглого поперечного сечения.*

##### *Деформация. Расчет напряжений*

Кручение прямого стержня некруглого поперечного сечения. Эпюры распределения касательных напряжений в прямоугольном сечении. Деформация сечения. Расчет максимальных напряжений.

### **1.8. Общий случай действия сил на стержень**

#### *1.8.1. Расчет на прочность при неплоском изгибе*

Косой изгиб. Нормальные напряжения при косом изгибе. Определение положения нейтральной линии и опасных точек в поперечном сечении балки.

### *1.8.2. Внецентренное растяжение или сжатие*

Определение положения нейтральной линии. Расчет на прочность при внецентренном растяжении или сжатии стержня. Ядро сечения.

### *1.8.3. Совместное действие изгиба и кручения*

Пространственный случай действия внешних сил на стержень. Построение эпюр внутренних силовых факторов. Нахождение опасных сечений и опасных точек. Частные случаи: сочетание изгиба с кручением, растяжения или сжатия с кручением. Применение критериев текучести или хрупкого разрушения при расчетах на прочность.

## **1.9. Универсальный метод определения перемещений. Расчет статически неопределимых систем методом сил**

### *1.9.1. Потенциальная энергия деформации. Теорема Бетти*

Потенциальная энергия упругой деформации стержня при произвольном нагружении. Теорема о взаимности работ и перемещений.

### *1.9.2. Интеграл Мора и способы его вычисления*

Интеграл Мора – Максвелла и его аналитическое вычисление. Графоаналитический способ А. Н. Верещагина. Определение перемещений произвольно нагруженных стержней.

### *1.9.3. Канонические уравнения метода сил*

Определение степени статической неопределимости системы. Метод сил. Выбор рациональной основной системы. Использование симметрии и группировки неизвестных. Методика расчета коэффициентов и свободных членов канонического уравнения. Статическая и деформационная проверки.

## **1.10. Устойчивость элементов конструкций**

### *1.10.1. Задача Эйлера*

Устойчивость прямолинейной формы сжатых стержней. Критическая сила. Формула Эйлера. Границы применимости формулы Эйлера. Влияние способа закрепления стержня на критическую силу. Потеря устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Формула Ясинского.

### *1.10.2. Практические методы расчета на устойчивость*

Расчеты на устойчивость с использованием коэффициента понижения основного допускаемого напряжения. Рациональные формы поперечных сечений сжатых стержней. Устойчивость сжатого кольца,

устойчивость плоской формы изгиба балок. Понятие о продольно-поперечном изгибе и определение коэффициента запаса устойчивости.

### **1.11. Расчет на прочность при динамических нагрузках**

#### *1.11.1. Учет однонаправленных сил инерции*

Типы динамических нагрузок, действующих на элементы конструкций. Учет сил инерции. Расчет быстровращающихся дисков.

#### *1.11.2. Ударное действие нагрузок*

Элементарная теория ударного нагружения стержня. Продольный и поперечный удар. Динамический коэффициент при ударе. Защита приборов и оборудования от ударных нагрузок.

#### *1.11.3. Колебания упругих систем*

Собственные колебания упругих и диссипативных систем. Частоты и формы собственных колебаний. Логарифмический декремент колебаний. Резонанс. Динамический коэффициент. Способы борьбы с вибрациями элементов конструкций.

#### *1.11.4. Расчеты на выносливость*

Механизм усталостного разрушения. Понятие о статистической теории усталостного разрушения. Экспериментальное определение характеристик сопротивления усталости. Диаграмма предельных напряжений. Факторы, влияющие на сопротивление усталости деталей машин. Определение коэффициента запаса. Расчеты на прочность при установленной долговечности.

### **1.12. Расчет сосудов, корпусных конструкций и трубопроводов**

#### *1.12.1. Оболочки. Формула Лапласа*

Безмоментная теория тонкостенных осесимметричных оболочек вращения. Уравнение равновесия. Определение меридиональных и окружных напряжений. Расчеты на прочность. Краевые эффекты в цилиндрических оболочках.

#### *1.12.2. Толстостенные сосуды. Формула Ламе*

Задача Ламе. Применение формул Ламе к расчету толстостенных цилиндров, нагруженных внутренним и внешним давлением. Предельные давления в однослойных цилиндрах. Понятие о расчете гидравлических цилиндров.

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### 2.1. Содержание заданий. Выбор задания и исходных данных

Студенты механических специальностей выполняют четыре контрольные работы: первую и вторую в первом семестре изучения дисциплины, третью и четвертую – во втором.

Студенты технологических специальностей выполняют три контрольные работы: первую в первом семестре изучения дисциплины, вторую и третью – во втором.

Содержание задач приведено в разделе 3 Методических указаний. Номера задач, входящих в контрольные работы в зависимости от специальности студента, указаны в табл. 1.

Таблица 1

Студенты механических специальностей		Студенты технологических специальностей	
№ контрольной работы	№ заданий	№ контрольной работы	№ заданий
1	1, 2, 3	1	1, 2, 3
2	4, 5, 6	2	7, 8, 9
3	7, 8, 9	3	10, 11
4	10, 11		

При решении задач студент должен взять данные из указанной в задании таблицы в соответствии со своим личным шифром. Выбор производится в соответствии с четырьмя буквами русского алфавита, которые следует расположить под четырьмя последними цифрами шифра, например:

Шифр – 1 7 3 0 2

Буквы – г в б а

Из каждого столбца таблицы данных, обозначенного внизу определенной буквой, надо взять то значение, которое находится в строке, совпадающей с номером буквы. Например, при шифре 17302, данные из всех столбцов, обозначенных «а», следует выписывать из 2-й строки, в столбцах, обозначенных «б», – из 0-й, в столбцах, обозначенных «в», – из 3-й, в столбцах, обозначенных «г», – из 7-й.

**Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не засчитываются.**

## 2.2. Указания по оформлению контрольных заданий

2.2.1. Контрольные работы оформляются в клетчатой ученической тетради (размер 205×170 мм) либо на листах белой бумаги формата А4 (297×210 мм), которые сшиваются.

2.2.2. Титульный лист оформляется четко и разборчиво. Обязательно указывается название дисциплины, номер контрольной работы, наименование специальности, **личный шифр** студента, почтовый адрес и дата отправления работы на проверку. Фамилия, имя и отчество студента записываются полностью, причем **печатными** буквами. Предусматриваются поля для фамилии и подписи рецензента, оценки и даты проверки.

2.2.3. Перед решением каждой задачи следует **полностью выписать ее условие** с численными данными, составить **аккуратный эскиз** (рисунок) **в масштабе** и указать на нем **в числах все величины**, необходимые для расчета. Если на эскизе производятся дополнительные построения, то в тексте работы обязательно должны быть приведены соответствующие пояснения.

2.2.4. При выполнении расчетов необходимо записывать формулу в общем виде и указывать наименование входящих в нее условных обозначений. После этого формула записывается с подставленными численными значениями и результатом вычислений. Все расчеты должны производиться в единицах системы СИ с указанием их размерностей. При использовании формул, не являющихся общеизвестными, справочных данных и т. п. следует в квадратных скобках указать номер литературного источника, из которого они взяты. Список использованной литературы приводится в конце контрольной работы.

2.2.5. Решение следует сопровождать краткими пояснениями.

2.2.6. Работы, выполненные с отклонениями от указанных требований, не рецензируются и возвращаются на переделку.

2.2.7. Все замечания рецензента должны быть **полностью исправлены до защиты** контрольной работы.

### 3. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

#### Задача 1. Центральное растяжение

Абсолютно жесткий брус (рис. 1 на с. 14), нагруженный заданной силой  $F$ , опирается на шарнирно-неподвижную опору и прикреплен к двум стержням при помощи шарниров. Площади поперечного сечения стержней отличаются в  $k$  раз ( $A_1 = k A_2$ ).

Требуется:

1) найти усилия в стержнях и выразить напряжения в них через площадь  $A$ ;

2) найти из условия прочности площади поперечных сечений стержней  $A$  и  $kA$ , приняв материал стержней – сталь Ст. 3, для которой  $[\sigma] = 160$  МПа;

3) определить вертикальное перемещение точки приложения силы  $F$ , приняв для материала стержней  $E = 200$  ГПа.

Данные взять из табл. 2.

Таблица 2

Номер строки	Схема по рис. 1	$a$ , м	$F$ , кН	$k$
1	1	1,1	11	1,1
2	2	1,2	12	1,2
3	3	1,3	13	1,3
4	4	1,4	14	1,4
5	5	1,5	15	1,5
6	6	1,6	16	1,6
7	7	1,7	17	1,7
8	8	1,8	18	1,8
9	9	1,9	19	1,9
0	10	2,0	20	2,0
	а	б	в	г

#### Указания:

1. Для определения двух неизвестных усилий в стержнях необходимо составить одно уравнение статики и одно уравнение совместности деформаций.

Первое представляет собой уравнение равновесия бруса в виде суммы моментов сил относительно центра шарнирно-неподвижной опоры. Второе уравнение получают, рассматривая связь между отрезками, которые соответствуют удлинениям стержней после поворота

бруса под действием силы  $F$  (уравнение совместности деформаций). Затем, используя закон Гука, из соотношения удлинений стержней получают соотношение между действующими в них усилиями.

После расчета усилий выражают напряжения в стержнях в общем виде через их площадь. Определяют, в каком стержне действует большее напряжение. Этот стержень наиболее нагружен и поэтому первым достигает опасного состояния при нагружении системы.

2. Расчет площадей ведут по наиболее нагруженному стержню. Площадь этого стержня определяют из условия прочности, приравнявая напряжение в нем к допускаемому. Площадь другого стержня определяют по заданному соотношению между площадями –  $k$ .

3. Для определения перемещения точки приложения силы  $F$  требуется рассчитать удлинение одного из стержней. Затем из чертежа деформированной системы устанавливают геометрическую связь между удлинением этого стержня и перемещением точки приложения силы  $F$ .

4. На чертеже деформированной системы должны быть четко обозначены длины отрезков, соответствующих удлинениям стержней  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$ , а также перемещению точки приложения силы  $\delta_F$ . Кроме того, следует обозначить все точки, которые образуют вершины рассматриваемых в расчете треугольников и углы в них.

## Задача 2. Кручение

К стальному ступенчатому валу, защемленному с одного конца, приложены четыре крутящих момента (рис. 2, с. 15).

