

УДК 519.7

В. П. Кобринец, доцент (БГТУ); Д. С. Карпович, доцент (БГТУ);  
В. Б. Михайлов, доцент (БГТУ); Е. В. Братаус, магистрант (БГТУ)

### ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНО-ВЛАЖНОСТНЫХ РЕЖИМОВ ОСНОВНЫХ ЗОН ПРОЦЕССА СУШКИ ТВЕРДЫХ ЖЕЛАТИНОВЫХ КАПСУЛ

В данной работе проведено теоретическое исследование и математическое описание процесса конвективной сушки твердых желатиновых капсул в различных зонах автоматической линии. В результате моделирования определены значения температуры и влажности сушильного агента во всех зонах линии при различных значениях производительности данной линии. Составлена схема замещения процесса сушки и установлены динамические характеристики данного процесса как объекта управления.

The basic periods of process of drying are revealed, for each of these periods the mathematical model of the given process on the basis of which are investigated static and dynamic characteristics is developed. It will allow to determine the valid distribution of fields of temperature and humidity in zones of drying and to develop recommendations on improvement of modes of drying of capsules at separate stages, that in a result will lead to decrease in quantity of defective products at manufacturing firm gelatinous capsules.

**Введение.** Процесс сушки твердых желатиновых капсул осуществляется в трех последовательных зонах сушки различной протяженности. Тепловым агентом сушки является очищенный воздух с определенными для каждой зоны температурно-влажностными параметрами. Данные параметры в конечном итоге определяют качество готовой продукции (влажность готовых капсул). Сушильный агент поступает от кондиционера и перед подачей в зоны сушки подогревается калориферами. Цель работы – определение температурно-влажностных параметров сушильного агента, обеспечивающих получение неизменного заданного качества готового продукта, при различных скоростях прохождения материала через зоны сушки и установление динамических характеристик.

**Основная часть.** Математическое описание процессов тепло- и массопереноса в телах канонической формы предложено в [1]. Такого рода описанию соответствует следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon \rho}{c} \frac{\partial u(x, \tau)}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial u(x, \tau)}{\partial \tau} &= a' \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} + a' \delta \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $t$  – температура материала,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\varepsilon$  – критерий фазового превращения;  $\rho$  – удельная теплота фазового перехода,  $\text{Дж}/\text{кг}$ ;  $c$  – теплоемкость тела,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;  $u$  – влагосодержание тела,  $\text{кг}/\text{кг}$ ;  $a'$  – коэффициент диффузии влаги,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\delta$  – термоградиентный коэффициент,  $\text{К}^{-1}$ .

Выполнив некоторые замены, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial t(l, F_0)}{\partial R} &= a \frac{\partial^2 t(l, F_0)}{\partial l^2} + b \frac{\partial u(l, F_0)}{\partial F_0}, \\ \frac{\partial u(l, F_0)}{\partial R} &= a^* \frac{\partial^2 u(l, F_0)}{\partial l^2} + b^* \frac{\partial t(l, F_0)}{\partial F_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $R$  – характерный размер (в нашем случае толщина стенки капсулы),  $\text{м}$ ;  $F_0$  – критерий Фурье.

Краевые условия для первого уравнения

$$\begin{aligned} -\frac{\partial t(l, F_0)}{\partial l} \Big|_{l=1} + Bi[t_c - t(l, F_0)] \Big|_{l=1} &= 0, \\ \frac{\partial t(l, F_0)}{\partial l} \Big|_{l=0} + Bi[t_c - t(l, F_0)] \Big|_{l=0} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

а для второго уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial t(l, F_0)}{\partial l} \Big|_{l=1} + Bi'[u(l, F_0) - u_c] \Big|_{l=1} &= 0, \\ -\frac{\partial u(l, F_0)}{\partial l} \Big|_{l=0} + Bi'[u(l, F_0) - u_c] \Big|_{l=0} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $Bi$  – теплообменный критерий Био;  $t_c$  – температура окружающей среды,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $Bi'$  – массообменный критерий Био;  $u_c$  – равновесное влагосодержание тела,  $\text{кг}/\text{кг}$ .

