

УДК 66.065

А. М. Волк, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);  
 А. И. Вилькоцкий, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);  
 А. Э. Левданский, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой (БГТУ)

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ГАЗОЦЕНТРОБЕЖНОГО РАЗДЕЛЕНИЯ СУСПЕНЗИЙ

Рассмотрено разделение фаз крупнодисперсной суспензии в поле центробежных сил вихревой камеры. Разработаны математические модели и исследованы гидродинамические характеристики газового потока, пленочного движения вязкой жидкости на цилиндрической проницаемой поверхности вихревой камеры и движения твердых частиц. В цилиндрической системе координат получено точное автомодельное решение для радиальной и касательной составляющих скорости жидкой фазы с учетом ее при заданных касательных напряжениях сил трения на границе раздела фаз и давлении газового потока. Выполнен анализ гидродинамических характеристик пленочного движения на проницаемой поверхности, расчет участка фильтрования и производительности по твердой фазе для экспериментальной установки.

We consider the phase separation in the suspension *krupnodispersnoy tsenrobezhnyh* strength of the vortex chamber. The mathematical model and studied the hydrodynamic characteristics of gas flow, a film of viscous liquid on a cylindrical permeable surface of the swirl chamber and the motion of solid particles. In a cylindrical coordinate system to obtain an exact self-similar solution for the radial and tangential velocity components of the liquid phase because of its tangential stresses for a given friction at the interface and the pressure of the gas stream. The analysis of the hydrodynamic characteristics of the film movement in the permeable surface area calculation and filtering performance of the solid phase for the experimental setup.

**Введение.** Разделение многофазных систем является составной частью многих технологических процессов в различных отраслях промышленности. Для интенсификации процессов разделения применяются вихревые аппараты различных типов. Данные устройства характеризуются достаточной простотой конструкций, малой металлоемкостью, небольшим гидравлическим сопротивлением. При этом вихревые аппараты работают в достаточно широком диапазоне изменения нагрузок по жидкости и газу [1]. Разработка и внедрение аппаратов требуют математического моделирования процесса разделения.

Процесс разделения крупнодисперсных суспензий на цилиндрической поверхности под воздействием закрученного газового потока, образованного вращающимся устройством (ротором вентилятора), исследовался на созданной установке (рис. 1). На данной установке соосно ротору 1 установлен цилиндрический перфорированный элемент 2 большего диаметра, помещенный в корпус 3 и снабженный патрубками 4 и 5 соответственно для ввода суспензии и вывода твердой фазы.

В целях использования всей поверхности перфорированного элемента ввод суспензии и вывод твердой фазы осуществлен в одном и том же месте. На части перфорированной поверхности происходит фильтрование суспензии, а на остальной поверхности – срыв жидкой пленки с поверхности частиц.

Жидкость из корпуса стекала через патрубок 6. В патрубке 7 было предусмотрено уст-

ройство для регулировки отводимого газа. Жидкость подавалась насосом 8 через регулируемый вентиль 9 и ротаметр 10 для измерения ее расхода. Подача суспензии осуществлялась шнековым питателем. Были предусмотрены емкости 12 и 13 для сбора разделяемых жидкой и твердой фаз.

