

УДК 663.52-007.5

**Н. И. Ульянов**, старший преподаватель (МГУП);  
**И. Ф. Кузьмицкий**, кандидат технических наук, доцент (БГТУ)

### АППРОКСИМАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ТЕПЛО- И МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА РЕКТИФИКАЦИИ

Проведена аппроксимация аналитических моделей динамики тепло- и массообменного процесса ректификации. Практический результат данной аппроксимации заключается в том, что систему, состоящую из более чем семидесяти тарелок, удалось аппроксимировать динамической моделью второго порядка с запаздыванием. Данная аппроксимация позволила получить передаточные функции для построения системы автоматического управления и расчета показателей качества процесса ректификации. Проведен анализ полученных передаточных функций для различных веществ, входящих в состав ректифицированного спирта, и различных режимов производительности ректификационной установки, который показал, что наблюдаются существенно отличающиеся коэффициенты передачи. Это обуславливает применение цепи адаптации коэффициента усиления в системе автоматического управления.

Approximation of analytical models of dynamics warmly and mass exchange process of rectification is carried out. The practical result of the given approximation consists that system consisting from more than seventy of tray, it was possible to approximate dynamic model of second order with delay. The given approximation has allowed to receive transfer functions for construction of system of automatic control and calculation of parameters of quality of process of rectification. The analysis of the received transfer functions for the various substances included alcohol and various modes of productivity of installation which has shown that essentially distinguished factors of transfer are observed carried out. It causes application of a circuit of adaptation of factor of amplification in system of automatic control.

**Введение.** В производстве ректифицированного спирта технологические процессы брагоректификации являются наиболее энергоемкими и оказывают существенное влияние на качество готовой продукции. Поэтому актуальны проблемы повышения и стабилизации качества выпускаемой продукции, а также снижения ресурсо- и энергозатрат в процессах ректификации. Один из путей решения этих задач – создание высокоэффективных и высоконадежных систем автоматизированного управления. Целью работы является аппроксимация аналитических моделей тепло- и массообменного процесса брагоректификации, которая позволит получить адекватные динамические модели в условиях широкого диапазона изменений нагрузок на аппараты и соответствующего тренда массо- и теплообменных режимов. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующую задачу: построить адекватные динамические модели управления колоннами брагоректификационной установки (БРУ) для различных режимов нагрузки и орошения колонн.

Принципиально можно выделить четыре метода определения математической модели объекта: 1) на основе реакции объекта на детерминированный входной сигнал (чаще всего на единичный скачок); 2) на основе частотных характеристик, полученных в установившемся состоянии при синусоидальном входном сигнале; 3) на основе моделирования реального объекта на математических машинах при дальнейшем уточнении параметров модели заданной

структуры; 4) на основе корреляционного анализа входа и выхода [1].

Рассмотрим методы определения коэффициентов уравнения, когда известна выходная реакция объекта. Чаще всего это реакция на единичное скачкообразное воздействие. Аналитические модели динамики тепло- и массообменного процесса ректификации получены на основе математической модели тепло- и массообменного процесса на тарелке колонны.

**Основная часть.** Математическая модель массообменного процесса на тарелке колонны БРУ имеет следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dM_i}{dt} &= L_{i+1} - L_i, \quad G_{i-1} = G_i, \\ M_i \frac{d\Theta_{L,i}}{dt} &= L_{i+1}(\Theta_{L,i+1} - \Theta_{L,i}) + \\ &+ G_{i-1}(\Theta_{G,i-1} - \Theta_{G,i}), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Theta_{G,i}(t) = \Theta_{G,i-1}(t)e^{R_i(t)} - \Theta_{G,i}^*(\Theta_{L,i}(t))(e^{R_i(t)} - 1).$$

Общий коэффициент массопередачи вычисляем по формуле

$$K_i = \frac{S}{\frac{1}{\beta_{yi}} + \frac{m_i}{\beta_{xi}}}, \quad (2)$$

где  $S$  – эффективная площадь тарелки;  $\beta_{yi}$  – частный коэффициент массоотдачи в паровой фазе;  $m_i$  – коэффициент, учитывающий равновесие в системе «этиловый спирт – вода»;

$\beta_{xi}$  – частный коэффициент массоотдачи в жидкой фазе.

