УДК 621.928.6

Д. И. Чиркун, кандидат технических наук, старший преподаватель (БГТУ); А. Э. Левданский, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой (БГТУ); С. В. Ярмолик, ассистент (БГТУ); Э. И. Левданский, доктор технических наук, профессор (БГТУ)

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ В ВОЗДУШНОМ МНОГОКАСКАДНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

В результате проведенных исследований смоделировано движение воздуха с твердыми частицами в новой конструкции двухступенчатого гравитационного классификатора. Установлен и изучен поперечно-поточный характер движения воздуха и твердых частиц в аппарате. Изучено влияние на сопротивление классификатора средней по отношению к поперечному сечению скорости воздуха и частоты вращения сепарирующего колеса, при аппроксимации полученных зависимостей квадратной параболой получено значение коэффициента сопротивления. Рассчитан граничный размер разделения частиц при моделировании классификации кварцевого песка и сопоставлен с результатами экспериментальных исследований. Установлена удовлетворительная сходимость расчетных и экспериментальных значений. Разработанную модель можно использовать для расчета процесса классификации сыпучих полидисперсных материалов.

As a result of researches movement of air with firm particles in a new design of the two-level gravitational qualifier is simulated. Cross-section-line character of movement of air and firm particles in the device is investigated. Influence on resistance of the qualifier of average in relation to cross-section section of speed of air and frequency of rotation of a separating wheel is investigated, at approximation of the received dependences by a square parabola value of factor of resistance is received. The boundary size of division of particles is calculated at modelling of classification of quartz sand and compared with results of experimental researches. Satisfactory convergence of settlement and experimental values is received. The developed model can be used for calculation of process of classification of loose polydisperse materials.

Введение. Классификаторы в промышленности служат для получения порошков требуемого гранулометрического состава. Технологическая задача процесса классификации сводится к разделению исходного полидисперсного материала на два или более классов крупности.

Авторами статьи разработана, запатентована и экспериментально исследована новая конструкция воздушного гравитационного классификатора с двумя ступенями разделения: гравитационной и отбойно-вихревой [1, 2]. Эксперименты доказали высокую эффективность разработанного аппарата при классификации кварцевого песка, гипса, сильвинита. Однако отсутствие надежных методов технологического расчета аппаратов данного типа требует проведения дополнительных экспериментальных исследований для корректировки режимных параметров классификатора при изменении характеристик разделяемого материала и размеров классификатора.

Поэтому целью дальнейших исследований являлось моделирование движения воздушного потока с полидисперсными твердыми частицами в классификаторе для получения данных о влиянии технологических, конструктивных параметров аппарата на процесс разделения в целом и граничный размер разделения в частности.

**Основная часть.** Среди классических методов моделирования аэродинамической классификации выделяются два основных — детерминированный и стохастический.

Стохастические модели основаны на использовании теории вероятности для расчета направления движения частиц различного размера в рабочем объеме классификатора. Наиболее существенные результаты в этом направлении получены М. Д. Барским [3] и В. Е. Мизоновым [4] при исследовании гравитационных и центробежных классификаторов.

Детерминированные модели базируются на дифференциальных уравнениях движения сыпучей среды и несущего потока.

Долгое время, до начала 90-х гг. прошлого века, детерминированные модели не находили широкого применения. Это обусловлено тем, что в детерминированных моделях принималась масса допущений, связанных с невозможностью учета многих случайных факторов, таких как турбулентные пульсации потока, столкновения частиц между собой и элементами аппаратов. Кроме того, игнорировалось взаимное влияние потока твердой фазы и газообразной друг на друга, сложно моделировался ламинарный пограничный слой вблизи неподвижной стенки. В результате точность детерминированных моделей была относительно невысока.

В настоящее время развитие научных подходов математического описания турбулентных вихрей и пограничного слоя, совместного движения твердой, жидкой и газообразной фаз позволяет с высокой точностью численно моделировать одно- и многофазные течения. Вычислительные мощности современных компью-

теров позволяют получать решение в сжатые сроки. Поэтому детерминированные модели в гидродинамике находят все большее применение, доказательством чего является использование программных комплексов Ansys Fluent, Flow Vision и т. п. такими компаниями, как Boing, Airbus, Mercedes, BMW, DCNS и др.

