

УДК 546.212

Студ. А. О. Улитёнок,
 Науч. рук. доц. Л. Д. Яроцкая
 (кафедра высшей математики, БГТУ)

ИССЛЕДОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ДЕЙТЕРИЯ В ВОДЕ В ПРОЦЕССЕ ВЫПАРИВАНИЯ

Опасна ли вода из чайника? Среди населения бытует миф о том, что при кипячении природной воды в ней повышается содержание дейтерия – изотопов тяжёлого водорода, и это якобы может вредно сказаться на здоровье. «В процессе длительного кипячения из воды улетучиваются большая часть массы воды и таким путём увеличивается доля... «тяжёлой» воды D₂O ... Тяжёлая воды, естественно, осаждается внизу любого сосуда – чайника, титана. Поэтому если не выливать остатки кипячёной воды, а доливать к ней свежей, то при повторном кипячении процент тяжёлой воды в данном сосуде ещё больше увеличиться. При многократных добавлениях в остатки старой кипячёной воды новых количеств свежей воды может быть получена довольно большая концентрация тяжёлой воды. А это опасно для здоровья человека» [1]. Действительно ли это так?

Составим математическую модель задачи. Пусть общее количество воды в чайнике v молей. Обозначим через x на сколько увеличилась мольная доля тяжёлой воды после одного выпаривания. Проведем n операций выпаривания воды наполовину без и с доливанием воды до первоначального объема. Пусть x_n мольная доля тяжёлой воды после n таких операций. Известно, что мольная доля тяжёлой воды в питьевой воде $x_0 = 0,00016$, а коэффициент разделения, который показывает отношение концентраций тяжёлой воды в жидкой фазе и в паре, равен $\alpha = 1,03$.

Выпарим $v/2$ молей воды, тогда мольная доля тяжёлой воды в газовой фазе будет равна x/α , а общее количество тяжёлой воды в чайнике и в паре не измениться. Получаем уравнение:

$$\frac{v}{2}x + \frac{v}{2}\frac{x}{\alpha} = vx_n,$$

откуда следует, что $x = \frac{2x_n}{1+1/\alpha}$.

Таким образом, после каждого выпаривания наполовину без добавления свежей воды мольная доля тяжелой воды увеличилась бы в $2\alpha/(1+\alpha) \approx 1,015$ раз. Рассчитаем, например, сколько раз нужно

выпаривать воду наполовину без доливания свежей воды, чтобы увеличить концентрацию тяжёлой воды в 10 раз: $\left(\frac{2\alpha}{1+\alpha}\right)^n = 10$.

Решением этого уравнения является $n \approx 157$ раз.

Найдём соотношение между x_{n+1} и x_n в случае доливания $v/2$ молей свежей воды с содержанием тяжёлой воды \square_0 молей. Тогда мольная доля тяжёлой воды составит

$$x_{n+1} = \frac{x + x_0}{2} = \frac{x_n}{1 + 1/\alpha} + \frac{x_0}{2}.$$

Решая это уравнение, найдём x_n при любых значениях n

$$x_n = x_0 \frac{1 + \alpha}{2} - x_0 \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha}\right)^n.$$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$, получаем, что сколько бы раз мы ни повторяли процедуру выпаривания и доливания свежей воды, мы не сможем получить мольное содержание тяжёлой воды больше чем

$$x_0 \frac{1 + \alpha}{2} = 0,016 \cdot \frac{1 + 1,03}{2} = 0,0162\%.$$

Как изменятся результаты, если выпарить третью или k -ую часть воды? Аналогичные рассуждения приводят к следующим результатам. После каждого такого выпаривания без добавления свежей воды мольная доля тяжелой воды увеличилась бы в $k\alpha / (1 + (k-1)\alpha)$ раз. Например, чтобы увеличить концентрацию тяжелой воды в 10 раз необходимо 236 раз выпаривать воду на треть без доливания свежей воды.

В случае выпаривания и доливания свежей воды, мольное содержание тяжёлой воды не превысит величину

$$x_0 \frac{1 + (k-1)\alpha}{k}$$

и будет колебаться в пределах природного значения x_0 .

Таким образом, при разумных масштабах выпаривания концентрация тяжёлой воды увеличивается крайне незначительно – слишком мал коэффициент разделения, что не даёт достаточного количества тяжёлой воды, способной нанести вред человеку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Похлебкин В. В. Чай, его свойства и употребление. М.: Центрполиграф, 2007. 121 с.

2. Еремин В. В. Теоретическая и математическая химия для школьников. Подготовка к химическим олимпиадам. М.: МЦНМО, 2007. 392 с.

УДК 514.87

Студ. В. С. Березовская,
Науч. рук. доц. Л. Д. Яроцкая
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ФРАКТАЛЬНОСТЬ КРИСТАЛЛОВ, ДЕНДРИТОВ И ДЕНДРИМЕРОВ

Фрактал означает структуру, возникающую, когда части целого соединяются друг с другом так, что возникает инвариантность по отношению к масштабу. Про такие фигуры говорят, что они самоподобны, моделируют сами себя. Принято различать регулярные и нерегулярные фракталы, из которых первые являются плодом воображения, а вторые – продуктом природы или деятельности человека. Нерегулярные фракталы сохраняют способность к самоподобию в ограниченных пределах, определяемых реальными размерами системы.

Отметим, что фракталы обладают непривычными свойствами. В 1904 году швед Хельге фон Кох придумал непрерывную кривую, которая нигде не имеет касательной. Один из вариантов этой кривой носит название «снежинка Коха». Она обладает периметром бесконечной длины, хотя ограничивает конечную площадь. Эта фигура – один из первых исследованных учеными фракталов. Термин «фрактал» введен Б. Мандельбротом в 1975 году.

Фракталы являются могущественным средством описания сложных структур и процессов. Яркими примерами фракталов в химии являются кристаллы, дендриды и дендримеры. Целью данной работы является обсуждение особенностей фрактальных структур некоторых химических процессов и веществ.

Кристалл – твердое тело, атомная структура которого обладает трансляционной периодичностью. Помимо периодичности кристаллы часто обладают и другими элементами симметрии (осевыми, плоскостными, инверсионными). Сами продукты кристаллизации обладают исключительным многообразием форм. Кристаллы могут расти из растворов, из расплавов и из пара. Катаплеит, очень редкий циркониевый минерал, образуется в щелочных магматических породах. Кристаллы дигидрата $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ образуются в соленых озерах в зимнее время, когда температура достаточно низкая для скопления минерала, получившего название гидрогалит. Кристаллы