Коэффициенты  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{xi}$  используются для корректировки модели или, точнее, для «привязки» ее к реальному объекту.

Для повышения точности расчета коэффициента массопередачи предлагается следующая модель расчета коэффициентов массоотдачи:

$$\beta_{yi} = \alpha_1 G_i^2 + \alpha_2 G_i + \alpha_3, \quad (3)$$

$$\beta_{xi} = \alpha_4 L_i + \alpha_5, \quad (4)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  – коэффициенты.

Корректировка модели (1)–(4) с целью достижения адекватности реальному объекту в рабочей области для процессов брагоректификации сводится к определению соответствующих значений коэффициентов массоотдачи  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{xi}$ , используемых в качестве основных инструментов коррекции модели.

Для реализации данного метода коррекции необходимы математическая модель процесса брагоректификации, использующая коэффициенты  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{xi}$  (1)–(4), и информация о распределении концентрации легколетучего компонента (ЛЛК) по высоте колонны в конкретных режимах работы БРУ.

С помощью уравнений модели определяем расчетное распределение концентрации легколетучего компонента в жидкости по высоте колонны.

Значения режимных параметров (расход питания, концентрация легколетучего компонента в питании, концентрация легколетучего компонента в готовом продукте (полупродуктах), расход пара) брали из соответствующего эксперимента. Для этого предварительно на промышленной колонне (бражной, эпорационной, ректификационной) в условиях нормальной эксплуатации в рабочей области был проведен эксперимент, состоящий в регистрации (при стабильных режимах) параметров: расхода питания, концентрации ЛЛК в питании и в кубе, расхода пара, расхода флегмы и концентрации ЛЛК в ней, а также распределения концентрации этанола  $\Theta_i^0$  на конкретных тарелках. Первоначальные значения частных коэффициентов массоотдачи  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{xi}$  рассчитаны для усредненных условий процесса в промышленной колонне (по известным критериальным уравнениям). Вариацией коэффициентов  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{xi}$  добивались такого совпадения расчетного  $\Theta_i^p$  и экспериментального  $\Theta_i^0$  распределений концентрации легколетучего компонента по высоте колонны, при котором минимизируется оценка  $I$ . Совпадения с точностью до  $\min I$  расчетных и экспериментальных распределений по высоте колонны в широкой области режимов рассмат-

ривались как основной критерий адекватности математической модели реальному объекту.

В качестве оценки  $I$  использовали дисперсию несовпадения расчетного и экспериментального распределений

$$I = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Theta_i^p - \Theta_i^0)^2, \quad (5)$$

где  $n$  – число тарелок в колонне.

Выбирали коэффициенты  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{xi}$  так, чтобы минимизировать выражение (5).

Адекватность математической модели промышленной колонны (бражной, эпорационной, ректификационной) в рабочей области достигалась путем определения настроечных коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ , обеспечивающих наилучшие в смысле критерия (5) совпадения  $\Theta_i^p$  и  $\Theta_i^0$ .

Для расчета коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  усреднялись данные контрольных опытов, охвативших рабочую область. При этом коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  использовались как корректирующие коэффициенты математической модели (1)–(4). Функционал (5) численно решался на ЭВМ; удовлетворительные результаты получены при постоянных для всей бражной колонны значениях. Для условий эпорационной и ректификационной колонн спиртового производства коэффициенты массоотдачи должны выбираться различными для исчерпывающей и укрепляющей частей.

Теплообменная модель процесса брагоректификации в дифференциальной форме имеет вид

$$S \frac{dl}{dt} = G_{i-1} + L_{i+1} - L_i(l) - G_i(l),$$

$$\rho C_p S \frac{d(T)}{dt} = \rho C_p \times$$

$$\times [G_{i-1} T_{G,i-1} + L_{i+1} T_{L,i+1} - L_i(l) T_{L,i} - G_i(l) T_{G,i}], \quad (6)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $C_p$  – теплоемкость при постоянном давлении;  $T$  – температура жидкости на тарелке.

