УДК 621.37

Студ. Д.В. Кузьмицкий, А.В. Косолапов
Науч. рук. доц. Д.А. Гринюк
(кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники, БГТУ)

ВЫБОР АЛГОРИТМОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В MATLAB ДЛЯ ОЦЕНКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИТЕРИЕВ

В MATLAB реализованы различные методы для решения систем ОДУ. Их реализации названы решателями ОДУ. Методы решения ДУ могут быть как явными, так и неявными. Решатели реализуют следующие методы решения систем дифференциальных уравнений:

ode45 – одношаговые явные методы Рунге-Кутта 4 и 5 порядка. Этот классический метод, рекомендуется для начальной пробы решения, обычно дает удовлетворительные результаты.

ode23 – одношаговые явные методы Рунге-Кутта 2 и 3 порядка. При умеренных требованиях к точности решения для нежестких систем метод может дать выигрыш в скорости решения.

ode113 – многошаговый метод Адамса-Башворта-Мултона переменного порядка. Этот адаптивный метод призван обеспечить высокую точность решения.

ode15s – многошаговый метод переменного порядка (от 1 до 5). Этот адаптивный метод призван обеспечить высокую точность решения для жестких систем. •

ode23s – одношаговый модифицированный метод Розенброка 2-го порядка. Призван обеспечить высокую скорость вычислений для жестких систем при низкой точности.

ode23t – метод трапеций с интерполяцией. Метод дает хорошую точность при решении жестких задач, описывающих осцилляторы с почти периодическим выходным сигналом.

ode23tb – неявный метод Рунге-Кутта в начальной стадии решения и метод, использующий формулы обратного дифференцирования 2-го порядка в последующем. При низкой точности для жестких систем этот метод может оказаться эффективней, чем ode23s.

Все решатели могут решать системы уравнений явного вида $y' = F(t, y)$. Решатели ode15s, ode23s, ode23t, ode23tb могут использоваться для решения уравнения неявного вида $My' = F(t, y)$.

Выбор решателя для решения ОДУ зависит от множества факторов. Главный фактор это вид ДУ и его порядок. Также немаловажными факторами в выборе решателя являются точность и время. Однако каждый из предложенных решателей в программной среде MATLAB дает отклонение от аналитического решения ОДУ. Поэтому очень важно выбрать решатель, который будет давать наименьшее отклонение (ошибку) от аналитического решения ДУ. Рассмотрим отклонение (ошибку) на примере решения ДУ 3-го порядка. Для начала найдем аналитическое решение. Представим ДУ 3-го порядка в операторной форме Лапласа при нулевых начальных условиях. Для этого используем пакет SIMULINK программы MATLAB. Структурная схема моделирования представлена на рисунке 1.

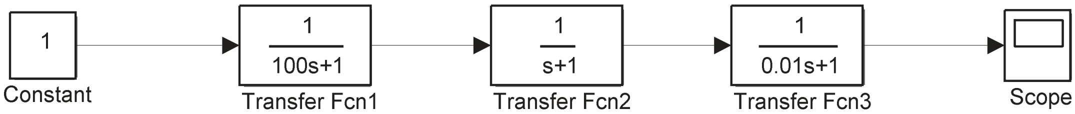

Рисунок 1 – Структурная схема моделирования

Для аналитического решения ДУ воспользуемся изображением и его оригиналом.

Изображение:

$$\frac{1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} \quad (1)$$

Его оригинал:

$$1-k_1e^{-\frac{1}{T_1}s}-k_2e^{-\frac{1}{T_2}s}-k_3e^{-\frac{1}{T_3}s} \quad (2)$$

Где коэффициенты k_1, k_2 и k_3 найдем по формулам:

$$k_1=\frac{T_1^2}{(T_1-T_2)(T_1-T_3)} \quad (3)$$

$$k_2=\frac{T_2^2}{(T_2-T_1)(T_2-T_3)} \quad (4)$$

$$k_3=\frac{T_3^2}{(T_3-T_1)(T_3-T_2)} \quad (5)$$

Для представленного ДУ 3-го порядка зададим параметр s=1000. Промоделируем и выведем график. Полученный график представлен на рисунке 2.

Найдем отклонение от аналитического решения ДУ при использовании различных решателей пакета SIMULINK. Отклонения будем искать при точностях: 1е-7, 1е-5 и 1е-3.

