

УДК 621.185.532

А. В. Блохин, ассистент (БГТУ)

### МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ В ОПАСНОМ СЕЧЕНИИ ПЛОСКИХ БАЛОЧНЫХ ОБРАЗЦОВ, НАГРУЖАЕМЫХ ЗНАКОПЕРЕМЕННЫМ ИЗГИБОМ

В работе рассмотрена методика определения напряженно-деформированного состояния плоских балочных образцов, нагружаемых знакопеременным изгибом при ускоренных усталостных испытаниях. На основании теоретических исследований методом конечных элементов предложен уточненный расчет напряжений в опасном сечении таких образцов. В частности, учтены следующие факторы: податливость заделки, изменение жесткости прикорневого участка образца и смещение опасного сечения от заделки.

The paper dwells upon the methods of determining sample tension when carrying out fatigue tests. The samples are loaded by reversed bending. The theoretical research enables to calculate tension in the weakest section of flat beam-type samples by means of finite element method (FEM). In particular, the following factors are taken into consideration: restraint flexibility, changing rigidity of the sample root part and shifting of the weakest section from the restraint. All these enabled to determine empirical relations. Testing results in model samples by means of strain gauge method differ by 3-5% from those obtained by means of the method under consideration when tension in the weakest section is being determined.

**Введение.** Большинство деталей современных машин лесозаготовительной и деревообрабатывающей промышленности работают в условиях динамического нагружения. Механические характеристики конструкционных материалов, из которых изготавливаются такие детали, должны обеспечивать надежную и бесперебойную работу как отдельных узлов, так и машины в целом в течение всего срока эксплуатации. Наряду с материалами, полученными на основе железа, широкое распространение получили сплавы из цветных металлов. Наиболее широко применяются различные алюминиевые сплавы [1]. Из таких материалов изготавливаются как кузовные детали и элементы отделки салона, так и детали, подверженные знакопеременным нагрузкам. Например, блок цилиндров, поршни, кронштейны передней растяжки, рычаги передней подвески, кронштейны крепления двигателя и др. Причем согласно данным, которые приводит Алюминиевая ассоциация (Aluminum Association), автомобильные компании в течение последних 20 лет постоянно увеличивали степень использования сплавов на основе алюминия при производстве автотранспортных средств. Согласно этим данным, на сегодняшний день средний уровень использования алюминиевых сплавов в автотранспорте составляет 8,6% от массы (рис. 1).

Более широкое применение сплавов, полученных на основе алюминия, в настоящее время ограничивается их высокой стоимостью, обусловленной сложностью получения чистого алюминия электролизом. В первую очередь это связано со значительными затратами электроэнергии. Изготовление алюминиевых сплавов с использованием вторичного сырья позволит существенно снизить удельные расходы электро-

энергии. Поэтому замещение первичных алюминиевых сплавов на сплавы, полученные с использованием вторичного сырья, обеспечит снижение себестоимости производства как самих материалов, так и отдельных деталей, узлов и машин в целом.

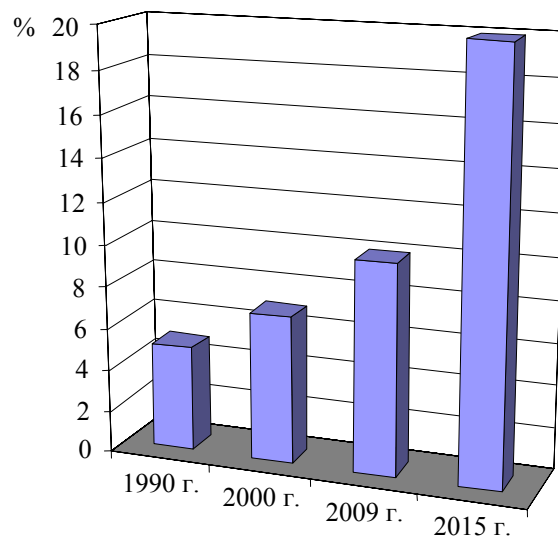


Рис. 1. Использование алюминиевых сплавов при производстве автотранспорта

Существенной проблемой, ограничивающей применение алюминиевых сплавов, полученных с использованием вторичного сырья, являются низкие механические характеристики, связанные с тем, что после переплавки сплавы характеризуются широкими интервалами содержания основных компонентов, значительной загрязненностью неметаллическими включениями и газами, гетерогенностью структуры, а также наличием грубых включений железосодержащих фаз. В связи с этим остро стоит задача

повышения качества, а следовательно, и конкурентоспособности вторичных сплавов по отношению к более дорогостоящим их первичным аналогам.

