УДК 519.624

И.Ф. Соловьева, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

К ВОПРОСУ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

Граничные задачи с пограничным слоем для линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений (о.д.у.) второго порядка, содержащих малый параметр при старшей производной, представляют собой математические модели с очень сложным характером поведения решений и градиентов решений.

Рассмотрим систему линейных о.д.у. второго порядка с малым параметром, стоящим при старшей производной:

$$Ly(x) = -\varepsilon\ddot{y}(x) + A(x)\dot{y}(x) + B(x)y(x) = f(x), \ \ \alpha \le x \le \beta$$

с пограничным слоем и граничными условиями:

$$A_1\dot{y}(\alpha) + A_2 y(\alpha) = a,$$
$$B_1\dot{y}(\beta) + B_2 y(\beta) = b$$

в предположении, что $A(x)$, $B(x)$–произвольные квадратные матрицы порядка $(n \times n)$, элементы которых кусочно-непрерывные функции от x; $f\colon [\alpha, \beta] \to C^n$; A_1, A_2, B_1, B_2 – известные квадратные матрицы порядка $(n \times n)$ такие, что прямоугольные матрицы (A_1, A_2) и (B_1, B_2) имеют rang $[A_1, A_2]$ = n, rang $[B_1, B_2]$ = n; $\varepsilon > 0$ – фиксированный малый параметр при старшей производной.

В данной работе для решения такого рода граничных задач предлагается построение одной из модификаций методов унитарной прогонки. Этот метод позволяет заменить исходную граничную задачу решением нескольких задач Коши. К решению задач Коши можно применить богатый набор уже существующих и хорошо развитых методов, в том числе, обладающих, например, D-устойчивостью. При таком подходе удается обойти процедуру решения систем линейных алгебраических уравнений высокого порядка, что позволяет избежать многих трудностей, связанных с организацией итерационных процессов, и обеспечением их сходимости. В целях упрощения вычислений, регулировки роста решений и градиентов решений в областях пограничных слоев вводятся регулирующие множители. Их можно выбирать, например, в виде диагональных матриц.