Требуется:

1) построить эпюру крутящих моментов  $M_K$ ;

2) при заданном значении  $[\tau]$  определить диаметры участков вала, округлив их до ближайших стандартных значений из ряда: 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 35, 36, 38, 40, 42, 45, 48, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 120, 130, 140 и т. д. через 10 мм;

3) построить эпюру углов закручивания вала  $\varphi$ , приняв  $G = 80$  ГПа.

Данные взять из табл. 3 (с. 16).

**Указание:** если все сечения, взятые для построения эпюры крутящих моментов отсчитывать от свободного конца вала, то в этом случае реактивный момент, действующий на вал в защемлении, можно не рассчитывать, т. к. он не войдет ни в одно из уравнений.

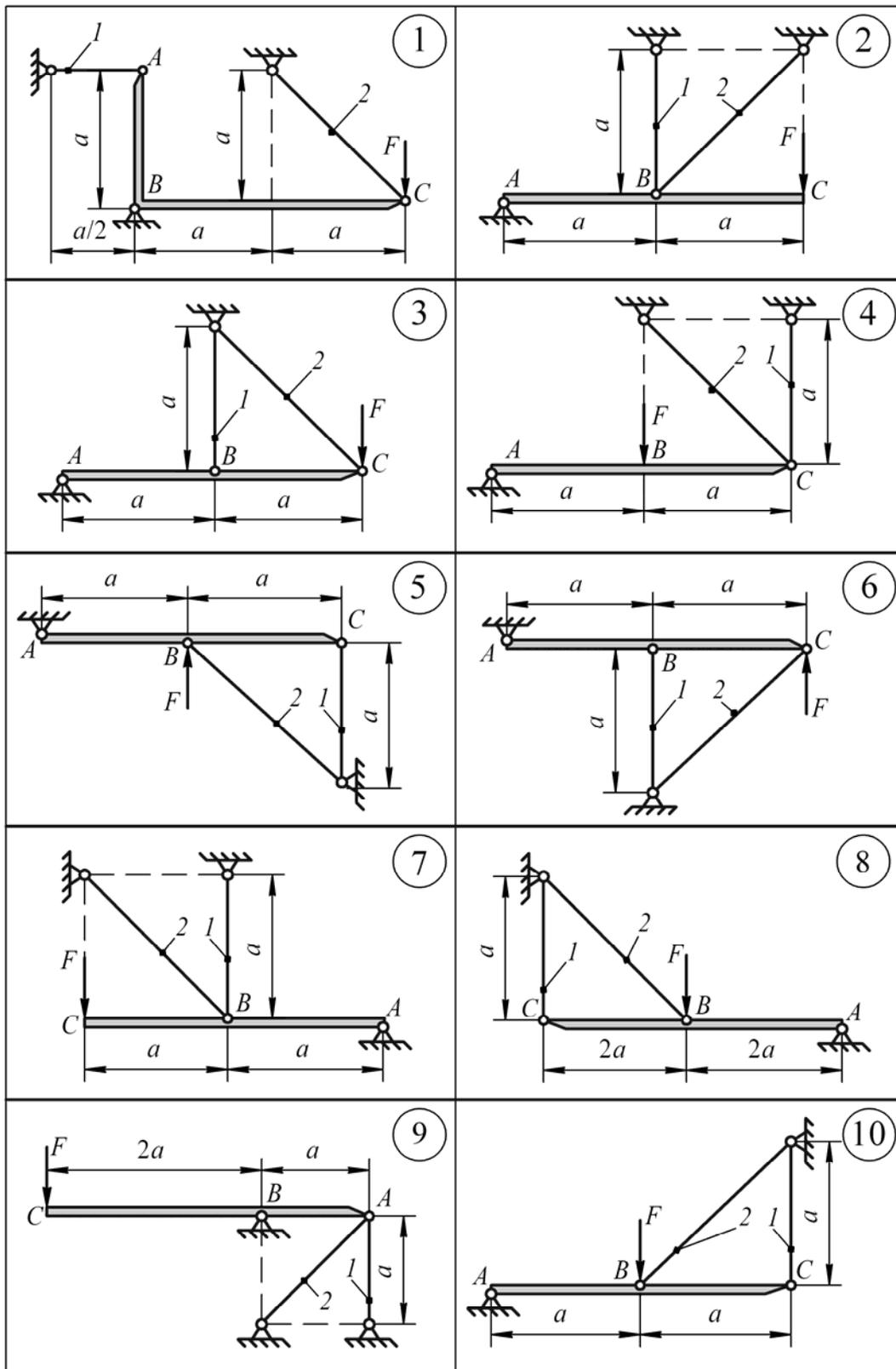


Рис. 1. Расчетные схемы к задаче 1  
(центральное растяжение)

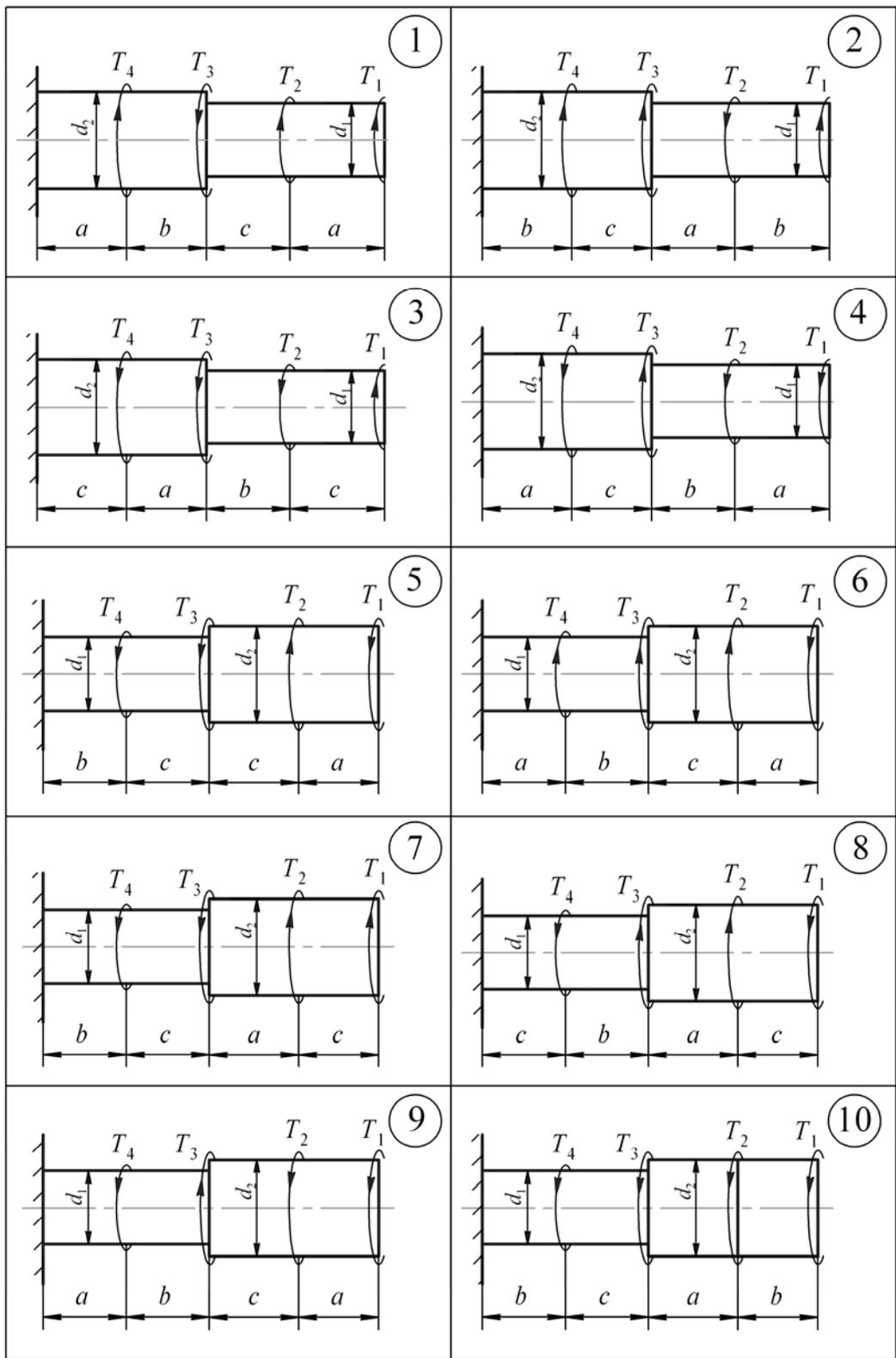


Рис. 2. Расчетные схемы к задаче 2  
(кручение)

Таблица 3

Номер строки	Схема по рис. 2	Размеры, м			Моменты, кНм				[ $\tau$ ], МПа
		$a$	$b$	$c$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	35
2	2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	40
3	3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	45
4	4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	50
5	5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	55
6	6	1,6	1,6	1,6	1,6	0,6	1,6	0,6	60
7	7	1,7	1,7	1,7	1,7	0,7	1,7	0,7	65
8	8	1,8	1,8	1,8	1,8	0,8	1,8	0,8	70
9	9	1,9	1,9	1,9	1,9	0,9	1,9	0,9	75
0	10	2,0	2,0	2,0	2,0	1,0	2,0	1,0	80
	а	б	в	г	а	б	в	г	а

### Задача 3. Поперечный изгиб

Для заданных двух балок (рис. 3а, 3б) требуется:

1) записать уравнения для вычисления поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M_{из}$  на каждом участке балки в общем виде и построить эпюры  $Q$  и  $M_{из}$ ;

2) для консольной балки (схема «а») рассчитать диаметр круглого поперечного сечения, если материал балки древесина с  $[\sigma] = 10$  МПа;

3) для балки на двух опорах (схема «б») подобрать поперечное сечение в двух вариантах: двутавровое и прямоугольное с соотношением сторон  $\alpha = h / b$ , приняв материал балки сталь Ст. 3 с  $[\sigma] = 160$  МПа;

4) для балки (схема «б») определить, какое из подобранных сечений требует наименьшего расхода материала.

Данные взять из табл. 4 (с. 19).

#### Указания:

1. Необходимо определить опорные реакции, действующие на балки и сделать проверку правильности их расчета.

2. Перед записью уравнений для вычисления поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M_{из}$  необходимо на расчетной схеме балки четко обозначить расстояние от начала координат до каждого из рассматриваемых сечений балки;

3. Эпюры изгибающих моментов следует строить на сжатых волокнах.