Конструкция классификатора представляет собой вертикальный цилиндрический пустотелый корпус с пересыпными элементами. Осесимметрично корпусу установлен вал с распределительными дисками. В верхней части корпуса смонтировано сепарирующее колесо. Более подробно аппарат описан в статье [2].

При работе классификатора воздух поднимается в полом корпусе снизу вверх, обтекает вращающийся вал с распределительными дисками, пронизывает слои частиц, сходящих с пересыпных элементов корпуса и распределительных дисков, подхватывает мелкие и легкие частицы, проходит через вращающееся сепарирующее колесо и направляется в циклон для отделения мелкой фракции (мелкого класса). Крупные частицы под действием сил тяжести движутся вниз и попадают в крупную фракцию (крупный класс). Частицы граничного или близкого к нему размера могут некоторое время циркулировать в рабочем объеме классификатора и попадать в тот или другой класс крупности случайно. Поэтому для повышения четкости разделения в классификаторе служит сепарирующее колесо, которое при вращении препятствует попаданию в мелкий продукт крупных частиц.

В первую очередь при исследовании было смоделировано движение чистого воздуха в классификаторе. Для этого использовалось уравнение Навье – Стокса для вязких сред, которое в векторной форме записывается как

$$\rho \frac{d\mathbf{c}}{dt} = \mathbf{M} - \operatorname{grad} p + \mu \Delta \mathbf{c}, \tag{1}$$

где  $\rho$  — плотность среды, кг/м³;  $\mathbf{c}$  — вектор скорости;  $\mathbf{M}$  — вектор массовых сил; p — давление, Па;  $\mu$  — динамическая вязкость, Па · с;  $\Delta$  — оператор Лапласа.

Уравнение Навье – Стокса дополнялось уравнением неразрывности потока

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \overline{c}) = 0 \tag{2}$$

и уравнением состояния

$$\rho = \frac{pM}{RT},\tag{3}$$

где M — молярная масса газа, г/моль; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура, K.

Поскольку прямое численное моделирование при решении уравнений (1)—(3) требует существенных временных ресурсов при расчете турбулентных течений, то воспользовались стандартной моделью турбулентности k- $\epsilon$ . Здесь уравнение Навье — Стокса преобразуется к виду, в котором добавлено влияние флуктуации средней скорости (в виде турбулентной кинетической энергии) и процесса уменьшения этой флуктуации за счет вязкости (диссипации) [5].

В принятой модели тензор вязких сдвиговых напряжений определяется как

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (4)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость,  $\Pi a \cdot c$ ; u — скорость, m/c; x — координата, m;  $\delta_{ij}$  — дельтафункция Кронекера; k — кинетическая энергия турбулентности.

Динамическая вязкость  $\mu$  рассчитывается как сумма коэффициентов динамической вязкости  $\mu_t$  и турбулентной вязкости  $\mu_t$ .

Коэффициент турбулентной вязкости вычисляется по зависимости

$$\mu_{t} = f_{\mu} \frac{C_{\mu} \rho k^{2}}{\varepsilon}, \tag{5}$$

где  $f_{\mu}$ ,  $C_{\mu}$  – коэффициенты;  $\epsilon$  – диссипация энергии турбулентности.

Коэффициент  $C_{\mu}$  рекомендуется принимать равным 0,9 [6]. Коэффициент  $f_{\mu}$  находится по формуле

$$f_{\mu} = \left(1 - e^{-0.025R_{y}}\right)^{2} \left(1 + \frac{20.5}{R_{T}}\right),$$
 (6)

где  $R_y$ ,  $R_T$  — переменные, определяемые по выражениям

$$R_{y} = \frac{\rho\sqrt{k}y}{\mu_{I}}, \quad R_{T} = \frac{\rho k^{2}}{\mu_{I}\varepsilon},$$
 (7)

где y — расстояние от локального усредненного объема течения до стенки расчетной области, м.