Пользуясь уравнениями тепло- и массообмена (1)–(4), (6) и методикой получения передаточных функций по основным каналам управления [2], были рассчитаны коэффициенты усиления и постоянные времени для каждой тарелки колонн БРУ для трех режимов производительности (максимальный, номинальный, минимальный) [3].

Аналитическую модель динамики тепло- и массообменного процесса в колонне можно представить цепочкой апериодических звеньев с разными коэффициентами. На рис. 1 представлена структурная схема аналитической модели динамики тепло- и массообменного процесса бражной колонны.

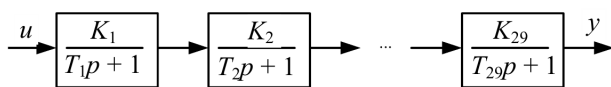


Рис. 1. Структурная схема аналитической модели динамики тепло- и массообменного процесса:  
 $K_1-K_{29}$  – коэффициенты передачи;  
 $T_1-T_{29}$  – постоянные времени;  
 $u$  – входная величина;  $y$  – выходная величина

На рис. 2 приведены переходные характеристики, полученные в результате подачи на вход аналитической модели динамики тепло- и массообменного процесса единичного ступенчатого сигнала  $u(t) = 1$  (для трех режимов производительности бражной колонны).

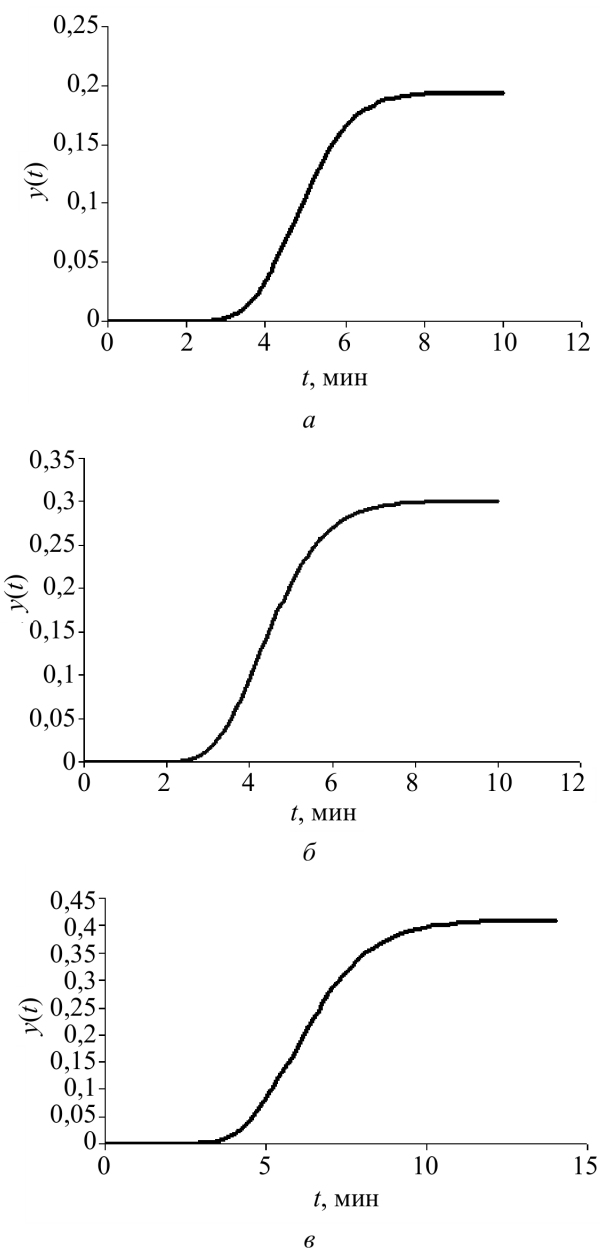


Рис. 2. Переходные характеристики:  
 $a$  – максимальный режим;  $b$  – номинальный режим;  $v$  – минимальный режим

Поскольку размерность аналитических динамических моделей тепло- и массообмена процесса ректификации соответствует количеству тарелок в колоннах, а их несколько десятков, то необходимо провести их редуцирование. Данные аналитические модели можно редуцировать моделями аperiodического звена второго порядка и звена запаздывания. Аperiodическое звено второго порядка и звено запаздывания можно описать дифференциальным уравнением второго порядка с запаздыванием.