Решение данной задачи может быть обеспечено большим объемом ускоренных усталостных испытаний, реализуемых с использованием высоких частот нагружения.

Для испытаний на высоких частотах нагружения часто используют установки, в основу работы которых положены магнитоэлектрические преобразователи [2]. Достоинством таких преобразователей является возможность проведения испытаний на частотах, достигающих сотен кГц. Принципиальная схема высокочастотной установки, работающей в автоколебательном режиме (частота испытаний 18 кГц), показана на рис. 2.

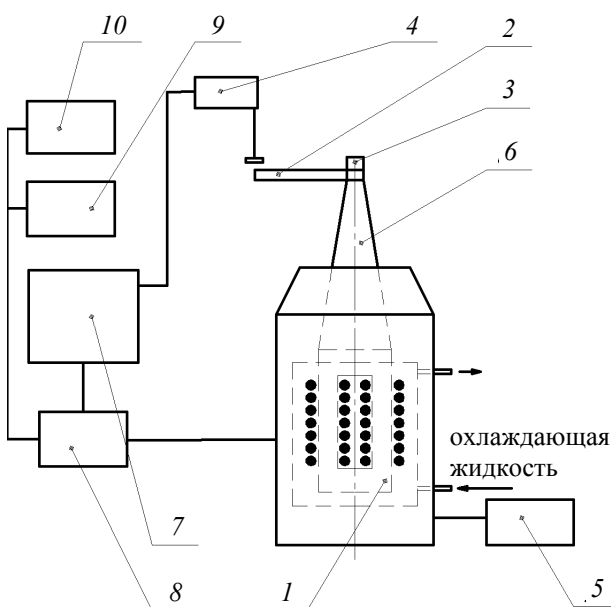


Рис. 2. Принципиальная схема высокочастотного испытательного стенда:

- 1 – магнитоэлектрический преобразователь с катушками возбуждения и подмагничивания;
- 2 – образец; 3 – устройство крепления;
- 4 – виброметр МРТИ; 5 – модуль подмагничивания;
- 6 – концентратор-волновод; 7 – прибор стабилизации амплитуды ПСА; 8 – частотомер;
- 9 – осциллограф; 10 – устройство вывода на печать

Для повышения точности и достоверности результатов усталостных испытаний требуется совершенствование методики определения напряженно-деформированного состояния нагружаемых образцов.

В данной работе предложена методика определения напряжений в опасном сечении плоских балочных образцов (рис. 3), нагружаемых знакопеременным изгибом.

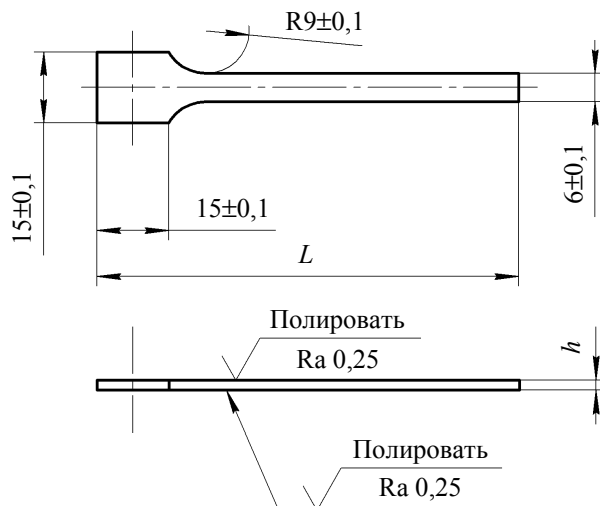


Рис. 3. Геометрические параметры образцов

**Основная часть.** В основу расчета напряженно-деформированного состояния плоских балочных образцов было положено общее уравнение технической теории стержней:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $J = J(x)$  – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной линии сечения;  $y = y(x, t)$  – величина прогиба;  $F$  – площадь поперечного сечения.

