УДК 517.982.45

Т. Г. Шагова, ассист., магистр физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ МНЕМОФУНКЦИЙ

Рассматриваются мнемофункции, порожденные рациональными функциями, т. е. рациональные мнемофункции.

В монографии П. Антосика, Я. Микусинского и Р. Сикорского «Теория обобщенных функций: секвенциальный подход» для квадратов функций δ и $P(1/x)$ приведено следующее равенство:

$$\delta^2 - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 = -\frac{1}{\pi^2}\frac{1}{x^2}.$$

Поскольку выражения δ^2 и $(1/x)^2$ как обобщенные функции не определены, левая часть формулы, очевидно, не имеет смысла, в то время как правая часть равенства определена в пространстве обобщенных функций. Рассмотрим это равенство с позиции мнемофункций. В качестве аппроксимаций δ и $P(1/x)$ возьмем рациональные функции $f(x) = \dfrac{1}{\pi\left(1+x^2\right)}$ и $g(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ соответственно.

Подставив асимптотические разложения квадратов мнемофункций $f_\varepsilon(x) = \dfrac{1}{\varepsilon} f\left(\dfrac{x}{\varepsilon}\right)$ и $g_\varepsilon(x) = \dfrac{1}{\varepsilon} g\left(\dfrac{x}{\varepsilon}\right)$ в равенство, видим, что главный член разности следующий:

$$(f_\varepsilon)^2 - \frac{1}{\pi^2}(g_\varepsilon)^2 \approx -\frac{1}{\pi^2} P\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

Однако если в качестве аппроксимации δ– функции взять функцию $f_1(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{\pi(1+x^4)}$, получаем:

$$(f_{1\varepsilon})^2 - \frac{1}{\pi^2}(g_\varepsilon)^2 \approx \frac{3\sqrt{2}-2}{2}\cdot\frac{\delta}{2\pi\varepsilon} - \frac{1}{\pi^2} P\left(\frac{1}{x^2}\right),$$

т. е. δ– функция с бесконечно большим коэффициентом. Следовательно, с точки зрения теории мнемофункций выполнимость данного равенства зависит от способа аппроксимации обобщенных функций. Для того чтобы это равенство выполнялось, необходимо аппроксимировать δ и $P(1/x)$ рациональными функциями, удовлетворяющими равенству:

$$\int f^2(x)dx = \frac{1}{\pi^2}\int g^2(x)dx.$$