сохраняются знания и факты для будущих поколений. Дальнейшее изучение математики необходимо для новых открытий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Википедия – свободная энциклопедия [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://wikipedia.org.– Дата обращения: 11.04.2017
2. NewConsepts [Электронный ресурс].– Режим доступа: http://newconcepts.club.– Дата обращения: 12.04.2017

История математических обозначений [Электронный ресурс].– Режим доступа: http://dic.academic.ru.– Дата обращения: 13.04.2017

УДК 378.6:519.83

Студ. Д.И.Синюк
Науч. рук. доц. О.Н.Пыжкова
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ОБ ОПЫТЕ РЕАЛИЗАЦИИ ИГРЫ ГАРВАРД В БГТУ

Математическая теория игр берёт своё начало из неоклассической экономики. Впервые математические аспекты и приложения теории были изложены в классической книге 1944 года Джона фон Неймана и Оскара Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение». Этот труд был сразу же провозглашен одним из величайших научных открытий века. Авторы предложили систематический подход к пониманию того, как ведут себя игроки в ситуациях, когда результат каждого зависит от действия всех остальных. В этой книге предпринята попытка построения системы аксиом теории игр, игр двух лиц с нулевой суммой, игр n лиц с нулевой суммой [1].

Теория игр получила окончательное признание в 1994 году, когда Джон Нэш, Джон Харшань и Рейнхард Зелтен получили Нобелевскую премию в области экономики за «новаторский анализ равновесия в теории игр с противоположными интересами».

Просматривая в интернете видео обзор лекции по теме «Теория игр» Алексея Владимировича Савватеева я увидел одну некооперативную игру «Гарвард», которая меня заинтересовала. Условие данной игры, следующее: пусть мы имеем множество игроков $\mathrm{N} = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$, каждый из которых должен выбрать одно целое число из промежутка $[1...100]$, таким образом, чтобы выбранное игроком число было как можно ближе к половине среднего арифметического из всех чисел названными игроками. Пусть среднее арифметическое $C_{s.}$, тогда половина среднего арифметического $C_{p.s.}$ и вычисляется по формуле [2]:

$$C_{p.s.} = \frac{x_{1c}+x_{2c}+x_{3c}...+x_{nc}}{2n},$$

где $x_{1c}, x_{2c}, x_{3c}, ..., x_{nc}$ это числа, выбранные игроками $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ количество которых n человек.

Под описание к данной игре было записано следующее: «В жизни подобный результат вы практически никогда не получите».

В своей работе я решил выяснить какие результаты в этой игре обычно удаётся получить и с чем этот результат коррелирует, что является важной частью теории игр.

Среднее значение может быть любым от 1 до 100. Следовательно, среднее $C_{p.s.}$ пополам тоже может быть в каком-то диапазоне, который будет занимать половину этих чисел. И соответственно, априори нельзя сказать, что какое-то число будет ближе к этому среднему. Чтобы это сказать нужно немного подумать. Давайте рассмотрим самое большое возможное значение этого выражения. Предположим, что все участники игры назвали число 100, тогда половина $C_{p.s.}$ среднего принимает значение 50. Значит, если игроки выбрали произвольные стратегии, то есть любые числа от 1 до 100, то значение $C_{p.s.}$ не превосходит 50. Из этого можно сделать вывод, что число 50 — это максимальное число, которое, имеет смысл называть. Потому что назвать 51, 52 и так далее вплоть до 100 — любая из этих стратегий будет заведомо больше $C_{p.s.}$, т.е. числа 50, а, следовательно, проигрышная.