4. Для сравнительной оценки расхода материала при разных вариантах поперечных сечений балки следует использовать их площади.

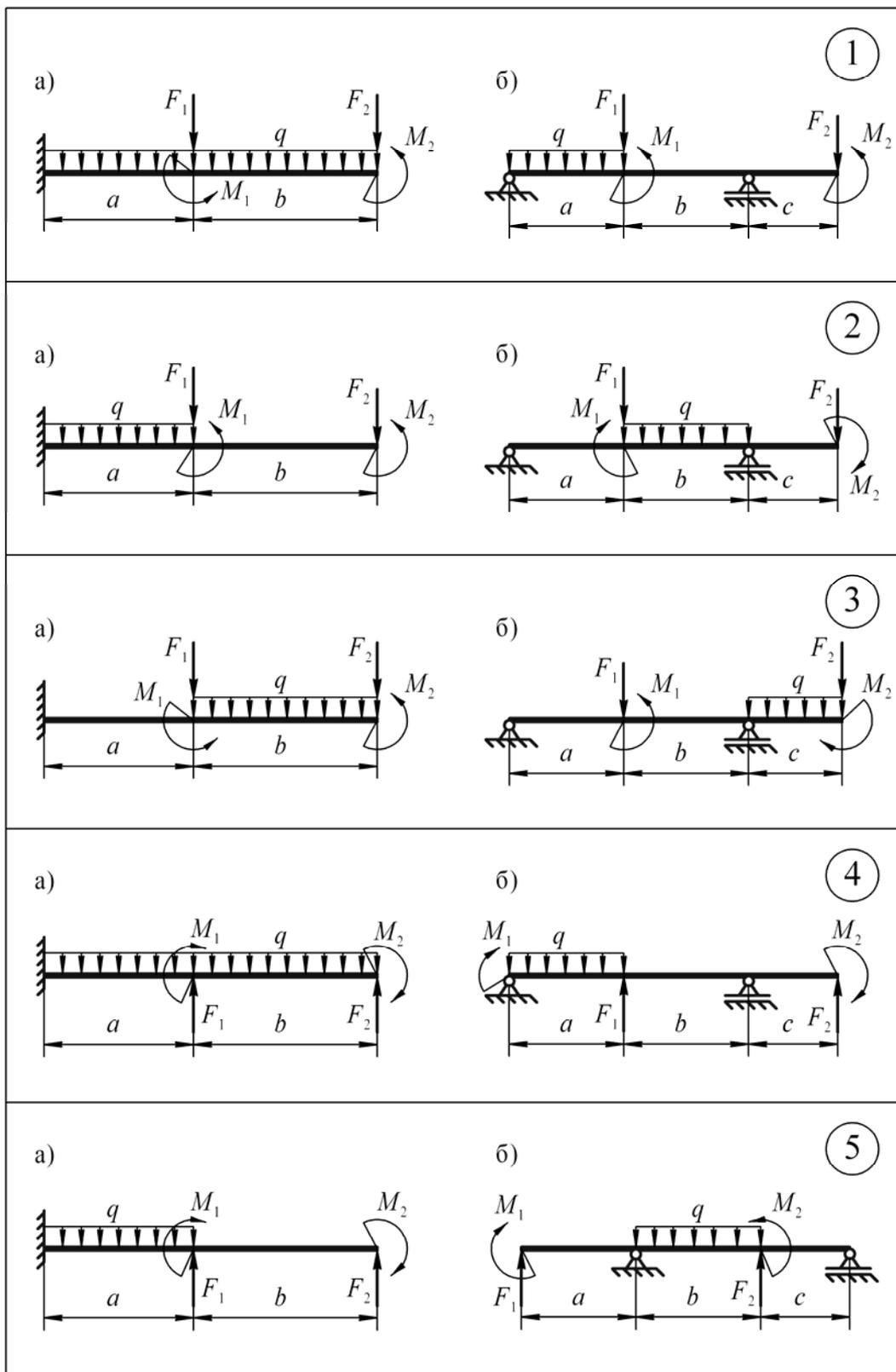


Рис. 3а. Расчетные схемы 1–5 к задаче 3  
(поперечный изгиб)

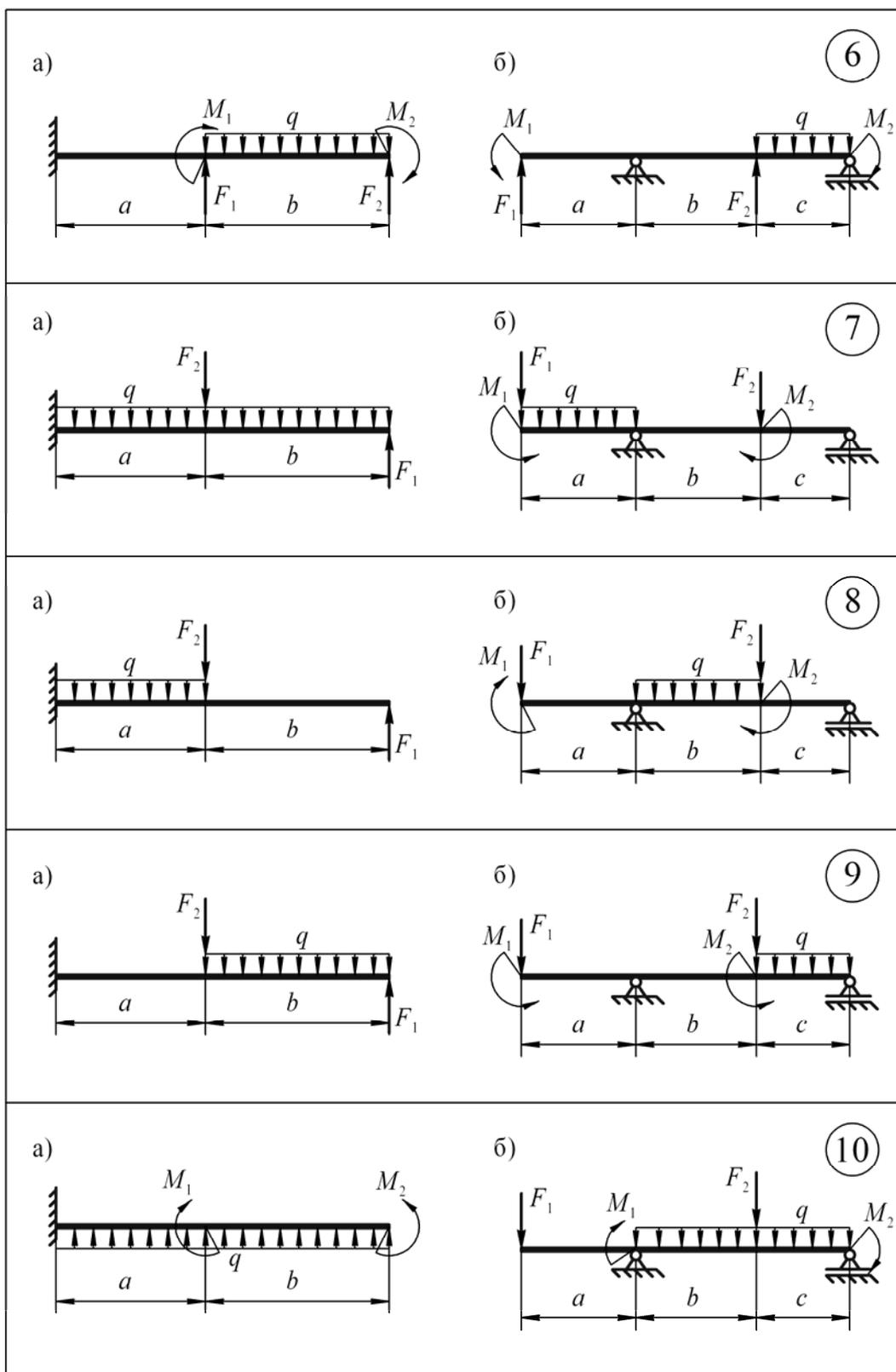


Рис. 3б. Расчетные схемы 6–10 к задаче 3  
(поперечный изгиб)

Таблица 4

Номер строки	Схема по рис. 3а, 3б	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$q$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$M_1$ , кНм	$M_2$ , кНм	$\alpha$
1	1	1,1	1,1	1,1	11	–	11	11	–	2,1
2	2	1,2	1,2	1,2	12	12	–	–	12	2,2
3	3	1,3	1,3	1,3	13	–	13	13	–	2,3
4	4	1,4	1,4	1,4	4	4	–	–	4	2,4
5	5	1,5	1,5	1,5	5	–	5	15	–	2,5
6	6	1,6	1,6	1,6	6	6	–	–	6	2,6
7	7	1,7	1,7	1,7	7	–	7	7	–	2,7
8	8	1,8	1,8	1,8	8	8	–	–	8	2,8
9	9	1,9	1,9	1,9	9	–	9	9	–	2,9
0	10	2,0	2,0	2,0	10	10	–	–	10	3,0
	а	б	в	г	а	б	б	в	в	г

#### Задача 4. Геометрические характеристики плоских сечений

На рис. 4 показано поперечное сечение балки. Оно состоит из двух соединенных между собой стандартных стальных профилей: двутавра с равнобоким (равнополочным) уголком, двутавра со швеллером либо швеллера с равнобоким уголком.

Номера профилей указаны в табл. 5 (с. 21).

Требуется:

- 1) вычертить сечение в масштабе 1:2, обозначить основные размеры профилей, их центры тяжести  $C_1$  и  $C_2$ , а также их центральные оси;
- 2) выбрать и обозначить на чертеже начальные оси  $z_0$  и  $y_0$ ;
- 3) обозначить и рассчитать координаты центров тяжести  $C_1$  и  $C_2$  в начальных осях  $z_0$  и  $y_0$ ;
- 4) рассчитать положение общего центра тяжести  $C$ ;
- 5) обозначить положение случайных осей  $z_c$  и  $y_c$ , проходящих через центр тяжести сечения  $C$ , и указать расстояния от них до центральных осей профилей;
- 6) рассчитать осевые и центробежный моменты инерции сечения относительно случайных осей  $z_c$  и  $y_c$ ;
- 7) определить и обозначить направление главных центральных осей  $u$  и  $v$ ;
- 8) найти моменты инерции относительно главных центральных осей.