Кинетическая энергия турбулентности k и диссипация этой энергии  $\epsilon$  определяются при решении двух уравнений:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k k) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_l}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + S_k, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_l}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + S_{\varepsilon}, \quad (9)$$

где  $S_k, S_\varepsilon$  — характеристики пульсаций кинетической энергии и диссипации этой энергии:

$$S_{k} = \tau_{ij} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}} - \rho \varepsilon - \mu_{l} \left( \frac{g_{i} \partial \rho}{\sigma_{R} \rho \partial x_{i}} \right), \tag{10}$$

$$S_{\varepsilon} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( f_1 \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \mu_l C_B \left( \frac{g_i \partial \rho}{\sigma_B \rho \partial x_i} \right) \right) - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}, \quad (11)$$

где  $C_{\rm el}=1,44, C_{\rm e2}=1,92, \sigma_{\rm e}=1,3, \sigma_{\rm k}=1$  — эмпирические коэффициенты;  $f_1, f_2$  — переменные, зависящие от коэффициентов динамической и турбулентной вязкости, определяемые по следующим формулам:

$$f_1 = 1 + \left(\frac{0.05}{f_{\mu}}\right)^3, \quad f_2 = 1 - e^{-R_T^2}.$$
 (12)

Использование вышеприведенных уравнений позволило смоделировать течение воздуха в классификаторе, получить распределение скоростей и проанализировать механизм обтекания воздухом вращающегося вала с дисками и пересыпных конусов. Одна из характерных картин течения воздуха представлена на рис. 1.

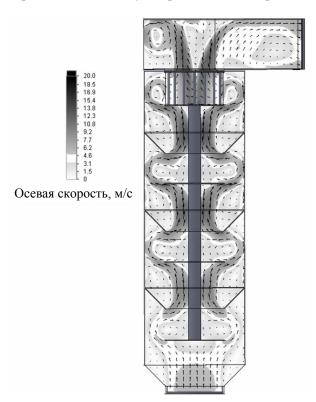


Рис. 1. Профиль осевых скоростей в классификаторе при средней скорости на сечение 2 м/с

Моделирование показало, что в классификаторе присутствуют устойчивые контуры циркуляции потока над вращающимися дисками и пересыпными элементами. Воздух движется зигзагообразно, следовательно, происходит многократная поперечно-поточная классификация.

Статистическая обработка профилей полного давления при различных расходах воздуха позволила получить график гидравлического сопротивления классификатора и рассчитать коэффициент сопротивления  $\zeta = 290$ .

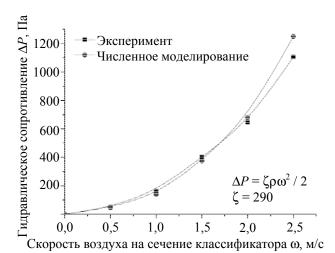


Рис. 2. Гидравлическое сопротивление

Результаты моделирования имеют высокую сходимость с экспериментом. Однако с увеличением скорости наблюдается растущее расхождение. Это объясняется недостатком модели турбулентности k- $\epsilon$ , которая некорректно рассчитывает потоки с большой анизотропностью турбулентности.

Также было установлено, что изменение частоты вращения сепарирующего колеса в пределах от 200 до 1500 об/мин на гидравлическое сопротивление классификатора существенного влияния не оказывает.

Для оценки процесса классификации формулы (1)—(12) были дополнены уравнением движения твердых частиц в потоке [7]:

$$\frac{du_{p}}{dt} = C_{D}A \frac{(u - u_{p})^{2} \rho}{2} + g \frac{\rho_{p} - \rho}{\rho_{p}} + F_{x}, \quad (13)$$

где  $u_p$  — скорость частицы, м/с;  $C_D$  — коэффициент сопротивления; A — миделево сечение частицы, м²;  $\rho_p$  — плотность частицы, кг/м³;  $F_x$  — силы, обусловленные полем давлений на поверхности частицы, H.

Коэффициент сопротивления определялся по формуле Хендерсона [8]:

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{4{,}12}{1+0.03Re+0.48\sqrt{Re}} + 0{,}38, (14)$$

где *Re* — число Рейнольдса при обтекании частицы.