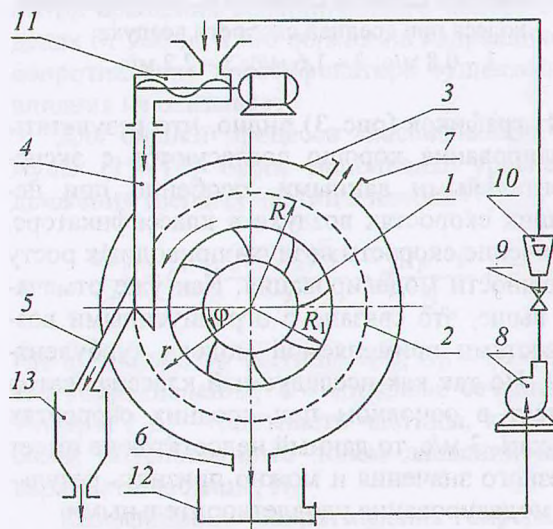


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:  
 1 – ротор; 2 – перфорированный элемент;  
 3 – корпус; 4 – патрубок для ввода суспензии;  
 5 – патрубок для вывода твердой фазы;  
 6 – патрубок для вывода жидкой фазы;  
 7 – патрубок для вывода газа; 8 – насос;  
 9 – вентиль; 10 – ротаметр; 11 – шнековый питатель;  
 12 – бак для сбора жидкости;  
 13 – бак для сбора твердой фазы



**Математическая модель.** Гидродинамику многих вихревых камер можно моделировать как плоское движение потоков между вращающимися коаксиальными проницаемыми цилиндрами бесконечной длины [2]. Вентилятор рассматриваем как внутренний проницаемый цилиндр радиусом  $R_1$ , а внешний проницаемый цилиндр радиусом  $R$  является неподвижным. На участке пленочного движения внешний цилиндр считаем непроницаемым.

Выберем цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$  с осью  $z$  по оси цилиндров. Обозначим через  $\tilde{r} = r/R$  – относительный радиус, и  $r_0 = R_1/R$ .

При линейной скорости внутреннего цилиндра  $W_1 = \pi n / 30$  и при отсутствии оттока тангенциальная составляющая газового потока описывается зависимостью [2]:

$$W_\varphi = \frac{W_1 r_0}{1 - r_0^2} \left( \frac{1}{\tilde{r}} - \tilde{r} \right). \quad (1)$$

Найдем касательные напряжения сил трения между цилиндрическими слоями единичной длины:

$$\tau_{r\varphi} = \frac{\mu_\Gamma}{R} \left[ \tilde{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \frac{W_\varphi}{\tilde{r}} \right) \right] = - \frac{2\mu_\Gamma W_1 r_0}{R(1 - r_0^2)} \frac{1}{\tilde{r}^2}.$$

На границе раздела фаз при малой толщине пленки, принимая  $\tilde{r} = 1$ , получим

$$\tau_{r\varphi} = - \frac{2\mu_\Gamma W_1 r_0}{R(1 - r_0^2)}. \quad (2)$$

При известном давлении  $P_0$  на внутреннем цилиндре (роторе), интегрируя уравнение

$$\frac{dP}{dr} = \rho_\Gamma \frac{W_\varphi^2}{r}, \quad (3)$$

получим давление газа на внешней непроницаемой цилиндрической поверхности, или на поверхности пленки жидкости:

$$\begin{aligned} P_\Gamma &= P_0 + \rho_\Gamma \int_{r_0}^1 \frac{W_\varphi^2(\tilde{r})}{\tilde{r}} d\tilde{r} = \\ &= P_0 + \rho_\Gamma \frac{W_1^2 r_0^2}{1 - r_0^2} \left( \frac{1}{2r_0^2} + \frac{2 \ln r_0}{1 - r_0^2} + \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Перепад давления, создаваемый вентилятором [3], определяется зависимостью

$$P_0 = k \frac{\rho_\Gamma W_1^2}{2} \quad (5)$$

с коэффициентом  $k = 0,9-1,1$ .

Исследуем процесс фильтрования при пленочном движении жидкой фазы по проницаемой поверхности в вихревой камере.

Скорость оттока сплошной среды определяется свойствами проницаемой поверхности и перепадом давления на ней. При турбулентном режиме движения среды через отверстия в стенке на основании уравнения Бернулли получают квадратичный закон [4, 5]:

$$\Delta P = \zeta \frac{\rho U_0^2}{2}. \quad (6)$$

На элементарном участке поверхности скорость оттока  $U_0$  будем считать постоянной, а движение автомодельным, при котором составляющие скорости зависят только от радиуса. В данном случае радиальная скорость в пленке будет  $U_r = U_0 R / r$ .