Поскольку высушиваемый материал имеет достаточно малые линейные размеры, то достаточно малы будут и соответствующие критерии  $Bi$ ,  $Bi'$ , т. е. можно перейти к задаче с сосредоточенными параметрами. Используя понятия средней температуры и среднего влагосодержания, получим

$$\begin{aligned} \frac{dt}{d\tau} &= \frac{Bia}{R^2(1-bb^*)}(t_c - t) - \frac{Bi'aa^*}{R^2(1-bb^*)}(u - u_c), \\ \frac{du}{d\tau} &= \frac{Bi'aa^*}{R^2(1-bb^*)}(u - u_c) + \frac{Biab}{R^2(1-bb^*)}(t_c - t); \end{aligned} \quad (5)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{dt}{d\tau} &= A_{11}(t_c - t) - A_{12}(u - u_c), \\ \frac{du}{d\tau} &= -A_{21}(u - u_c) + A_{22}(t_c - t). \end{aligned} \quad (6)$$

Полученная система линейных дифференциальных уравнений устанавливает зависимость между температурой, влагосодержанием материала и температурой и влажностью окружающей среды, т. е. теплоносителя. Коэффициенты  $A_{ij}$  ( $ij = 1, 2$ ) определяются исходя из теплофизических характеристик материала и теплоносителя:

$$\begin{aligned} \frac{dt}{d\tau} &= 0,0124(t_c - t) - 0,0383(u - u_c), \\ \frac{du}{d\tau} &= -0,00295(u - u_c) + 0,00012(t_c - t). \end{aligned} \quad (7)$$

Моделирование процесса сушки проводилось в математическом пакете MATLAB 6.5. При моделировании учитывался различный механизм протекания процесса сушки в периоде постоянной и падающей скорости. Период постоянной скорости сушки был реализован в первой и второй зонах, период падающей скорости – в третьей.

В результате моделирования были получены значения сушильного агента, представленные в таблице. Периоды пребывания материала в каждой зоне сушки соответствуют различным скоростям работы установки, приведенным в условных величинах – пинбары в минуту (пб/мин).

Для реализации данных режимов работы (таблица) основным способом управления процессом по параметрам сушильного агента является изменение количества тепла, поступающего в каждую зону сушки.

Таким образом, на основе полученной модели были определены значения технологических параметров, обеспечивающие неизменное заданное качество готового продукта (конечная

влажность) при различных производительностях технологической линии.

Динамические свойства процесса сушки твердых желатиновых капсул как объекта управления характеризуются кривой сушки. Уравнение этой кривой в теории сушки получают из решения уравнения влагопроводности [2].

Пусть  $f(z)$  – относительное распределение влагосодержаний по толщине просушиваемого пластинчатого материала на определенной стадии сушки.

Из уравнения баланса влаги по поверхности материала следует

$$-\frac{du}{dt} = (u - u_p)A, \quad (8)$$

где  $u$ ,  $u_p$  – соответственно среднее и равновесное влагосодержание материала;  $A$  – коэффициент сушки, рассчитываемый из выражения

$$A = \frac{k}{R^2} \frac{1}{\xi + \frac{1}{HR}},$$

где  $HP = \frac{\beta}{k}R$  – критерий Био для влагопроводности;  $k$  и  $\beta$  – соответственно коэффициенты влагопроводности и влагообмена;

$$\xi = \frac{1-a}{b},$$

где

$$a = \int_0^1 f(z) dz; \quad b = f'(z)|_{z=1}; \quad z = \frac{x}{R};$$

$R$  – толщина материала;  $x$  – расстояние от середины материала.

При дальнейшем анализе кривой сушки используем параметр  $T_c = 1/A$ , который назван постоянной времени сушки. При  $A = \text{const}$  постоянная времени  $T_c$  равна времени, в течении которого избыточное влагосодержание материала уменьшается на 63%.