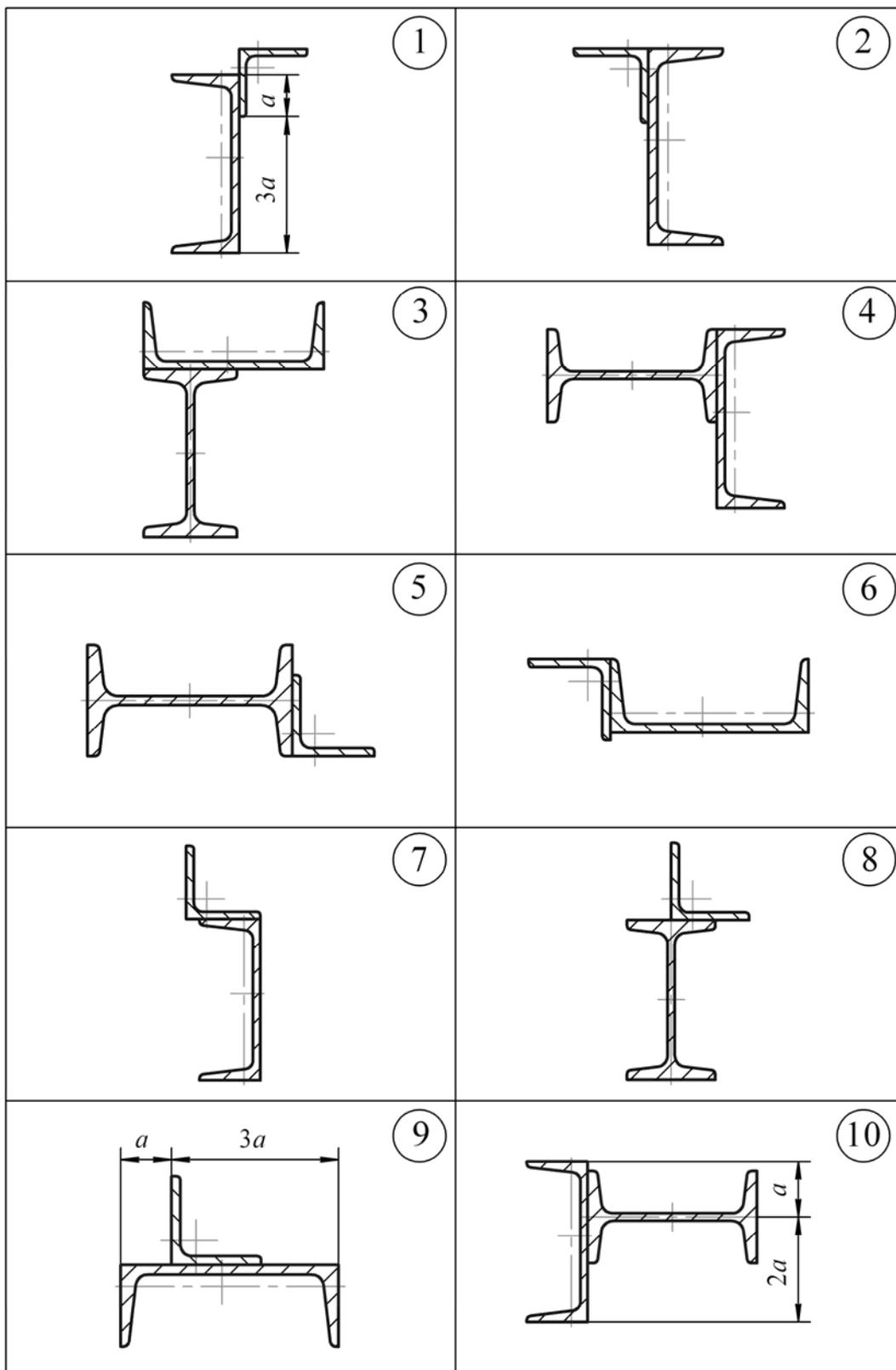


Рис. 4. Схемы сечений для задачи 4  
(геометрические характеристики плоских сечений)

Таблица 5

Номер строки	Схема по рис. 4	Уголок равнобокий $b \times b \times \delta$		№ швеллера	№ двутавра
		$b$ , мм	$\delta$ , мм		
1	1	40	4	10	10
2	2	50	3	12	12
3	3	70	6	14	14
4	4	80	7	14а	16
5	5	90	9	16	18
6	6	100	12	16а	18а
7	7	110	8	18	20
8	8	125	10	18а	20а
9	9	125	16	20	22
0	10	140	12	20а	22а
	а	б		в	а

### Задача 5. Перемещения при изгибе

На рис. 5 показана консольная балка, имеющая постоянную жесткость  $EI$ .

Требуется:

- 1) записать в общем виде (в долях  $1 / EI$ ) прогиб балки в точках  $B$  и  $C$ ;
- 2) построить эпюру прогибов балки в долях  $1 / EI$  по трем точкам в сечениях  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

Данные взять из табл. 6.

Таблица 6

Номер строки	Схема по рис. 5	$a$ , м	$b$ , м	$q$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$M_1$ , кНм	$M_2$ , кНм
1	1	1,1	1,1	11	–	11	11	–
2	2	1,2	1,2	12	12	–	–	12
3	3	1,3	1,3	13	–	13	13	–
4	4	1,4	1,4	4	4	–	–	4
5	5	1,5	1,5	5	–	5	15	–
6	6	1,6	1,6	6	6	–	–	6
7	7	1,7	1,7	7	–	7	7	–
8	8	1,8	1,8	8	8	–	–	8
9	9	1,9	1,9	9	–	9	9	–
0	10	2,0	2,0	10	10	–	–	10
	а	б	в	г	б	б	в	в

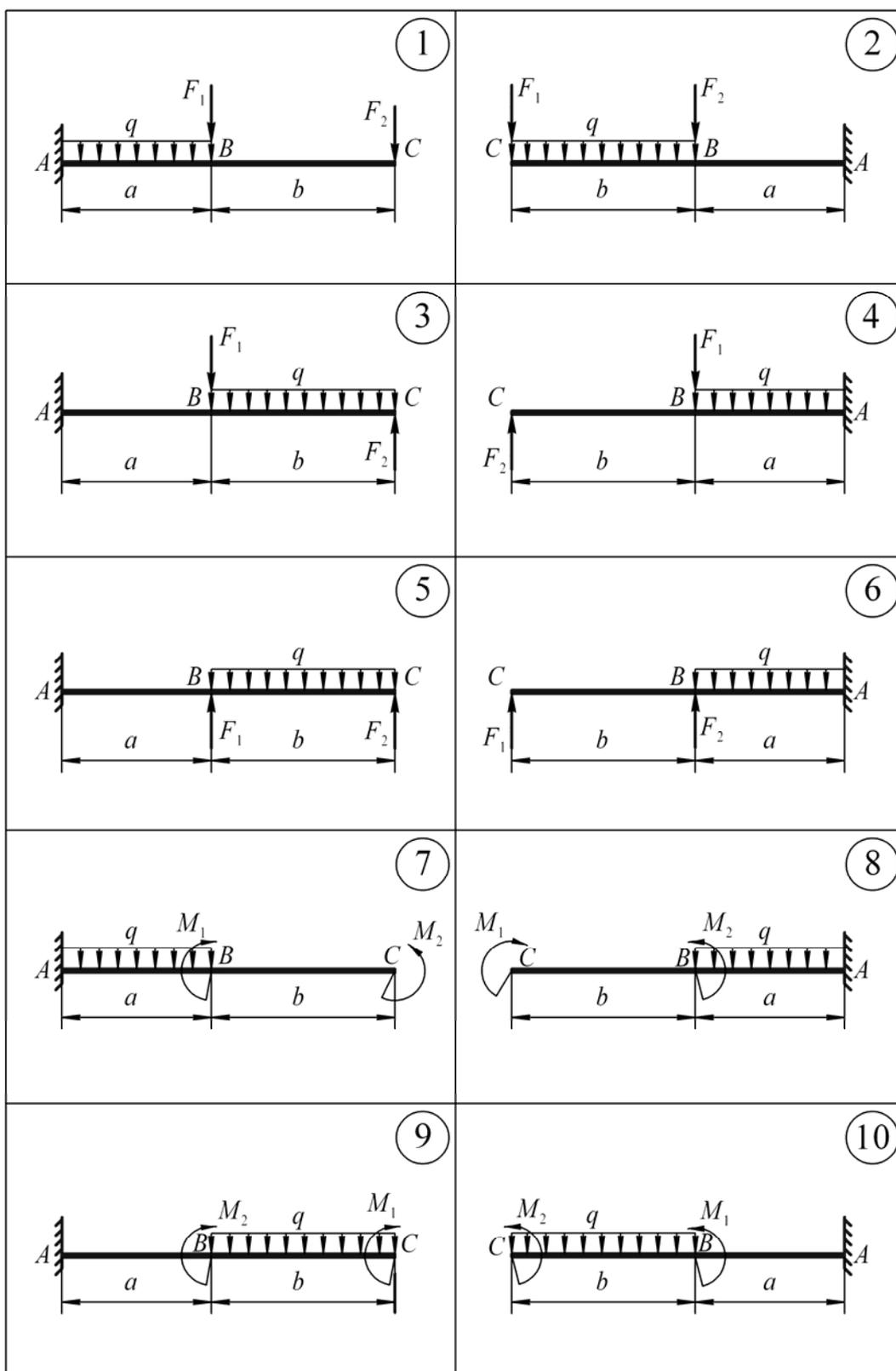


Рис. 5. Расчетные схемы к задачам 5 и 6 (перемещения при изгибе. Косой изгиб)

**Указание:** для расчета прогиба предпочтительно использовать метод начальных параметров, т. к. угол поворота сечения и прогиб балки в заделке известен.

### Задача 6. Косой изгиб

Консольная балка прямоугольного поперечного сечения с продольной осью  $x$  нагружена в двух плоскостях.

Нагрузки, действующие на балку в вертикальной плоскости  $xу$ , показаны на рис. 5.

В горизонтальной плоскости  $xz$  на балку действует сила  $F_1$ , приложенная в точке  $B$ , или сила  $F_2$ , приложенная в точке  $C$  (в зависимости от варианта). Направление этих сил совпадает с направлением оси  $z$ .

Плоскость действия всех нагрузок совпадает с осями симметрии  $z, y$  прямоугольного поперечного сечения балки.