Взаимодействие частиц с элементами классификатора и друг с другом учитывалось как упругий удар. Коэффициент восстановления при моделировании классификации кварцевого песка был принят равным 0,5.

Граничный размер разделения при моделировании определялся следующим образом. В расчетный объем через загрузочный патрубок вводился материал с частицами различного размера. На выходах из классификатора фиксировались размер и количество проходящих через контрольное сечение частиц. Если количество частиц в мелком и крупном классе совпадало, то их размер являлся граничным для текущих параметров классификации. На рис. З представлены результаты расчета граничного размера в сопоставлении с экспериментальными данными при классификации песка.

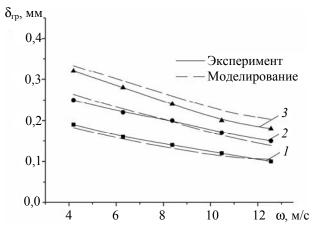


Рис. 3. Зависимость граничного размера разделения  $\delta_{rp}$  от линейной скорости стержней  $\omega_c$  сепарирующего колеса при средней скорости воздуха:

1 - 0,8 м/с; 2 - 1,6 м/с; 3 - 2,2 м/с

Из графиков (рис. 3) видно, что результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными, особенно при небольших скоростях воздуха в классификаторе. Увеличение скорости воздуха приводит к росту погрешности моделирования. Как уже отмечалось выше, это связано с ограниченными возможностями применяемой модели турбулентности. Но так как исследуемый классификатор работает в основном при средних скоростях воздуха 1–3 м/с, то данный недостаток не имеет серьезного значения и можно признать результаты моделирования удовлетворительными.

Заключение. В результате проведенных исследований смоделировано движение воздушного потока с полидисперсными твердыми

частицами в классификаторе. Установлен и изучен поперечно-поточный характер движения воздуха и твердых частиц в аппарате. Изучено влияние на сопротивление классификатора средней по отношению к поперечному сечению скорости воздуха и частоты вращения сепарирующего колеса, при аппроксимации полученных зависимостей квадратной параболой получено значение коэффициента сопротивления. Рассчитан граничный размер разделения частиц при моделировании классификации кварцевого песка и сопоставлен с результатами экспериментальных исследований. Установлена удовлетворительная сходимость расчетных и экспериментальных значений. Разработанную модель можно использовать для расчета процесса классификации сыпучих материалов.

## Литература

- 1. Классификатор: пат. 14620 Респ. Беларусь, МПК7 В 07В 4/00 / С. В. Ярмолик, А. Э. Левданский, Д. И. Чиркун, Э. И. Левданский, Е. В. Опимах; заявитель С. В. Ярмолик. № а 20090857; заявл. 11.06.09; опубл. 28.02.11 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. 2011. № 1. С. 67.
- 2. Влияние отбойно-вихревой ступени разделения на эффективность гравитационного классификатора / Д. И. Чиркун [и др.] // Труды БГТУ. Сер. III, Химия и технология неорган. в-в. 2009. Вып. XVII. С. 179–181.
- 3. Барский, М. Д. Гравитационная классификация зернистых материалов / М. Д. Барский, В. И. Ревнивцев, Ю. В. Соколкин. М.: Недра, 1974. 232 с.
- 4. Мизонов, В. Е. Аэродинамическая классификация порошков / В. Е. Мизонов, С. Г. Ушаков. М.: Химия, 1989. 158 с.
- 5. Авраменко, М. И. О k- $\epsilon$  модели турбулентности / М. И. Авраменко. Снежинск: Изд-во РФЯЦ ВНИИТФ, 2005. 76 с.
- 6. Solid Works 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А. А. Алямовский [и др.]. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. 1040 с.
- 7. White, F. M. Fluid Mechanics / F. M. White. New York: McGraw-Hill, 1994. 560 p.
- 8. Henderson, C. B. Drag Coefficients of Spheres in Continuum and Rarefied Flows / C. B. Henderson // AIAA Journal. 1976. Vol. 14, № 6. P. 103–112.

Поступила 03.03.2012