Результаты расчета температур теплоносителя

Скорость работы машины, пб/мин	Зона сушки № 1		Зона сушки № 2		Зона сушки № 3	
	Время пребывания в зоне, с	Температура теплоносителя, °С	Время пребывания в зоне, с	Температура теплоносителя, °С	Время пребывания в зоне, с	Температура теплоносителя, °С
22	420	29,4	540	34,3	600	38,1
23	402	29,51	517	34,42	574	38,2
24	385	29,63	495	34,55	550	38,33
25	370	29,76	475	34,69	528	38,46
26	355	29,9	457	34,84	508	38,68
27	342	30,05	440	35,0	489	38,9
28	330	30,21	424	35,17	471	39,15
29	319	30,38	410	35,35	455	39,43
30	308	30,56	396	35,54	440	39,74

На основании уравнения (8) кривую сушки можно рассматривать как экспоненциальный график с переменной крутизной:

$$\begin{aligned} y &= y_n e^{-t/\bar{T}_c}, \\ y &= u - u_p, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $y_n = u_n - u_p$  (где  $u_n$ ,  $u_p$  – соответственно начальное и равновесное среднее влагосодержание);

$$\bar{T}_c = \frac{1}{A} \left( \text{здесь } \bar{A} = \int_0^t A dt \right).$$

Время сушки материала до заданного конечного влагосодержания  $u_k$  определим из соотношения

$$\tau = m \bar{T}_c, \quad (10)$$

где

$$m = \ln \frac{y_n}{y_k}; \quad y_k = u_k - u_p.$$

При линейном законе изменения коэффициента  $A$  в процессе сушки ( $A = a + bt$ ) время сушки рассчитаем из следующего соотношения:

$$\tau = \frac{\sqrt{a^2 - 2mb} - a}{b}. \quad (11)$$

Динамика процесса сушки может быть задана закономерностью изменения в процессе сушки величин  $A(t)$  или  $T_c(t)$ . Параметры  $A$  и  $T_c$  легко находят из экспериментальной кривой сушки (или непосредственно из экспериментальных материалов без построения кривой сушки) по следующей формуле:

$$T_c \approx \frac{y}{\Delta u} \Delta t, \quad (12)$$

где  $y = u - u_p$  – среднее избыточное влагосодержание за рассматриваемый интервал времени;  $\Delta u$  – снижение влагосодержания материала за время  $\Delta t$ .

Влияние возмущений (технологических и управляющих) на ход процесса сушки материала определим, решив дифференциальное уравнение, составленное для отклонений параметров от их значений при нормальном режиме [3]:

$$\begin{aligned} \Delta u + T_c \frac{d\Delta u}{dt} &= z, \\ z &= \Delta u_p - \frac{\Delta A}{A} (u_0 - u_{p0}), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $A = A_0 + \Delta A$ .

Величину  $z$  можно рассматривать как сигнал возмущения для процесса сушки; в приведенных соотношениях с индексом нуль указаны значения параметров в нормальных условиях, а  $\Delta A$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta u_p$  – отклонения параметров.

Дифференциальное уравнение (13) следует рассматривать как линейное с переменными коэффициентами.

По выражению (13) могут быть составлены передаточная и частотная характеристики процесса сушки с учетом переменности коэффициента сушки. Применяв метод Л. А. Заде, получим

$$Y(s, t) = \frac{\Delta u(s, t)}{\Delta z(s)} = Y_1(s, t) + Y_2(s, t) + \dots, \quad (14)$$

где  $Y_1(s, t) = \frac{1}{1 + sT_c}$  – передаточная характеристика первого приближения, получаемая при «замораживании» коэффициентов;  $Y_2(s, t)$ ,  $Y_3(s, t)$ , ... – последующие уточнения передаточной характеристики.

Сигнал возмущения  $z$  для процесса сушки может быть выражен через отклонения параметров воздуха  $\Delta\theta$  и  $\Delta\phi$ . При малых величинах отклонений сигнал возмущения выражается как

$$z \approx -h_1 \Delta\theta + h_2 \Delta d. \quad (15)$$

В пределах каждой зоны сушки твердых желатиновых капсул параметры воздуха и материала можно было принять за неизменные величины. Тогда для характеристики процесса сушки в любой области можно применять уравнение (8).

Процесс сушки твердых желатиновых капсул в каждой зоне характеризуется общим количеством влаги, удаляемой за единицу времени:

$$B = \sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n \frac{G_0}{n} A_i (u_i - u_p). \quad (16)$$

После преобразований этого уравнения имеем

$$-\frac{du}{dt} = (u - u_p) A_n, \quad (17)$$

где  $u$ ,  $u_p$  – средние по сушильному пространству текущее и равновесное влагосодержание материала;  $A_n$  – приведенный коэффициент сушки.