При исследовании колебаний балки без учета сдвига и инерции вращения в случае жесткой заделки при  $x = 0$  и  $x = 1$  граничные условия будут иметь вид:

$$y = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$M = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad Q = \frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = 0.$$

Для случая, когда  $J = \text{const}$  и  $F = \text{const}$ , исходное уравнение записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - k^4 y = 0, \quad (3)$$

где 
$$k = \frac{4\omega^2 \rho y}{EJ}. \quad (4)$$

Для консольной балки при данных граничных условиях решение имеет вид:

$$y(0) = \frac{\partial y}{\partial x}(0) = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(l) = \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}(l) = 0, \quad (5)$$

уравнение частот

$$ch(kl) \cos(kl) + 1 = 0, \quad (6)$$

корни для которого  $kl = 1,875$  – для первой, а  $kl = 1,694$  для второй формы колебаний.

Функция прогибов может быть описана зависимостью

$$y = A_m \left( U(kx) + \frac{B}{A_m} V(kx) \right), \quad (7)$$

где  $\frac{B}{A} = -\frac{U(kl)}{V(kl)}$  или  $\frac{B}{A} = -\frac{T(kl)}{U(kl)}$ ;  $S(x)$ ,  $T(x)$ ,  $U(x)$ ,

$V(x)$  – функции Крылова.

Таким образом, уравнение упругой линии для первой и второй формы колебаний будут иметь вид:

$$y(x) = \frac{1}{2} A_m (ch kx + \cos kx) - 0,734 \frac{1}{2} A_m (sh kx + \sin kx); \quad (8)$$

$$y(x) = \frac{1}{2} A_m (ch kx + \cos kx) - 1,0185 \frac{1}{2} A_m (sh kx + \sin kx). \quad (9)$$

Уравнения изгибающих моментов и изгибающих напряжений можно описать следующими дифференциальными уравнениями:

$$M(x) = \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2}; \quad (10)$$

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W_x}. \quad (11)$$

Как уже выше отмечалось, полученные выражения будут справедливы для незакрученной балки с прямолинейной осью и малым, остающимся плоским поперечным сечением при исследовании колебаний без учета сдвига и инерции вращения сечения в случае жесткой заделки.

Для повышения точности определения напряжений в опасном сечении необходимо учесть ряд следующих факторов:

- депланация поперечного сечения образца;
- инерция вращения элементов балки;
- деформация сдвига;
- влияние податливости заделки на напряжения в опасном сечении;
- влияние жесткости прикорневого участка образца;
- влияние смещения опасного сечения от заделки.

Для этого была создана твердотельная модель образца с учетом физико-механических характеристик материала, из которого он изготовлен, и его геометрических параметров (рис. 4).

В результате исследований этой модели установлены эмпирические зависимости, которые графически представлены на рис. 5.