Отток и криволинейная форма проницаемой поверхности оказывают стабилизирующее действие на ламинарный пограничный слой, уменьшают степень турбулентности потока, значительно увеличивают силу трения с поверхностью, повышают предел устойчивости ламинарного режима движения [6]. Уравнения Навье – Стокса ламинарного автомодельного движения вязкой жидкости в цилиндрической системе координат [7] преобразовываются к виду

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U_\varphi}{dr^2} - \frac{1}{r}(\alpha - 1) \frac{dU_\varphi}{dr} - \frac{1}{r^2}(\alpha + 1)U_\varphi + \frac{g_\varphi}{\nu} &= 0; \\ \frac{dP}{dr} &= \rho_{\text{ж}} \left( \frac{U_\varphi^2}{r} + \frac{U_0^2 R^2}{r^3} \right) + \rho_{\text{ж}} g_r. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\alpha = U_0 R / \nu_{\text{ж}}$  является числом Рейнольдса. Для удобства расчетов введем относительную толщину пленки  $\delta = \delta / R$  и получим общее решение уравнения (7):

$$U_\varphi(r) = \frac{c_1}{Rr} + \frac{c_2}{R} r^{\alpha+1} + \frac{g \cos \varphi R^2 r^2}{3(U_0 R - \nu_{\text{ж}})}. \quad (8)$$

За граничные условия принимаем условие прилипания на проницаемой поверхности и равенство касательных напряжений на границе раздела фаз:

$$U_\varphi|_{r=R} = 0; \quad \frac{\mu_{\text{ж}}}{R} \left[ r \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \frac{U_\varphi}{\tilde{r}} \right) \right] = -\tau_{r\varphi}. \quad (9)$$

Определяя произвольные постоянные из граничных условий, получим распределение касательной составляющей скорости в пленке жидкости:

$$U_\varphi(\tilde{r}) = \left[ \frac{g \cos \varphi R^2 \tilde{r}^2}{(\alpha + 2)(U_0 R - \nu_{\text{ж}})} + \frac{\tau_{r\varphi} R}{\mu_{\text{ж}}(\alpha + 2)} \right] \times$$

$$\times \left( \frac{1}{\bar{r}} + \bar{r}^{a+1} \right) + \frac{g \cos \varphi R^2 \bar{r}^2}{3(U_0 R - v_{\text{ж}})} \left( \bar{r}^2 - \frac{1}{\bar{r}} \right). \quad (10)$$

Интегрируя (8), найдем перепад давления на проницаемой поверхности и с учетом (6) получим уравнение для определения скорости оттока жидкой фазы:

$$P_{\Gamma} + \rho_{\text{ж}} \int_{1-\delta}^1 \left( \frac{U_{\varphi}(\bar{r})}{\bar{r}} + \frac{U_0^2}{\bar{r}^3} \right) d\bar{r} + \rho_{\text{ж}} g \sin \varphi R \delta = \zeta \frac{\rho_{\text{ж}} U_0^2}{2}. \quad (11)$$

Удельный расход жидкости  $q$  по сечению пленки находится из выражения

$$R \int_{1-\delta}^1 U_{\varphi}(\bar{r}) d\bar{r} = q. \quad (12)$$

Изменение удельного расхода описывается уравнением

$$\frac{dq}{d\varphi} = -RU_0. \quad (13)$$

В цилиндрической системе координат напишем уравнения движения частицы радиусом  $a$  и массой  $m$  под воздействием вихревого потока [7]. Схема действующих сил показана на рис. 2, а их расчет выполнен в работе [8]:

$$\begin{cases} m \left( \frac{dV_r}{dt} - \frac{V_{\varphi}^2}{r} \right) = F_r - F_{\Pi}^N - mg \cos \varphi + F_A \cos \varphi, \\ m \left( \frac{dV_{\varphi}}{dt} + 2 \frac{V_{\varphi} V_r}{r} \right) = F_{\varphi} + F_{\Pi}^{\varphi} - F_{\text{ТР}} - \\ - mg \sin \varphi + F_A \sin \varphi, \\ I \frac{\partial \omega}{\partial t} = M_{\text{ТР}} + M_{\tau}. \end{cases}$$