Итак, мы будет вычеркивать слабодоминируемые стратегии $(51, 52, ..., 100)$ и согласимся, что игроки будут использовать только оставшиеся $(49, 48, ..., 1)$. Нам в данном случае придется признать, что в этих условиях среднее $C_{p.s.}$ пополам уже не превосходит число 25. То есть если все игроки поняли, что $(51, 52, ..., 100)$ применять не надо, то тогда самое максимальное число, которое будет написано у кого-либо, будет число 50. Тогда $C_{s.}$ — не больше 50, а $C_{p.s.}$ — не больше 25. В этом случае, целый ряд новых стратегий оказался слабодоминируемыми посредством стратегии 25. Применим постулат снова, итеративное применение того же самого постулата, и вычеркнем эти стратегии [3].

После очередного вычеркивания каждый игрок ограничится уже выбором $(1, 2, ..., 25)$. В этом случае $C_{s.}$ будет уже 12,5 (если ответы будут равномерно распределены), а $C_{p.s.}$ соответственно 6,25. Если все игроки достаточно умны, то они продолжат этот процесс, который называется итеративное исключение доминируемых стратегий. И, в конце концов, мы приходим к единственному возможному исходу: а именно все стратегические множества оказываются одноэлементными и содержат только стратегию 1. Тем самым, исход игры, который мы предсказываем, если мы пользуемся тем постулатом об удалении слабодоминируемых стратегий, будет ровен 1, и у каждого игрока будет написано число 1, и все будут одинаково близки к $C_{p.s.}$, равному 0,5. Классическая теория игр прогнозирует здесь такой исход. Однако в реальности мы никогда число 1 не получим [3].

Для проверки утверждения, что число 1 никогда не получится в ответе, я провел эту игру несколько раз, сначала в одной группе (27 человек) для отработки методики, а затем в нескольких группах одного потока двух различных факультетов. Чтобы все (студенты первого курса) игроки поняли правила я дважды повторил условие, написал на доске формулу вычисления половины среднего $C_{p.s.}$ и привел простой пример этой игры (для двух человек), а чтобы их ещё заинтересовать я пообещал дать победителям приз. В эксперименте приняло участие 148 человек (факультет ТОВ 96 человек и факультет ЛХ 52 человека). А также мне помогали 5 волонтёров, которые оперативно раздали и собрали листки с ответами.

Я выдвинул гипотезу, что чем ниже число, которое выберет игрок, тем выше сумма баллов на ЦТ и средний балл в школе (по сумме этих баллов в белорусских вузах проводится конкурс).

Результаты исследования:

1) факультет технология органических веществ: $C_{s.} = 37.52$, $C_{p.s.} = 18.76$, балл – 278,6;

2) лесохозяйственный факультет: $C_s = 44.37$, $C_{p.s} = 22.17$, балл – 177.