Приведенный коэффициент сушки напишем

$$A_n = \sum_{i=1}^n \frac{A_i \chi_i}{n}, \quad (18)$$

где

$$\chi_i = \frac{y_i}{y},$$

здесь

$$y_i = u_i - u_{pi}; \quad y = u - u_p.$$

Соотношение (17) можно рассматривать как уравнение процесса сушки материала в производственной сушильной установке.

Для анализа системы управления разработана схема замещения сушильной установки, связывающая управляющее изменение притока тепла  $\Delta Q_k$  с отклонениями среднего влагосодержания материала  $\Delta u$ , интенсивности выделения влаги из материала  $\Delta B$  и параметров воздуха  $\Delta \theta$ ,  $\Delta d$ ,  $\Delta \phi$ .

При составлении схемы замещения используются: уравнение теплового баланса сушильной установки, уравнение (17) процесса сушки материала, уравнение (15) связи между сигналом  $z$  и параметрами воздуха (рисунок).

Произведя суммирование составляющих уравнения теплового баланса по областям сушильного пространства, получим

$$\Delta Q_k = a_1 \Delta \theta + a_2 \frac{d\Delta \theta}{dt} + b \Delta B + g \Delta u, \quad (19)$$

где  $\Delta \theta$  – отклонение температуры в конкретной точке сушильного пространства.

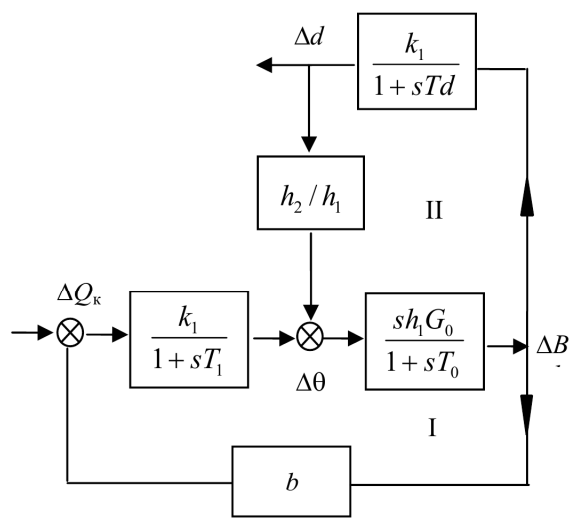


Схема замещения при регулировании притока тепла

Постоянная времени, характеризующая тепловую инерционность сушильной установки, рассчитывается из выражения

$$T_1 \approx 4 \frac{G_0}{L} (c_0 + u),$$

где  $G_0$  – полный сухой вес материала;  $L$  – часовой расход сухого воздуха;  $c_0$  – удельная теплоемкость сухого материала.

По схеме замещения влияние изменения притока тепла на температуру воздуха сушильного пространства определяется передаточной характеристикой:

$$Y_\theta(s) = \frac{\Delta \theta(s)}{\Delta Q_k(s)} = k_1 \frac{1 + sT_{cl}}{(1 + sT_a)(1 + sT_b)}, \quad (20)$$

где

$$k_1 = \frac{1}{a_1}; \quad T_{cl} = T_c + K_{ocII};$$

$$T_a \approx T_1 + T_c + K_{ocI} + K_{ocII}; \quad T_b = T_1 \frac{T_{cl}}{T_a};$$

$$K_{ocI} = k_1 h_1 G_0 b;$$

$$K_{ocII} = h_2 G_0 k_7; \quad k_7 = \frac{1000}{L}.$$

**Заключение.** Сушка твердых желатиновых капсул – сложный массообменный многозонный процесс, исследование которого необходимо для определения действительных полей температуры и влажности сушильного агента во всех зонах и управления режимами работы в отдельных зонах. Проведен анализ статических и динамических режимов процесса сушки, что позволило установить основные статические закономерности и динамические характеристики данного процесса как объекта управления.

### Литература

1. Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 469 с.
2. Баумштейн, И. П. Автоматизация процессов сушки в химической промышленности / И. П. Баумштейн, Ю. Ф. Майзель. – М.: Химия, 1970. – 232 с.
3. Никитенко, Н. И. Математическая модель и метод расчета тепломассопереноса и фазовых превращений в процессах сушки / Н. И. Никитенко, Ю. Ф. Снежкин, Н. Н. Сорокова // Пром. теплотехника. – 2001. – Т. 23, № 3. – С. 65–73.

Поступила в редакцию 31.03.2010