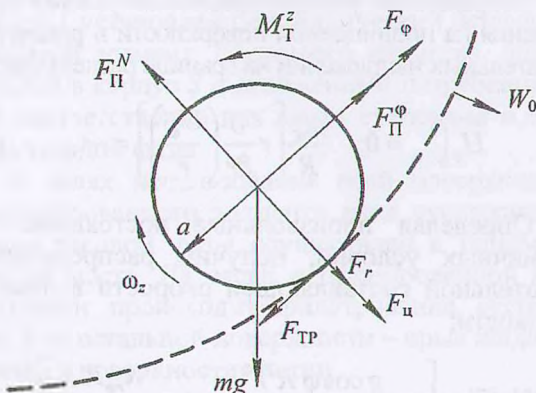


Рис. 2. Схема действующих на частицу сил

Система уравнений (11)–(13) является замкнутой и определяет гидродинамические характеристики газопеночного центробежного фильтрования жидкости. Ее решение позволяет рассчитать пошаговым методом оптимальную нагрузку по жидкой фазе и участок фильтрования в зависимости от геометрических и динамических характеристик вихревого аппарата.

**Результаты расчетов.** Для изучения процесса разделения использовали суспензии полимеров: полиэтилен – вода и полистирол – вода. Плотность полиэтилена составляла 930–970 кг/м<sup>3</sup>, полистирола – 1000–1050 кг/м<sup>3</sup>. Объемная концентрация твердой фазы в подаваемой на разделение суспензии изменялась в пределах 20–50%. Гранулы имели сферическую форму диаметром 1–5 мм. Исследования проводились на цилиндрическом элементе радиусом  $R = 0,22$  м, длиной  $L = 0,01$  м, с относительной площадью отверстий  $f = 0,16$ , сопротивлением  $\zeta = 88,15$ . Расход суспензии составлял  $Q = 0,1–1,0$  м<sup>3</sup>/ч.

Генератором закрученного газового потока служило колесо радиусом  $R_0 = 0,18$  центробежного вентилятора. Коэффициент  $k = 0,9$ . Давление и скорость потока в рабочем канале регулировали путем изменения частоты вращения колеса в пределах 500–2000 об/мин. Общий расход воздуха при этом составлял 35–100 м<sup>3</sup>/ч. Давление и составляющие скорости газового потока измерялись с помощью трехканального зонда и дифманометра. Количество проходимо-го газа через сетку замерялось с помощью трубок Пито [9] в патрубках 5, 6 и 7 и составляло 70% от его общего расхода (см. рис. 1).

Производительность аппарата определяется нагрузками по жидкой фазе и скоростью оттока через проницаемую поверхность. Скорость оттока в свою очередь зависит от перепада давления, создаваемого газовым потоком и центробежными силами движущейся пленки.

При решении системы уравнений (8)–(13) были получены значения:  $c_1 = -0,61$ ;  $c_2 = -0,32$ ;  $U_0 = 0,17$  м/с;  $\delta = 0,013$  м. Участок фильтрования составлял не более  $1/4$  проницаемого элемента.

Полученная математическая модель и выполненные расчеты дают возможность проанализировать гидродинамические характеристики пленочного движения на проницаемой поверхности.

На рис. 3 приведены изменения числа Рейнольдса и толщины пленки  $\delta$ , а на рис. 4 показаны изменения скорости фильтрования  $U_0$  и среднего значения касательной составляющей скорости пленки жидкости  $\bar{U}_{\varphi}$  при нагрузке по жидкой фазе 0,5 м<sup>3</sup>/ч и частоте вращения ротора 1500 об/мин. Расчет участка фильтрования жидкой фазы в зависимости от частоты вращения вентилятора представлен на рис. 5.