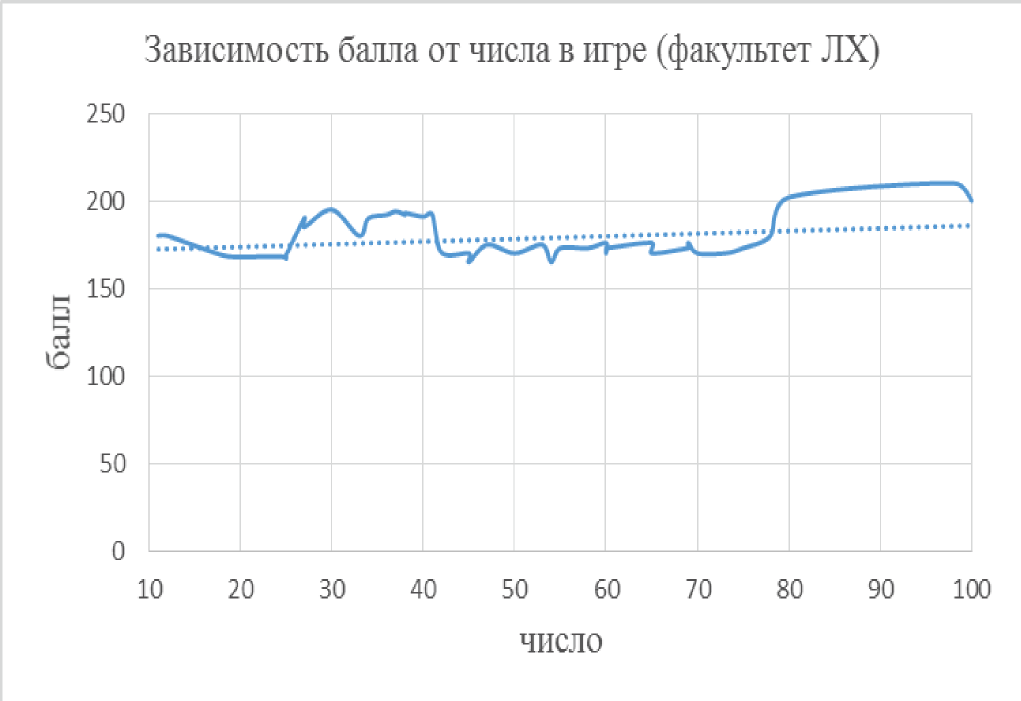

Рисунок 1 - Зависимость балла от числа в игре (ЛХ)

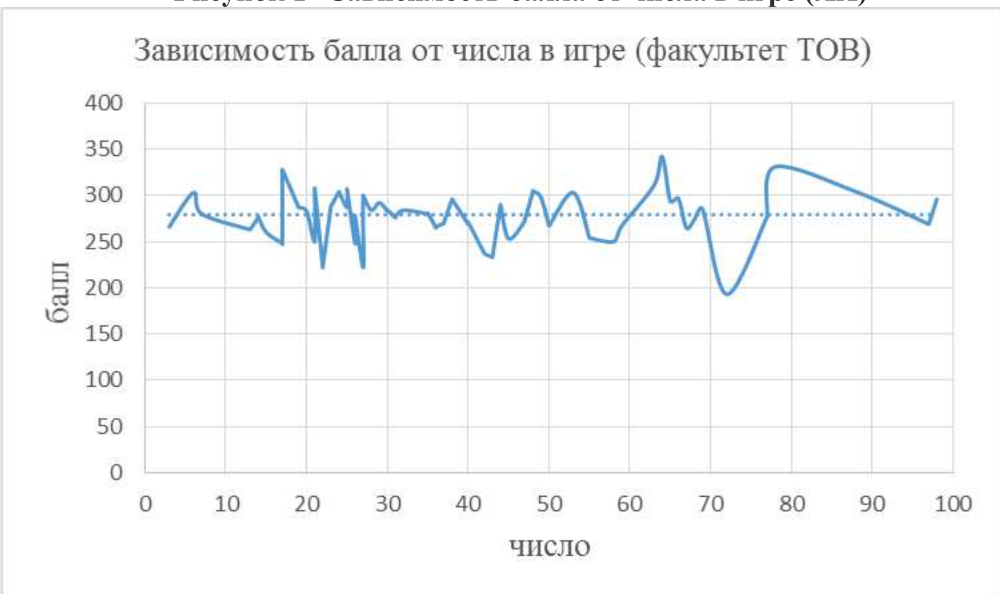

Рисунок 2 - Зависимость балла от числа в игре (ТОВ)