Программа расчета

```
% расчет коэффициентов
k1=100^2/ ((100-1) * (100-0.01));
k2=l^2/((1-100)*(1-0.01));
k3=0.01^2/((0.01-100) *(0.01-1);
```

```
% ряд исследованных погрешностей
tol0=[1e-7 1e-5 1e-3];

%Цыкл исследования погрешностей для одногого метода цисленного интегрирования при изменении точности
For i=1:3
tol= tol0(i);

sim('eqmMy')

Y0=l-k1*exp(-y(:,l)/100)-k2*exp(-y(:,l)/l)-k3*exp(-y(:,l)/0.01);
%расчет интегрированной погрешности
err(i)=trapz(y(:,l),(Y0-y(:,2)).^2);

end
```

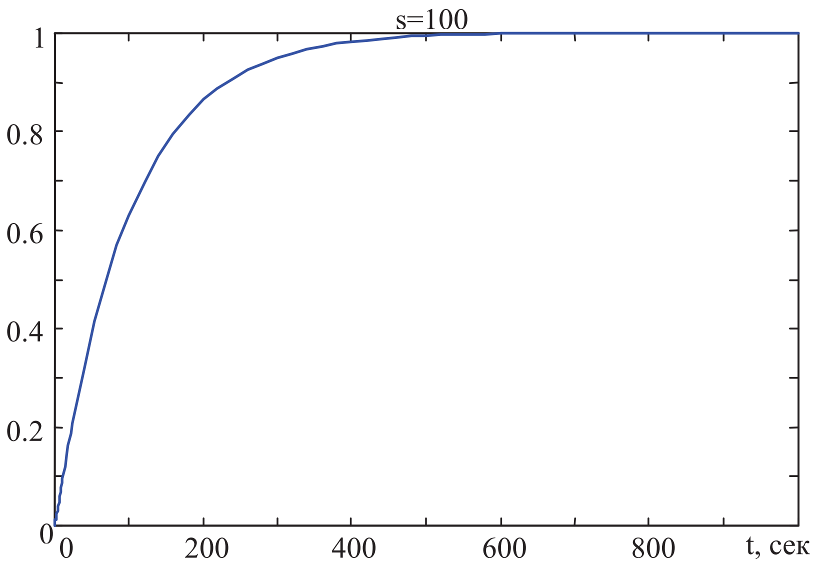

Рисунок 2 – График при s=1000

Таким образом, мы получаем три значения расхождения при разных точностях для каждого из решателей. Полученные данные представлены в Таблице.

Таблица – Значение ошибок для решателей при различных точностях

Решатель	Точность		
	1e-7	1e-5	1e-3
ode23	1,048 1e-5	1,048 1e-5	0,89212 1e-3
ode45	2,83 1e-6	2,83 1e-5	0,24109 1e-3
ode113	1,696 1e-5	1,665 1e-5	1,48766 1e-3
ode15s	1,9 * 1e-11	2,3530 1e-8	0,1381558 1e-5
ode23s	1,5 1e-9	5,835 1e-7	3,79720 1e-5
ode23b	1,1 1e-9	4,528 1e-7	6,69622 1e-5
ode23bt	0,6 1e-8	2,655 1e-7	2,19166 1e-5

Интересным является исследование знака погрешности. Немаловажно в дальнейшим оценить влияние накопления ошибки из-за автоматического выбора системой Matlab шага расчета. Наличие колебательности в передаточной функции, а также элементов переключения также может повлиять на адекватность использования того или иного метода в расчетах.

Вывод: При всех точностях наименьшее отклонение от аналитического решения ДУ 3-го порядка обеспечивает решатель ode15s. Это объясняется тем, что в основе лежит адаптивный метод решения ДУ от 1-го до 5-го порядка. За ode15 следует ode23bt в основе которого лежит неявный метод Рунге-Кутта. Таким образом первый шаг при выборе решатель это вид ДУ и его порядок. Если вид неявный то используют решатели ode15s, ode23s, ode23t, ode23tb, ode23b. Цифры в названии решателя говорят о том, какого порядка ДУ рекомендуется решать этим решателем. Так решатель ode23 и его модификации рекомендуют использовать для решения ДУ 2-го и 3-го порядка. Для решения ДУ 4-го и 5-го порядка рекомендуют использовать решатели ode15 и ode45.

УДК 621.37

Студ. В.С. Долгова.
Науч. рук. доц. Ю.П. Барметов.
(кафедра управления в технических системах, ВГУИТ, Воронеж, РФ)

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ХЛЕБОПЕКАРНОЙ ПЕЧЬЮ

Важную роль в приготовлении хлеба играет режим выпечки, определяемый температурой и продолжительностью выпечки. Управляют температурой в секциях пекарной камеры тупиковой секционной печи Г4-ХПФ-21М, изменяя подачу природного газа и воздуха в горелку, а также изменяя расходы дымовых газов по секциям.

Разделим процесс управления на два этапа: разогрев пекарной камеры и регулирование температуры в процессе выпечки. Такое разделение позволит упростить синтез управления при разогреве печи и линеаризовать дифференциальные уравнения для отклонений температур от заданных при синтезе оптимального квадратичного регулятора для этапа регулирования.

В пространстве состояний модель печи для температур записывается в виде:

$$\frac{d\mathbf{T(t)}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{T(t)} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{t}), \qquad \mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{t}),$$

где $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{t})$, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{t})$, $\mathbf{y}(\boldsymbol{t})$ **-** векторы переменных состояния, управления и выхода; $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ **-** матрицы коэффициентов состояния, управления и выхода,