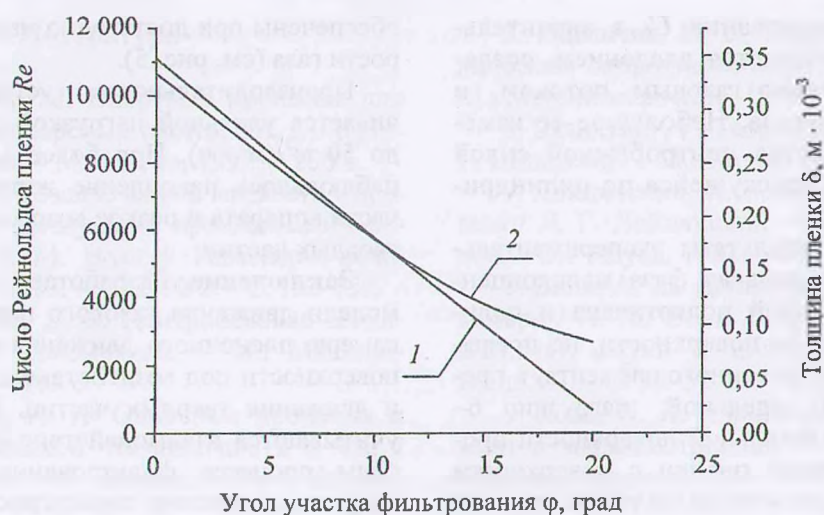


Рис. 3. Гидродинамические характеристики пленки жидкости на участке фильтрования ( $n = 1500$  об/мин,  $Q = 0,5$  м<sup>3</sup>/ч):

1 – число Рейнольдса пленки жидкости; 2 – толщина пленки жидкости  $\delta \cdot 10^{-3}$ , м

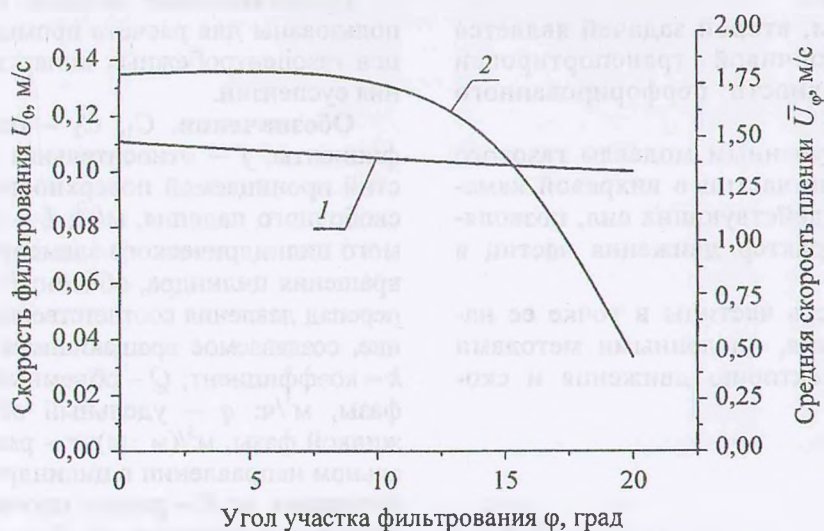


Рис. 4. Гидродинамические характеристики пленки жидкости на участке фильтрования ( $n = 1500$  об/мин,  $Q = 0,5$  м<sup>3</sup>/ч):

1 – скорость оттока жидкой фазы; 2 – средняя скорость пленки вдоль фильтровальной поверхности