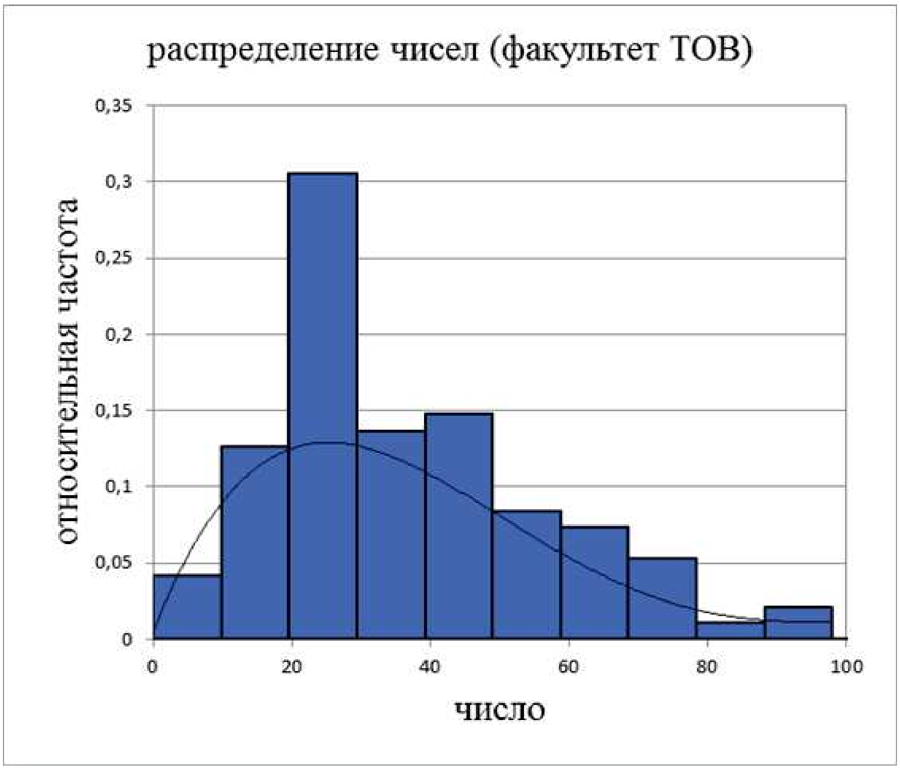

Рисунок 11 - Логнормальное распределение относительных частот чисел (ТОВ)

Рисунок 4 - Логнормальное распределение относительных частот чисел (ЛХ)

Почему же мы не получили результат 1? Причин здесь много. Перечислю основные из них:

во-первых, около трети участников не поняли условие игры или просто не захотели играть и писали числа наугад, не подумав (это видно из графиков);

во-вторых, часть студентов плохо продумала решение, так как даже при минимальном анализе становится ясно, что числа выше 50 (и даже 25) нет смысла называть.

Но более важная причина в том, что не все верят, что остальные будут достаточно рациональны.

Еще более важный результат который можно получить из этих графиков, это отсутствие очень сильной зависимости между суммой баллов при поступлении и числом в игре. Видимо результат в игре больше связан со специальностью, умением стратегически мыслить, и престижем, чем баллом при поступлении.

Подобные игры могут быть использованы в качестве оценки качества образовательного процесса в учебных заведениях и в виде вступительного испытания. Однако следует использовать не одну игру, а несколько подобных, чтобы исключить риск статистической погрешности. Также такие игры как Гарвард будут хорошо себя проявлять в виде практического задания на занятиях по теории игр.

А теперь почему эта игра называется Гарвард? Значит, наблюдения в Америке состоят в том, что в престижных университетах типа Гарварда, это число было значительно меньше, чем в других. В Гарварде $C_{p.s.}$ значение колебалось то в районе 7–8. Если игра проводилась в аудитории не очень интеллектуальной, то $C_{s.}$, или $C_{p.s.}$, оказывалось больше, чем в аудиториях, где учатся более сильные студенты. И стали считать, что это своего рода индекс интеллекта данного университета. В Независимом университете результат данной игры дал $C_{p.s.}$ равным 4. А в Белорусском государственном технологическом университете на факультете ТОВ 1 курса значение $C_{p.s.}$ оказалось равным 19, а на факультете ЛХ $C_{p.s.}$ – 22.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Л. А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов. — М.: Высш. шк., Книжный дом «Университет», 1998. — С. 304.

2. https://www.coursera.org/learn/gametheory/lecture/v3WYR/ighra-garvard-dominiruiemyie-stratieghii

3. Захаров, А. В. Теория игр в общественных науках: учебник для вузов / А. В. Захаров ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – М. :Изд. Дом Высшей школы экономики, 2015. – (Учебники высшей школы экономики). – С. 304.