Требуется: из условия прочности подобрать сечение балки, если соотношение сторон прямоугольника  $\alpha = h / b$ . Данные взять из табл. 7.

Таблица 7

Номер строки	Схема по рис. 5	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$q, \text{ кН/м}$	$F_1, \text{ кН}$	$F_2, \text{ кН}$	$M_1, \text{ кНм}$	$M_2, \text{ кНм}$	$\alpha$
1	1	1,1	1,1	11	–	11	11	–	2,1
2	2	1,2	1,2	12	12	–	–	12	2,2
3	3	1,3	1,3	13	–	13	13	–	2,3
4	4	1,4	1,4	4	4	–	–	4	2,4
5	5	1,5	1,5	5	–	5	15	–	2,5
6	6	1,6	1,6	6	6	–	–	6	2,6
7	7	1,7	1,7	7	–	7	7	–	2,7
8	8	1,8	1,8	8	8	–	–	8	2,8
9	9	1,9	1,9	9	–	9	9	–	2,9
0	10	2,0	2,0	10	10	–	–	10	3,0
	а	б	в	г	б	б	в	в	в

#### Указания:

1. На расчетной схеме, размещенной **целиком на одной странице** (как показано в примере на рис. 6), следует:

а) показать нагрузки, действующие на балку в вертикальной плоскости  $xу$  и построить эпюры поперечных сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_z$ ;

б) показать нагрузки, действующие на балку в горизонтальной плоскости  $xz$ , и построить эпюры поперечных сил  $Q_z$  и изгибающих моментов  $M_y$ ;

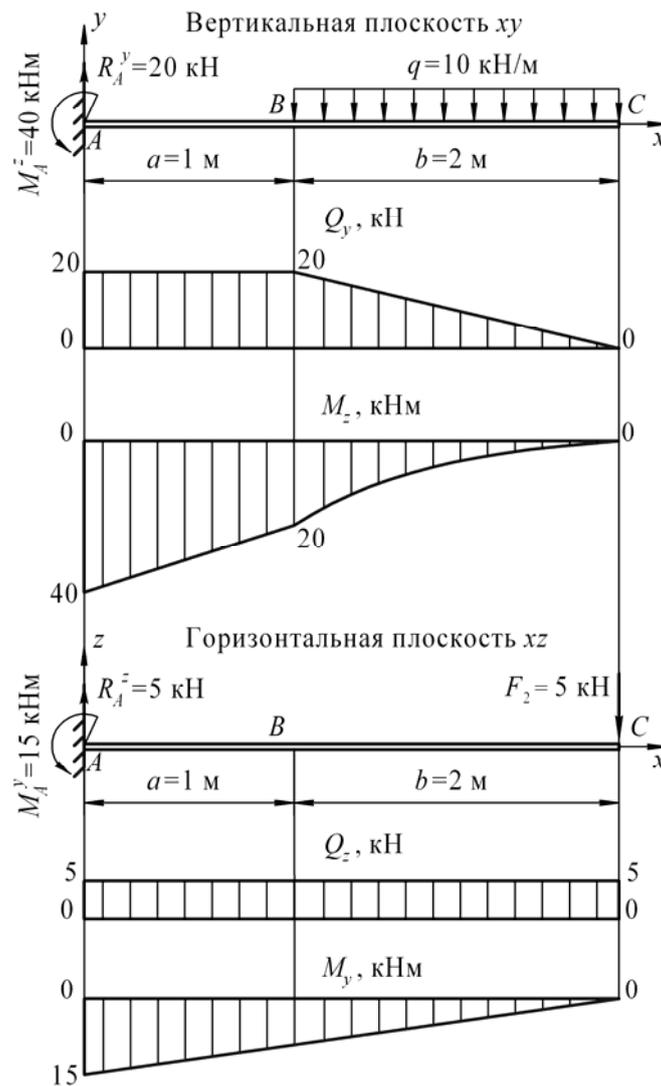


Рис. 6. Пример к задаче 6

в) обозначить сечения с максимальными изгибающими моментами, действующими в вертикальной и в горизонтальной плоскостях.

2. Осевые моменты сопротивления  $W_y$  и  $W_z$  выразить через один из размеров сечения на основании соотношения  $\alpha$ .

3. Положение опасного сечения определить по наибольшему напряжению, действующему в балке. Для его нахождения следует выразить и сравнить максимальные напряжения в сечениях с наибольшими изгибающими моментами, действующими или в одной из плоскостей, или в двух плоскостях одновременно, в зависимости от конфигурации эпюр.

4. Размер сечения вычислить из условия прочности балки при неплоском (косом) изгибе.

## Задача 7. Внецентренное сжатие

Короткий чугунный стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 7, сжимается продольными силами  $F_1$  или  $F_2$ , приложенными в точках  $B$  и  $D$  соответственно.

Требуется:

- 1) определить геометрические характеристики поперечного сечения стержня;
- 2) построить нейтральную линию и определить положение опасных точек;
- 3) вычислить наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения, возникающие в стержне;
- 4) дать заключение о прочности стержня, если допускаемое напряжение на сжатие  $[\sigma_c] = 100$  МПа, допускаемое напряжение на растяжение  $[\sigma_p] = 40$  МПа.

### Указания:

1. Для решения задачи следует вычертить сечение в масштабе 1:1, обозначить на нем все необходимые для расчета размеры и точки по аналогии с задачей 4;

2. Поскольку все варианты сечений имеют ось симметрии, она будет одной из главных центральных осей инерции, что упрощает расчет геометрических характеристик. В связи с этим достаточно вычислить только одну координату центра тяжести. Кроме того, нет необходимости рассчитывать центробежный момент инерции сечения и направление главных центральных осей инерции (см. п. 6–7 задачи 4).

Данные взять из табл. 8.

Таблица 8

Номер строки	Схема по рис. 6	$a$ , см	$b$ , см	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН
1	1	2,1	2,1	10	–
2	2	2,2	2,2	–	20
3	3	2,3	2,3	30	–
4	4	2,4	2,4	–	40
5	5	2,5	2,5	50	–
6	6	3,6	3,6	–	60
7	7	3,7	3,7	70	–
8	8	3,8	3,8	–	80
9	9	3,9	3,9	90	–
0	10	4,0	4,0	–	100
	а	б	в	б	б

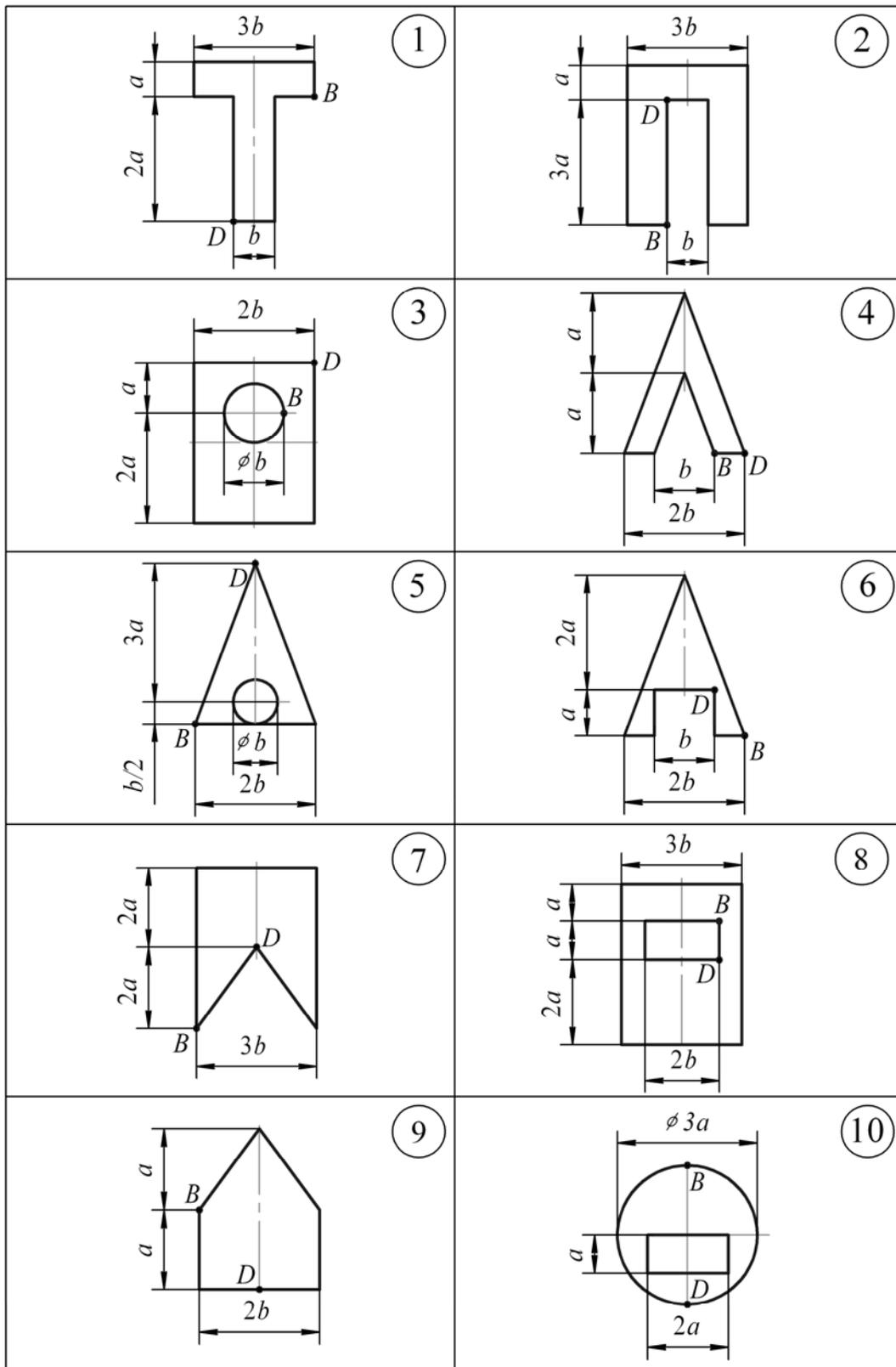


Рис. 7. Расчетные схемы к задаче 7  
(внецентренное сжатие)

## Задача 8. Совместное действие изгиба и кручения

На трансмиссионном валу закреплен шкив ременной передачи и зубчатое колесо (рис. 8а, 8б). Вал передает мощность  $N$ , кВт, при частоте вращения  $\omega$ ,  $\text{с}^{-1}$ .