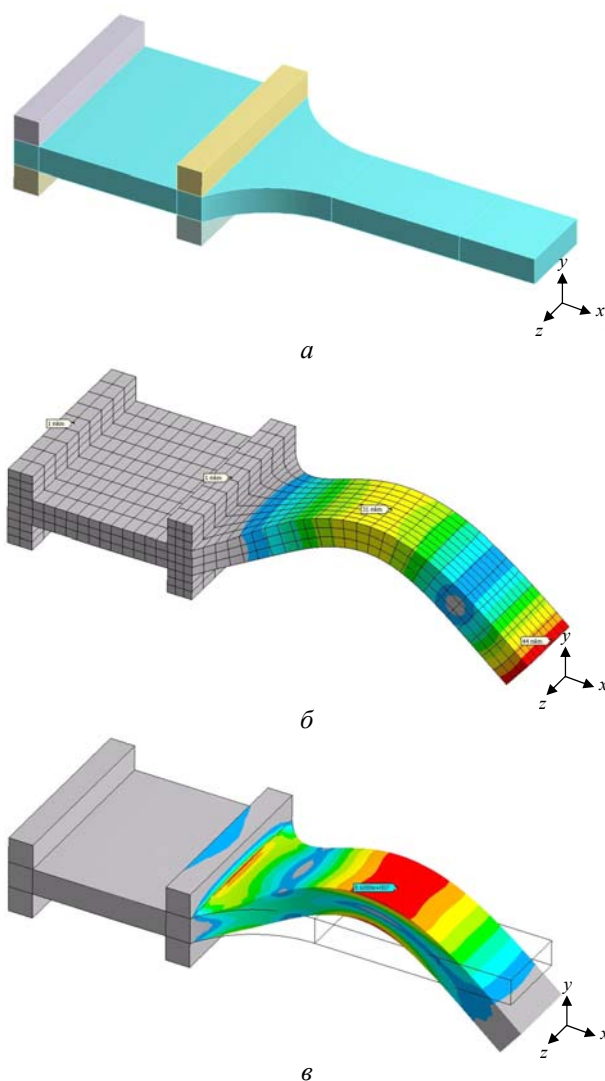


Рис. 4. Напряженно-деформированное состояние плоского балочного образца, полученное на основании расчета методом конечных элементов: *а* – твердотельная модель образца с моделью устройства крепления; *б* – деформированное состояние образца колеблющегося на второй форме; *в* – напряжения в опасном сечении

На основании работ различных авторов исследованы модели, учитывающие влияние на напряженно-деформированное состояние плоских балочных образцов, нагружаемых знакопеременным изгибом, на основании которых были построены графические зависимости (рис. 6). Анализ этих зависимостей показал, что при увеличении отношения длины образца к толщине ( $L/h$ ) более 10–12 ими можно пренебречь (вносят погрешность не более 0,01–0,40%).

Таким образом, выражения для определения напряжений в опасном сечении образца, колеблющегося на второй форме, будут выглядеть следующим образом:

$$\sigma_a(x = x_p) = \Psi_3 \cdot \Psi_{II} \cdot A_m \cdot \sigma(x = x_p); \quad (12)$$

а для расчета напряжений образцов колеблющихся на первой форме:

$$\sigma_a(x = x_p) = \Psi_3 \cdot \Psi_{II} \cdot \Psi_X \cdot A_m \cdot \sigma(x = x_p), \quad (13)$$

где  $A_m$  – амплитуда колебаний свободного конца образца;  $\sigma(x = x_p)$  напряжения, рассчитанные по выражению (11).

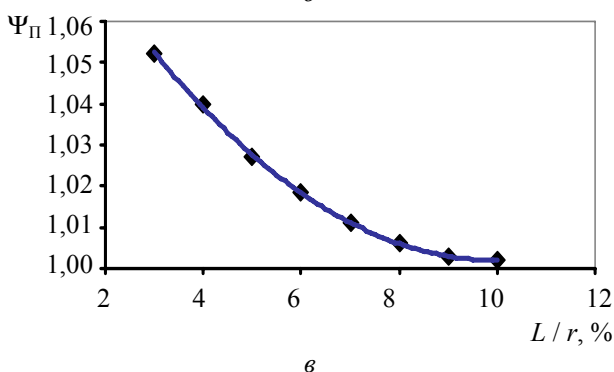
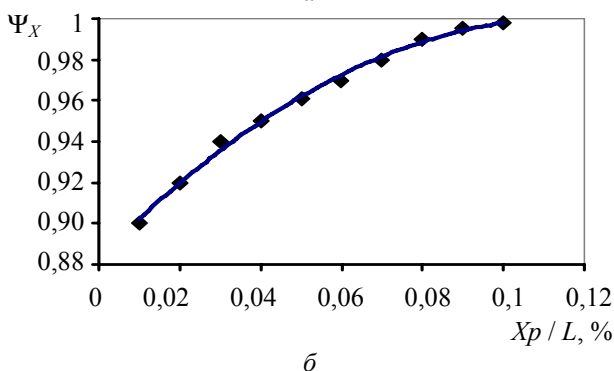
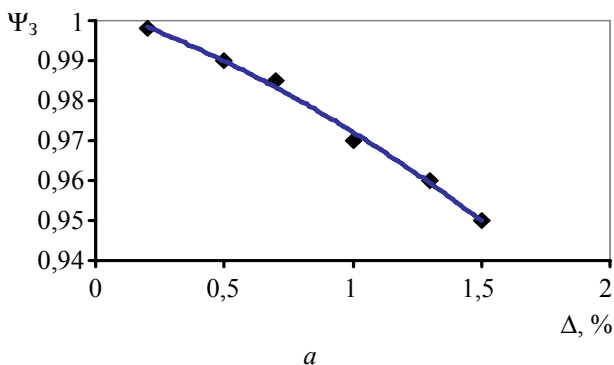