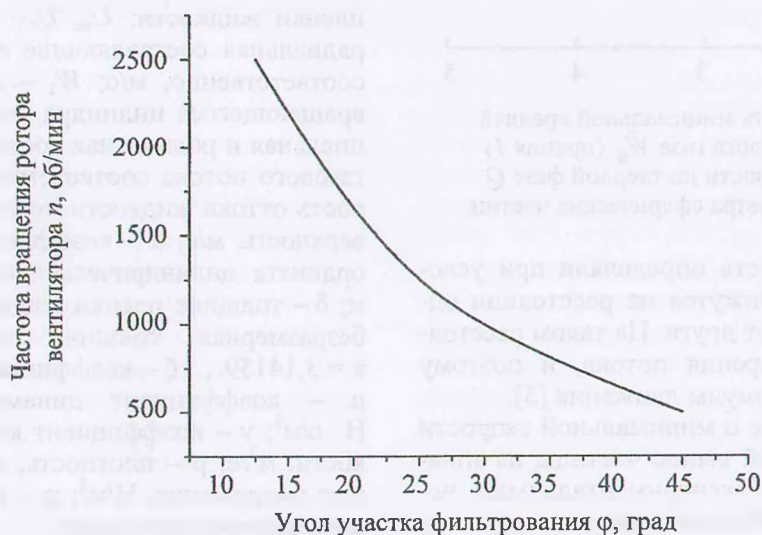


Рис. 5. Зависимость участка фильтрования от частоты вращения вентилятора ( $Q = 0,5$  м<sup>3</sup>/ч)

Скорость фильтрования  $U_0$  в значительной степени определяется давлением, создаваемым закрученным газовым потоком, и практически постоянна. Небольшое ее изменение характеризуется центробежной силой пленки жидкости, движущейся по цилиндрической поверхности.

Как показали результаты экспериментальных исследований, жидкая фаза малоконцентрированных суспензий полиэтилена и полистирола отделялась на поверхности, не превышающей  $1/5$  перфорированного элемента, в пределах изменения удельной нагрузки  $6-100 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ . На остальной поверхности происходил срыв жидкой пленки с поверхности частиц. При этом увеличение скорости газового потока лишь незначительно влияло на влажность твердой фазы. В исследуемых режимах работы установки влажность частиц колебалась в пределах  $0,7-1,1\%$ .

Таким образом, второй задачей является обеспечение устойчивой транспортировки частиц по поверхности перфорированного элемента.

Расчет по полученным моделям газового потока и движения частиц в вихревой камере, с учетом всех действующих сил, позволяет определить характер движения частиц в вихревой камере.

Задавая скорость частицы в точке ее начального положения, численными методами рассчитывали траекторию движения и скорость (рис. 6).

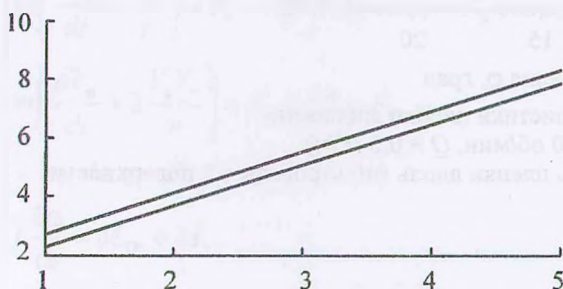


Рис. 6. Зависимость минимальной средней касательной скорости газа  $\bar{W}_\phi$  (прямая 1) и производительности по твердой фазе  $Q$  (прямая 2) от диаметра сферических частиц

Производительность определяли при условии, что частицы движутся на расстоянии одного диаметра друг от друга. На таком расстоянии затухают завихрения потока, и поэтому верны расчетные формулы движения [5].

Расчетные данные о минимальной скорости газа, обеспечивающей вынос частицы из аппарата, подтверждены экспериментальными исследованиями. Устойчивая транспортировка и высокая производительность по твердой фазе

обеспечены при достаточно малой средней скорости газа (см. рис. 5).

Производительность установки ограничивается удельной нагрузкой по жидкой фазе до  $50 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ . При более высоком расходе наблюдалось накопление жидкости в нижней части аппарата и резкое возрастание влажности твердых частиц.

