УДК 519.237.3

Е. И. Ловенецкая, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ КВАДРАТИЧНЫХ КРИТЕРИЕВ В ЗАДАЧЕ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗЫ О СРЕДНЕМ МНОГОМЕРНОГО НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Наблюдение $\mathbf{X} = (X_1; X_2; ...; X_n) \sim N(\boldsymbol{\mu}; I)$ имеет n-мерное нормальное распределение со средним $\boldsymbol{\mu}$ и единичной матрицей ковариаций I. Рассматривается задача проверки гипотезы $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ против альтернативы $H_1 : \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{0}$. При байесовском подходе предположение о том, что параметр $\boldsymbol{\mu}$ имеет нормальное распределение с нулевым средним и независимыми компонентами, приводит к квадратичному критерию со статистикой вида $T_n = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k X_k^2$, где с большим весом берутся те компоненты наблюдения, математические ожидания которых имеют больше шансов отклоняться от нуля. Отметим, что байесовский критерий максимизирует среднюю мощность, т. е. является наилучшим против сложной альтернативы.

Можно показать также, что квадратичные критерии в данной задаче не только являются наиболее мощными в среднем для сложных альтернатив, но и дают максимум мощности на индивидуальных альтернативах, удовлетворяющих определенному условию асимптотической малости. Так, в [1] доказано, что при проверке гипотезы H_0 против альтернатив вида H_n: $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_n$, где $\boldsymbol{\mu}_n \neq \mathbf{0}$ и удовлетворяют некоторому условию равномерной асимптотической малости, среди критериев со статистикой вида $T_n = \sum_{k=1}^{n} \lambda_{nk} f(X_k)$, где коэффициенты λ_{nk} удовлетворяют заданному условию равномерной пренебрегаемости, а на функцию f накладываются определенные ограничения четности, гладкости и роста, асимптотически (при $n \to \infty$) наиболее мощным является критерий с квадратичной функцией $f(x) = x^2 - 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ловенецкая Е. И. Квадратичные критерии для проверки гипотез о среднем многомерного нормального распределения // Труды БГТУ. 2015. №6. Физ.-мат. науки и информатика. – С. 19–23.