В ременной передаче ветви ремня параллельны. Его ведущая ветвь натянута в  $\eta$  раз больше ведомой. Положение ветвей определяется углом  $\alpha$ .

Усилие, действующее в зубчатом зацеплении, разложено на окружную  $F_t$  и радиальную составляющие  $F_r$ . Между собой они связаны соотношением:  $F_r = 0,4 F_t$ . Направление окружного усилия  $F_t$  задано углом  $\beta$ .

Требуется:

1) определить крутящие моменты, приложенные к шкиву и зубчатому колесу по заданным  $N$  и  $\omega$ ;

2) составить расчетную схему вала для расчета на кручение и построить эпюру крутящих моментов  $M_k$ ;

3) определить окружные усилия в передачах через передаваемый ими крутящий момент (для ременной передачи с учетом разности натяжения ветвей).

Радиальное усилие  $F_r$  в зубчатой передаче вычисляется через соотношение с окружным  $F_t$ ;

4) определить вертикальные  $V_i$  и горизонтальные усилия  $H_i$ , действующие на вал в местах установки шкива и зубчатого колеса;

5) составить расчетные схемы вала в двух плоскостях: вертикальной  $V$  горизонтальной  $H$ .

Для этого вал представляют в виде балки на двух опорах. Затем поочередно нагружают его вертикальными  $V_i$  и горизонтальными  $H_i$  усилиями;

6) построить эпюры изгибающих моментов от вертикальных сил  $M_V$  и от горизонтальных сил  $M_H$ ;

7) построить эпюру суммарного изгибающего момента  $M_c = \sqrt{M_V^2 + M_H^2}$ ;

8) из анализа эпюр  $M_k$  и  $M_c$  определить положение опасного сечения и вычислить наибольший эквивалентный момент  $M_{\text{экв}}$ , используя для этого энергетическую (четвертую) теорию прочности;

9) подобрать диаметр вала  $d$  при  $[\sigma] = 100$  МПа и округлить его значение (см. задачу 2).

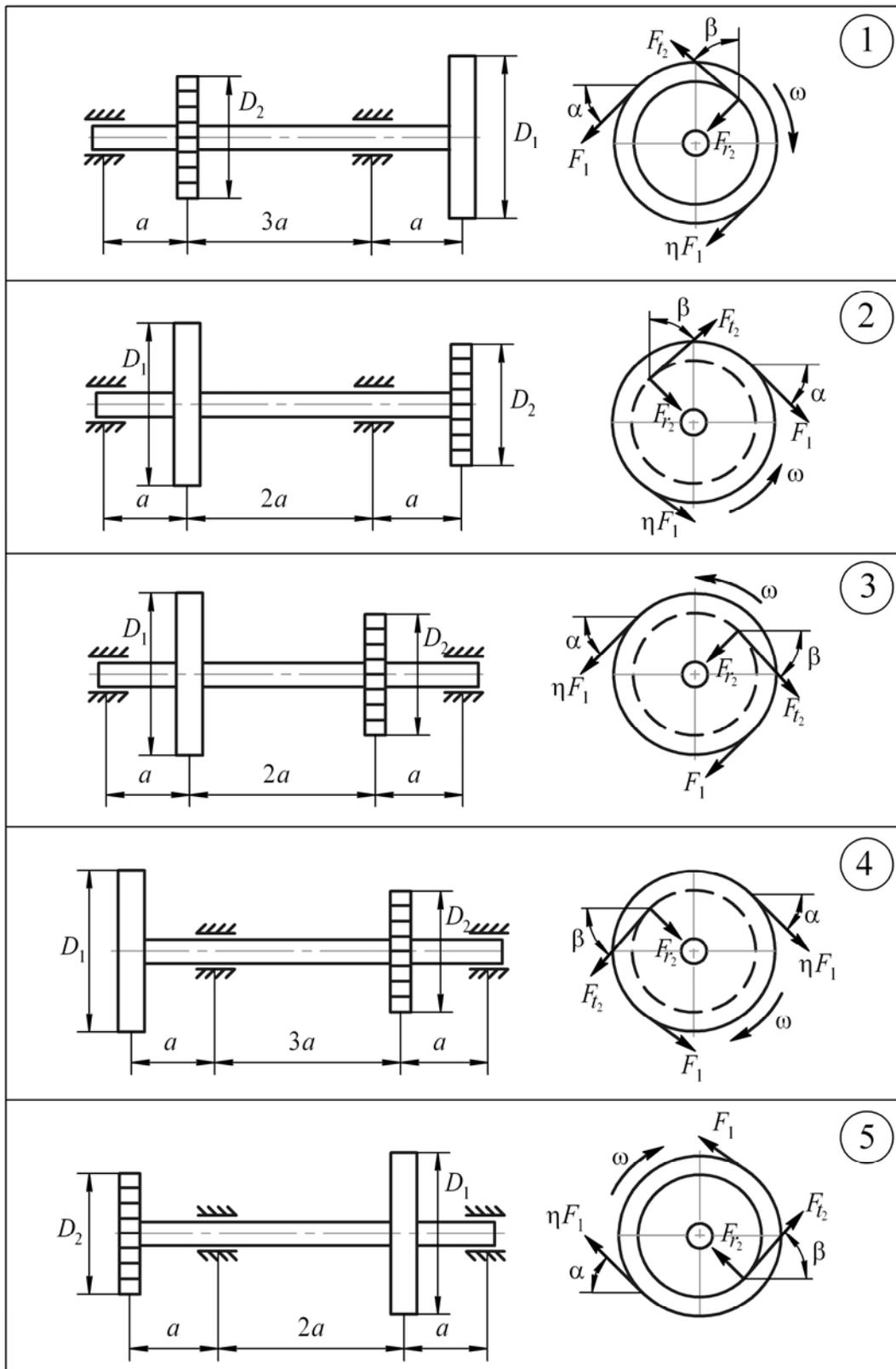


Рис. 8а. Расчетные схемы 1–5 к задаче 8  
(совместное действие изгиба и кручения)

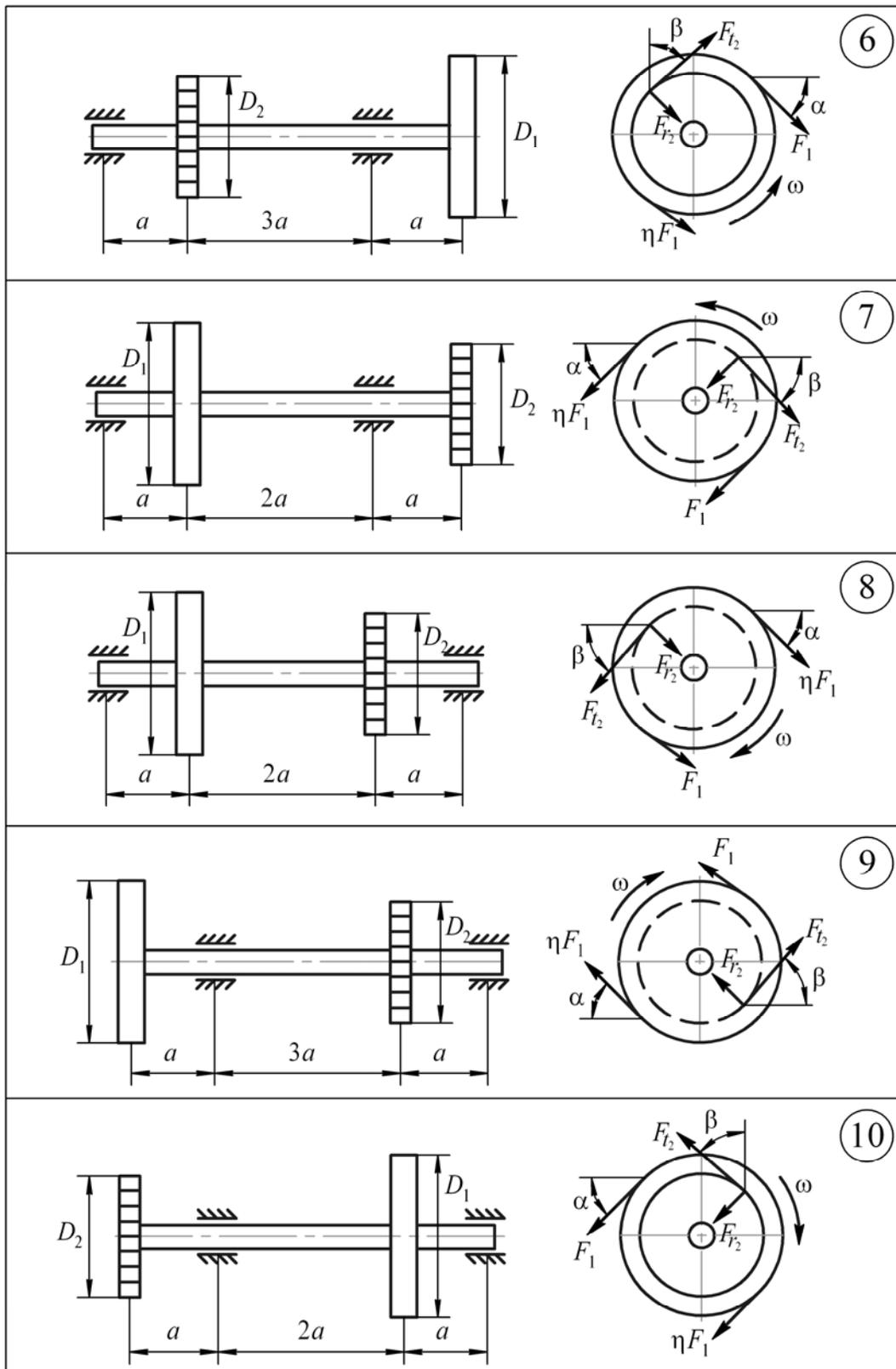


Рис. 8б. Расчетные схемы 6–10 к задаче 8 (совместное действие изгиба и кручения)

Данные для решения этих задач взять из табл. 9.