**Заключение.** Разработаны математические модели движения газового потока в вихревой камере, пленочного движения на проницаемой поверхности под воздействием газового потока и движения твердых частиц. В этих моделях учитываются взаимодействие фаз и движущие силы процесса фильтрования, определяются гидродинамические характеристики, рассчитываются нагрузки по жидкой и твердой фазам в зависимости от геометрических параметров и режимов работы аппарата.

Представленные модели могут быть использованы для расчета промышленных образцов газодобрых аппаратов для разделения суспензий.

**Обозначения.**  $C_1, C_2$  – постоянные коэффициенты;  $f$  – относительная площадь отверстий проницаемой поверхности;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $L$  – длина проницаемого цилиндрического элемента,  $\text{м}$ ;  $n$  – частота вращения цилиндра,  $\text{об}/\text{мин}$ ;  $P, \Delta P$  – давление, перепад давления соответственно,  $\text{Па}$ ;  $P_0$  – давление, создаваемое вращающимся цилиндром,  $\text{Па}$ ;  $k$  – коэффициент;  $Q$  – объемный расход жидкой фазы,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  $q$  – удельный объемный расход жидкой фазы,  $\text{м}^3/(\text{м} \cdot \text{с})$ ;  $r$  – расстояние в радиальном направлении в цилиндрической системе координат,  $\text{м}$ ;  $R$  – радиус проницаемого цилиндрического элемента,  $\text{м}$ ;  $R_1$  – радиус вращающегося цилиндра,  $\text{м}$ ;  $\bar{r} = r/R$  – безразмерная радиальная координата;  $r_0 = R_1/R$  – отношение радиусов цилиндров;  $Re$  – число Рейнольдса пленки жидкости;  $U_\phi, U_r$  – тангенциальная и радиальная составляющие скорости жидкости соответственно,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $W_1$  – линейная скорость вращающегося цилиндра,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $W_\phi, W_r$  – тангенциальная и радиальная составляющие скорости газового потока соответственно,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $U_0$  – скорость оттока жидкости через проницаемую поверхность,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $\alpha$  – коэффициент;  $z$  – осевая координата цилиндрической системы координат,  $\text{м}$ ;  $\delta$  – толщина пленки жидкости,  $\text{м}$ ;  $\bar{\delta} = \delta/R$  – безразмерная толщина пленки жидкости;  $\pi = 3,14159\dots$ ;  $\zeta$  – коэффициент сопротивления;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости,  $\text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ ;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\rho$  – плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\tau$  – касательные напряжения,  $\text{Н}/\text{м}^2$ ;  $\phi$  – угол в цилиндрической системе координат.

**Индексы.** Г – газ; Ж – жидкость.



## Литература

1. Кутепов, А. М. Вихревые процессы для модификации дисперсных систем / А. М. Кутепов, А. С. Латкин. – М.: Наука, 1992. – 250 с.
2. Волк, А. М. Течение вязкой жидкости в пространстве между движущимися проницаемыми поверхностями / А. М. Волк // Инженерно-физический журнал. – 1993. – Т. 62, № 2. – С. 152–158.
3. Соломахова, Д. С. Центробежные вентиляторы / Д. С. Соломахова. – М.: Машиностроение, 1975. – 176 с.
4. Гельперин, Н. И. Основные процессы и аппараты химической технологии: в 2 кн. / Н. И. Гельперин. – М.: Химия, 1981. – Кн. 1. – 384 с.
5. Идельчик, И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И. Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1975. – 560 с.
6. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1969. – 742 с.
7. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
8. Волк, А. М. Движение частиц в вихревой камере / А. М. Волк // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2004. – Вып. XII. – С. 50–52.
9. Повх, И. Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении / И. Л. Повх. – М.: Машиностроение, 1974. – 479 с.

Поступила 09.03.2012