Редуцированная модель примет следующий вид [1]

$$T_1 T_2 \frac{d^2 y_r(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dy_r(t)}{dt} + y_r(t) = Ku(t - \tau), \quad (7)$$

где  $T_1, T_2 > 0$ .

Передаточная функция редуцированной модели:

$$W_r(p) = \frac{K}{T_1 p^2 + T_2 p + 1} e^{-\tau p}. \quad (8)$$

Пологая, что  $y(0) = y'(0) = 0$ , а входное воздействие описывается уравнением

$$u(t) = 1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

получим решение

$$y_r(t) = K \left( 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\tau}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\tau}{T_2}} \right), \quad t \geq \tau. \quad (9)$$

Подадим на вход модели единичное ступенчатое воздействие  $u(t)$ . Запишем функцию ошибок  $F$  в виде

$$F = \sum_{i=1}^{i=N} [y(t_i) - y_r(t_i)]^2,$$

где  $N$  – число разбиений по оси  $t$ .

Значение  $K$  и  $\tau$  определяются по переходным характеристикам для каждой колонны и режима производительности.

Для получения  $T_1, T_2$ , при которых  $F$  является минимальной, применяются необходимые условия минимума:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial T_1} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial T_2} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решая систему уравнений (10), получим значения  $T_1, T_2$ .

Запишем передаточную функцию редуцированной модели для бражной колонны БРУ (по концентрации этилового спирта), настроечные коэффициенты  $\alpha$  для трех режимов производительности и ошибку  $F$ :

– при максимальном режиме производительности:

$$W_r(p, \alpha) = \frac{0,194}{0,69p^2 + 1,8p + 1} e^{-3,36p};$$

$$\alpha_1 = 1,13, \alpha_2 = 1,73, \alpha_3 = 3,86, \alpha_4 = 1,57,$$

$$\alpha_5 = 59,64; F = 0,002;$$

– при номинальном режиме производительности:

$$W_r(p, \alpha) = \frac{0,301}{0,7p^2 + 1,65p + 1} e^{-2,99p};$$

$$\alpha_1 = 1,03, \alpha_2 = 1,67, \alpha_3 = 2,33, \alpha_4 = 8,32,$$

$$\alpha_5 = 60,54; F = 0,001;$$

– при минимальном режиме производительности:

$$W_r(p, \alpha) = \frac{0,41}{0,9p^2 + 2,2p + 1} e^{-3,85p};$$

$$\alpha_1 = 1,13, \alpha_2 = 1,57, \alpha_3 = 2,81, \alpha_4 = 1,32,$$

$$\alpha_5 = 67,92; F = 0,01.$$

На рис. 3 представлены переходные характеристики, которые получены в результате подачи на вход аналитической модели динамики тепло- и массообменного процесса единичного ступенчатого сигнала  $u(t) = 1$ , и переходные характеристики редуцированной модели (для трех режимов производительности бражной колонны).

Анализ параметров передаточных функций показывает, что значительно отличаются они лишь по величине коэффициента передачи. Если коэффициент передачи модели при номинальном режиме производительности БРУ взять в качестве номинального ( $K_n$ ), тогда коэффициент передачи модели при максимальном режиме производительности будет  $K_{\max} \approx 0,64K_n$ , а для модели при минимальном режиме производительности –  $K_{\min} \approx 1,36K_n$ .

Для определения передаточных функций редуцированной модели по концентрациям уксусного альдегида, сивушного масла, уксусно-этилового эфира, метилового спирта, свободных кислот воспользуемся уравнениями (7)–(10). По всем этим веществам будут отличные коэффициенты массопередачи.