Таблица 9

Номер строки	Схема по рис. 7	$a$ , м	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\omega$ , с <sup>-1</sup>	$\alpha$ , °	$\beta$ , °	$\eta$	$N$ , кВт
1	1	0,21	0,31	0,21	25	0	45	2,1	21
2	2	0,22	0,32	0,22	30	30	60	2,2	22
3	3	0,23	0,33	0,23	35	45	90	2,3	33
4	4	0,24	0,34	0,24	40	60	0	2,4	44
5	5	0,25	0,35	0,25	45	90	30	2,5	55
6	6	0,26	0,46	0,26	50	0	45	2,6	16
7	7	0,27	0,47	0,27	55	30	60	2,7	27
8	8	0,28	0,48	0,28	60	45	90	2,8	28
9	9	0,29	0,49	0,29	65	60	0	2,9	39
0	10	0,30	0,50	0,30	70	90	30	3,0	40
	а	б	в	г	а	б	в	г	а

### Задача 9. Устойчивость сжатых стержней

Стержень с известными размерами, изготовленный из стали Ст. 3, сжимается силой  $F$  (рис. 9). Схема закрепления стержня показана на левой стороне рис. 9, а поперечное сечение на правой.

Требуется:

1) рассчитать допустимое значение силы  $F_{\text{доп}}$ , если  $[\sigma] = 160$  МПа;

2) определить коэффициент запаса устойчивости  $n$ .

Данные взять из табл. 10.

Таблица 10

Номер строки	Схема по рис. 8а, 8б	$a$ , см	$l$ , м
1	1	2,1	1,1
2	2	2,2	1,2
3	3	2,3	1,3
4	4	2,4	1,4
5	5	5,4	1,5
6	6	2,6	1,6
7	7	2,7	1,7
8	8	2,8	1,8
9	9	2,9	1,9
0	10	3,0	2,0
	а	б	в

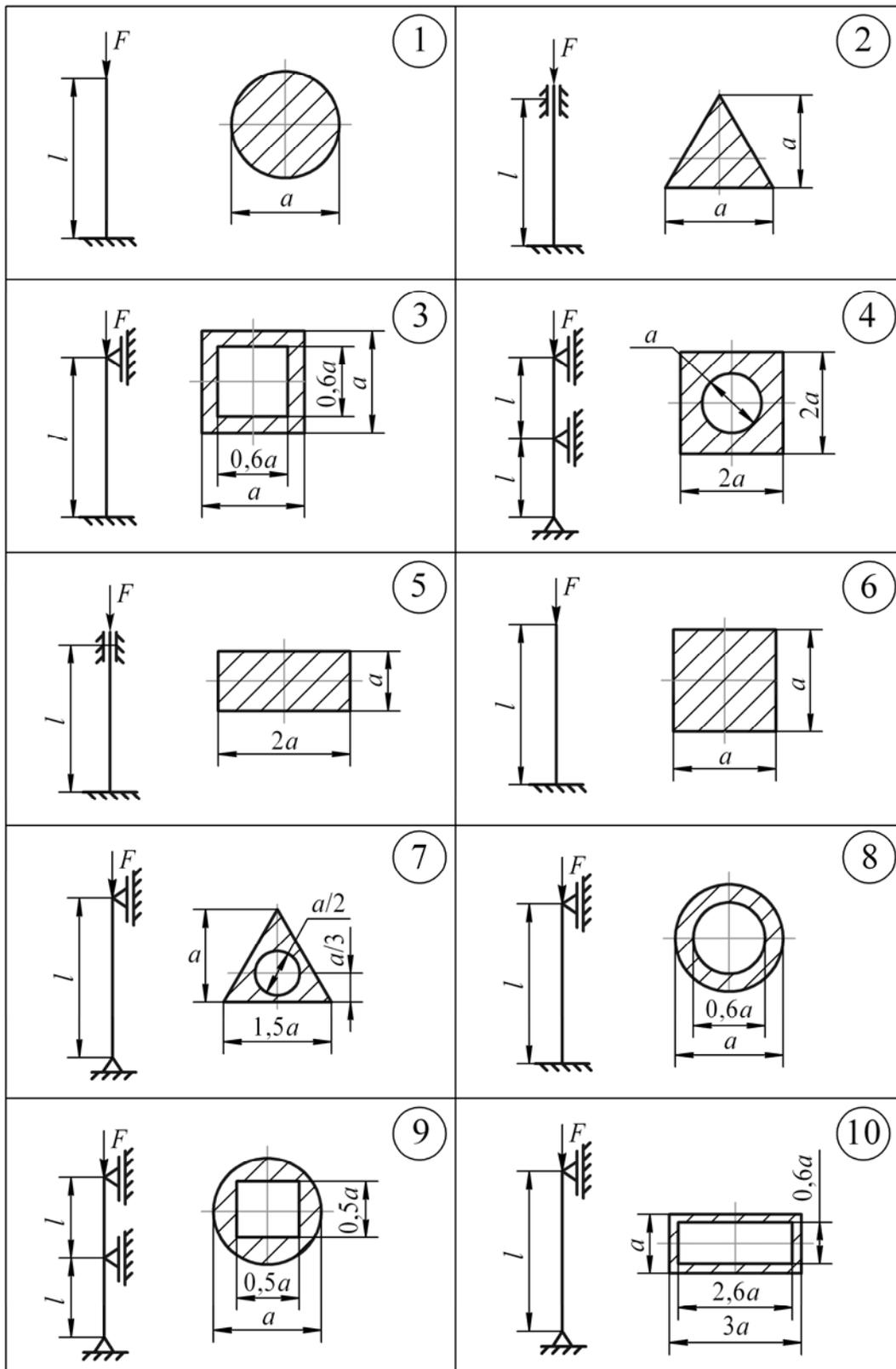


Рис. 9. Расчетные схемы к задаче 9  
(устойчивость сжатых стержней)

### **Указания:**

1. Для решения задачи требуется вычертить поперечное сечение стержня в масштабе 1:1, обозначить на нем все необходимые для расчета размеры и точки по аналогии с задачей 4. Следует обратить внимание на симметрию сечений и совпадение центров тяжести составляющих его фигур. Это позволяет значительно упростить расчет его геометрических характеристик.

2. Коэффициент приведения длины стержня в зависимости от схемы его закрепления определяется из справочной литературы. На заданной схеме следует показать пунктиром вид деформированной оси стержня.

3. При определении коэффициента продольного изгиба  $\varphi$  следует использовать справочную таблицу его значений в зависимости от гибкости стержня  $\lambda$  и материала, из которого он изготовлен. Учитывая, что значения гибкости  $\lambda$  в таблице кратны десяти, для расчета промежуточных значений  $\varphi$  следует использовать линейную интерполяцию.

4. Расчетная формула для критической силы выбирается в зависимости от гибкости стержня и материала, из которого он изготовлен.

При гибкостях  $\lambda$ , меньших предельного значения для данного материала, используется эмпирическая формула Ясинского, при больших – формула Эйлера.

### **Задача 10. Статически неопределимые рамы**

На рис. 10 изображена рама. Все нагрузки действуют в плоскости рамы.

Требуется:

- 1) установить степень статической неопределимости рамы;
- 2) выбрать основную систему;
- 3) записать канонические уравнения метода сил;
- 4) построить эпюры изгибающих моментов от единичных сил и заданных нагрузок;
- 5) вычислить коэффициенты и свободные члены канонического уравнения;
- 6) определить «лишние» неизвестные;
- 7) построить окончательные эпюры продольных и поперечных сил, а также изгибающих моментов.

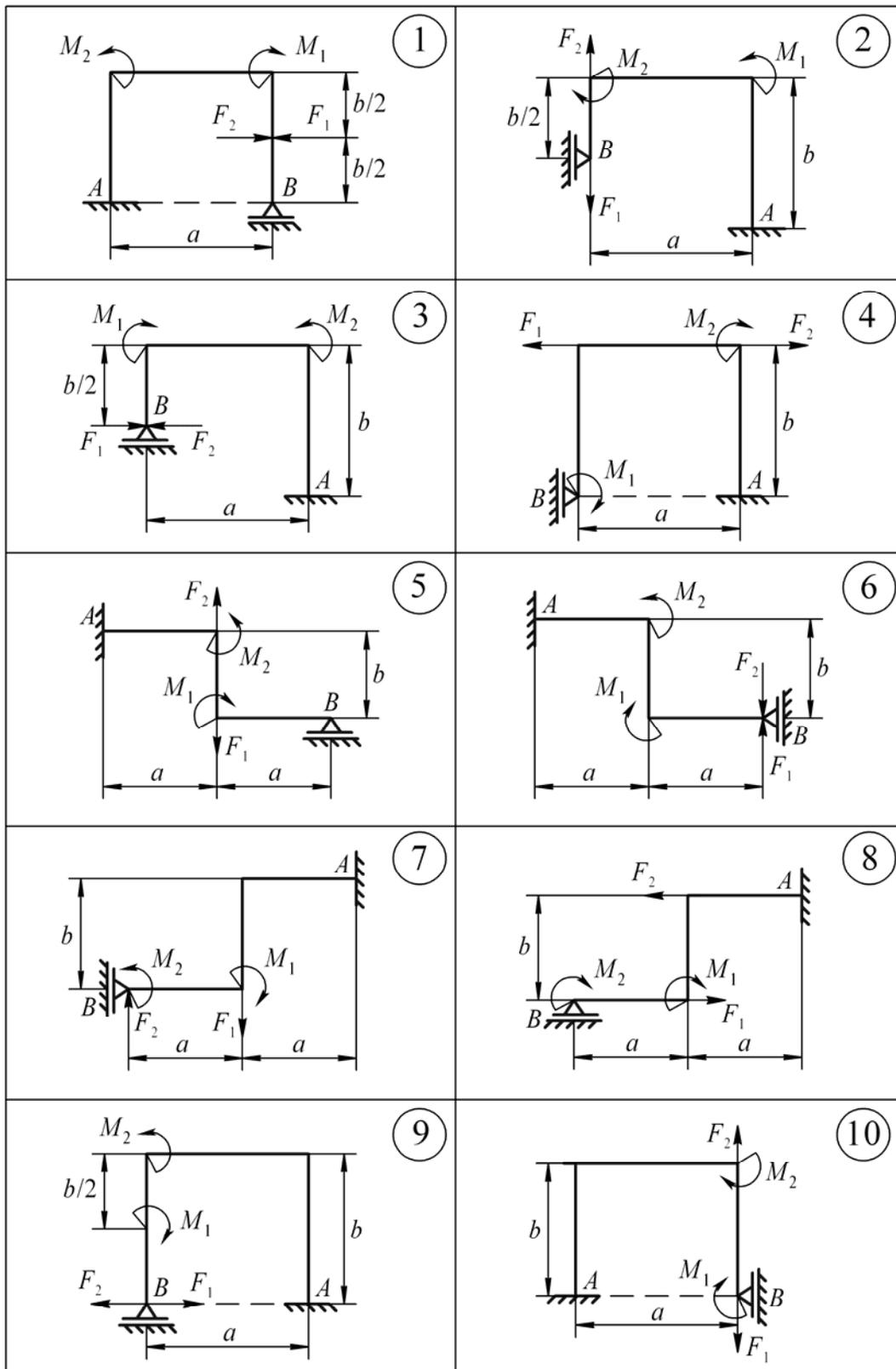


Рис. 10. Расчетные схемы к задаче 10  
(статически неопределимые рамы)

Данные для решения этих задач взять из табл. 11.