Рис. 5. Влияние на напряжения в опасном сечении образца:

$a$  – податливости заделки на напряжения в опасном сечении;  $b$  – влияние жесткости прикорневого участка образца;  $v$  – влияние смещения опасного сечения от заделки

**Выводы.** Сравнения результатов расчетов по выражениям (12) и (13) с исследованиями других авторов показали высокую степень сходимости, а сравнение результатов испытаний модельных образцов с использованием методов тензометрирования с предлагаемым расчетным методом показало разбегку не более 3–5% в определении напряженно-деформированного состояния.

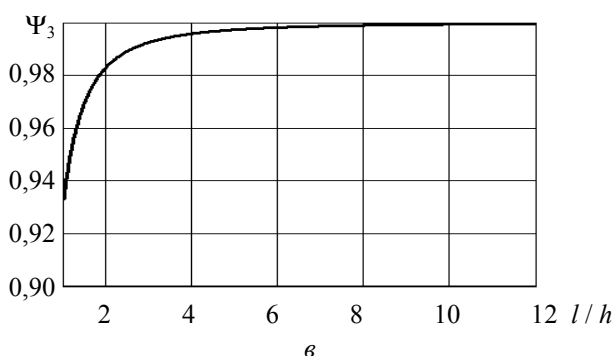
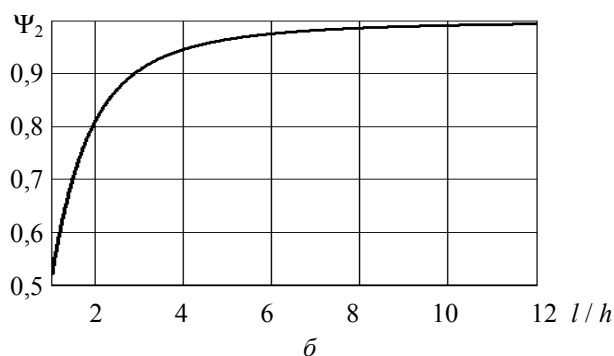
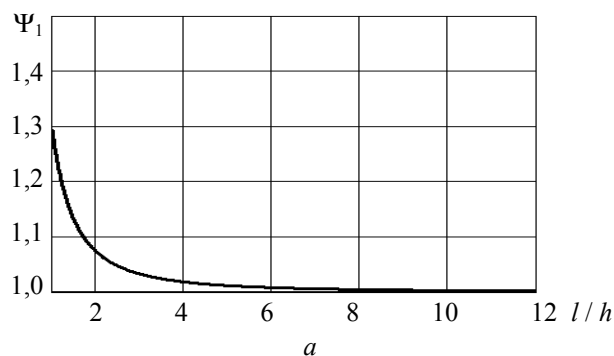


Рис. 6. Влияние на напряжения в опасном сечении образца:  
 $a$  – влияние инерции вращения;  
 $b$  – влияние деформации сдвига;  
 $v$  – влияние депланации поперечного сечения

Достоинством такого метода определения напряжений в опасном сечении является возможность учета геометрии реального образца, податливости устройства крепления при относительной простоте и высокой точности.

### Литература

1. Ефименко, Г. Г. Сталь и альтернативные материалы. Проблемы экономики и экологии / Г. Г. Ефименко, И. Г. Михеева, Т. Н. Павлышин // Металлы и литье Украины. – 1997. – № 8–9. – С. 3–8.
2. Блохин, А. В. Комплекс оборудования для усталостных испытаний элементов технологического оборудования / А. В. Блохин, Ф. Ф. Царук, Н. А. Гайдук // Труды БГТУ. Сер. II, Лесная и деревообаб. пром-сть. – 2002. – Вып. X. – С. 213–215.

Поступила 14.03.2011