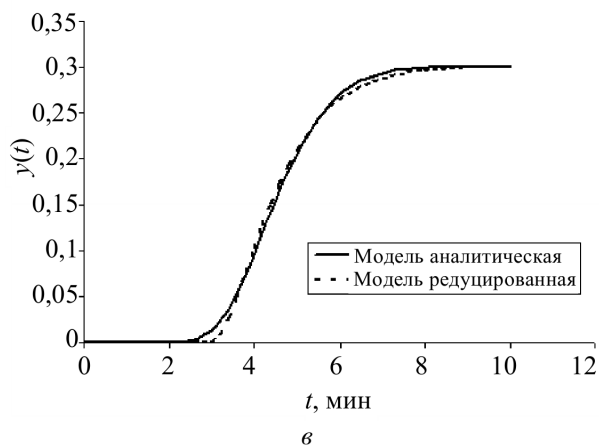
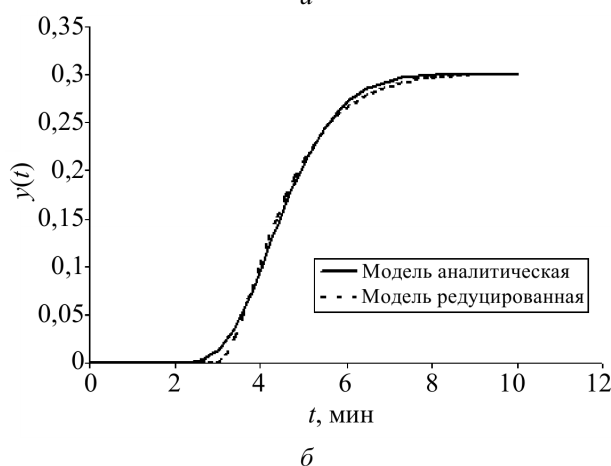
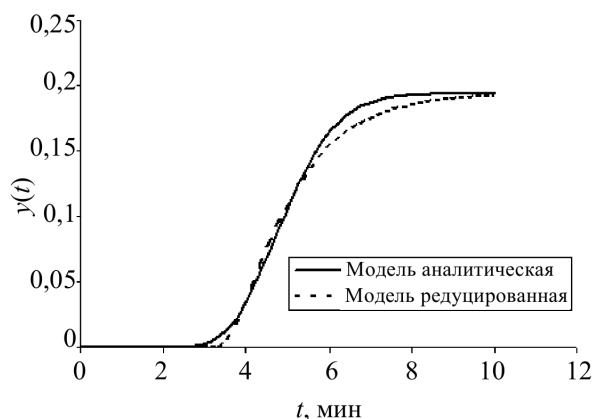


Рис. 3. Переходные характеристики для двух типов моделей:  
а – максимальный режим; б – номинальный режим; в – минимальный режим

**Заключение.** Разработана аналитическая математическая модель динамики тепло- и массообменного процесса на тарелке колонны БРУ. В этой модели наряду с массообменными явлениями учтена теплопередача процесса.

Впервые для процесса брагоректификации предложен метод редуцирования аналитической динамической модели процесса в колонне БРУ, который позволяет представить аналити-

ческие динамические модели моделями апериодического звена второго порядка и звена запаздывания. Благодаря этому для расчета показателей качества процесса ректификации были получены передаточные функции с переменными параметрами.

Практический результат данной аппроксимации заключается в том, что систему, состоящую из более чем семидесяти тарелок, удалось аппроксимировать динамической моделью второго порядка с запаздыванием по каналу управления.

Анализ полученных передаточных функций для различных режимов производительности БРУ показал, что наблюдаются существенно отличающиеся коэффициенты передачи.

### Литература

1. Гурецкий, Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием / Х. Гурецкий. – М.: Машиностроение, 1974. – 328 с.

2. Ульянов, Н. И. Исследование основных каналов управления процессом брагоректификации и разработка их динамических моделей / Н. И. Ульянов // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2007. – Вып. XV. – С. 118–121.

3. Ульянов, Н. И. Способ расчета разделения спиртовых смесей и оценка качества системы управления / Н. И. Ульянов, И. Ф. Кузьмицкий // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2009. – Вып. XVII. – С. 82–86.

*Поступила 28.02.2011*