Таблица 11

Номер строки	Схема по рис. 9	$a$ , м	$b$ , м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$M_1$ , кНм	$M_2$ , кНм
1	1	1,1	1,1	11	–	1	
2	2	1,2	1,2	–	12	–	2
3	3	1,3	1,3	13	–	3	–
4	4	1,4	1,4	–	14	–	4
5	5	1,5	1,5	15	–	5	–
6	6	1,6	1,6	–	16	–	6
7	7	1,7	1,7	17	–	7	–
8	8	1,8	1,8	–	18	–	8
9	9	1,9	1,9	19	–	9	–
0	10	2,0	2,0	–	20	–	10
	а	г	б	в	в	б	б

**Указания:**

1. Для получения основной системы следует отбросить «лишние» связи в заданной системе. При этом она не должна стать геометрически изменяемой, т. е. все перемещения в ней должны происходить только вследствие деформаций. Как правило, вариантов выбора основной системы несколько. В данной задаче требуется предложить не менее двух. Окончательный вариант выбирают из соображения минимальной трудоемкости расчета реакций опор и построения эпюр.

2. При перемножении эпюр на них следует обозначать номера простых фигур, а также координат под соответствующими центрами тяжести.

**Задача 11. Удар**

На стальную двутавровую балку с высоты  $h$  падает груз  $m$  (рис. 11). Требуется определить наибольшую высоту падения груза  $h_{\text{доп}}$ , при которой будет выполняться условие прочности балки, если  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

**Указания:**

1. Для расчета максимальных статических напряжений в балке строят эпюру изгибающих моментов от силы тяжести груза, приложенной в точке удара, т. е. когда груз покоится на балке.

2. Для расчета динамического коэффициента при ударе груза о балку необходимо знать статическую деформацию балки, т. е. прогиб балки в точке удара, когда на ней покоится груз.

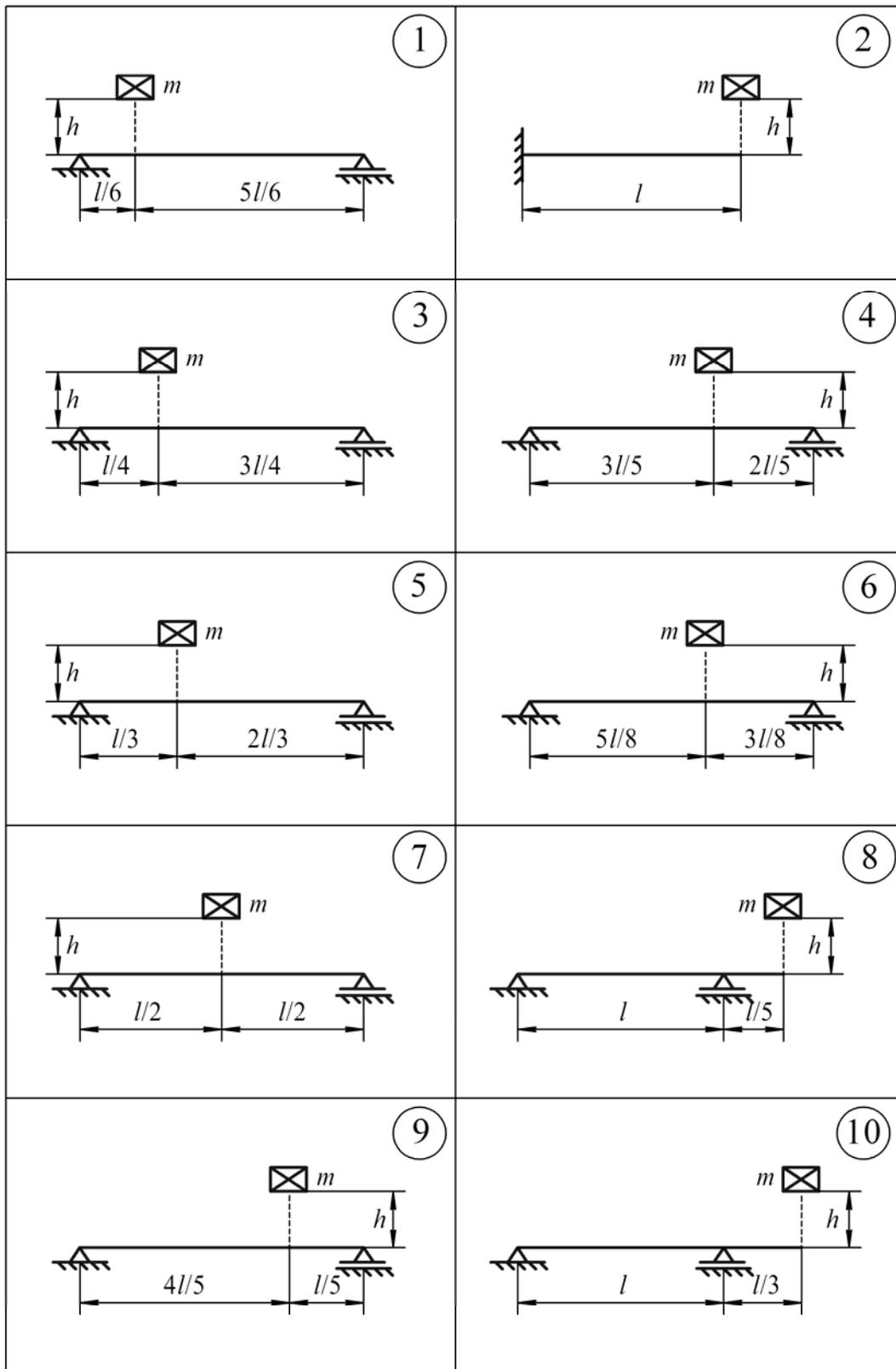


Рис. 11. Расчетные схемы к задаче 11 (удар)

Данные для вычислений взять из табл. 12.

Таблица 12

Номер строки	Схема по рис. 10	$l$ , см	$m$ , кг	№ двутавра
1	1	2,1	21	10
2	2	2,2	22	12
3	3	2,3	23	14
4	4	2,4	24	16
5	5	5,4	25	18
6	6	2,6	26	18а
7	7	2,7	27	20
8	8	2,8	28	20а
9	9	2,9	29	22
0	10	3,0	30	22а
	а	б	в	г

3. Для расчета прогиба можно использовать как метод начальных параметров, так и метод Мора.

4. Из условия прочности балки следует определить наибольшее допустимое значение динамического коэффициента, который зависит от высоты падения груза.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Степин, П. А. Сопротивление материалов / П. А. Степин. – М.: Высш. шк., 1988. – 312 с.
2. Подскребко, М. Д. Сопротивление материалов / М. Д. Подскребко. – Минск: Высш. шк., 2007. – 797 с.
3. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М.: Наука, 2007. – 512 с.
4. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М.: Высш. шк., 1976. – 608 с.
5. Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М.: Высш. шк., – 1995. – 540 с.
6. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М.: Высш. шк., 1989. – 624 с.
7. Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко. – Киев: Вища шк., 1979. – 696 с.
8. Писаренко, Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев: Наукова думка, 1975. – 703 с.
9. Рудицын, М. Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов / М. Н. Рудицын, П. Я. Артемов, М. И. Любошиц. – Минск: Высш. шк., 1970. – 560 с.
10. Ицкович, Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов / Г. М. Ицкович. – М.: Высш. шк., 1999. – 436 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. Содержание и программа дисциплины.....	4
1.1. Основные понятия механики материалов.....	4
1.2. Расчеты на растяжение или сжатие.....	4
1.3. Механические характеристики конструкционных материалов, тензометрия.....	5
1.4. Теория напряженного и деформированного состояния....	5
1.5. Основные теории прочности. Надежность конструкции...	5
1.6. Расчеты на изгиб.....	6
1.7. Расчеты на кручение.....	7
1.8. Общий случай действия сил на стержень.....	7
1.9. Универсальный метод определения перемещений. Расчет статически неопределимых систем методом сил.....	8
1.10. Устойчивость элементов конструкций.....	8
1.11. Расчет на прочность при динамических нагрузках.....	9
1.12. Расчет сосудов, корпусных конструкций и трубопроводов	9
2. Методические указания и рекомендации для выполнения контрольных работ.....	10
2.1. Содержание заданий. Выбор задания и исходных данных	10
2.2. Указания по оформлению контрольных заданий.....	11
3. Контрольные задания.....	12
Задача 1. Центральное растяжение.....	12
Задача 2. Кручение.....	13
Задача 3. Поперечный изгиб.....	16
Задача 4. Геометрические характеристики плоских сечений...	19
Задача 5. Перемещения при изгибе.....	21
Задача 6. Косой изгиб.....	23
Задача 7. Внецентренное сжатие.....	25
Задача 8. Совместное действие изгиба и кручения.....	27
Задача 9. Устойчивость сжатых стержней.....	30
Задача 10. Статически неопределимые рамы.....	32
Задача 11. Удар.....	34
Литература.....	37

## **МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ**

Составители: **Дорожко** Александр Валентинович  
**Левданский** Александр Эдуардович  
**Чиркун** Дмитрий Иванович  
**Ширко** Алексей Владимирович

Корректор *М. В. Лобач*  
Компьютерная верстка *М. В. Лобач*

Подписано в печать 07.06.2010. Формат 60×84<sup>1</sup>/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,3.  
Тираж 300 экз. Заказ .

Отпечатано в Центре издательско-полиграфических  
и информационных технологий учреждения образования  
«Белорусский государственный  
технологический университет».  
220006. Минск, Свердлова, 13а.  
ЛИ № 02330/0549423 от 08.04.2009.  
ЛП № 02330/0150477 от 16.01.2009.