

УДК 519.6

Н. А. Жилияк, ассистент (БГТУ); А. С. Кобайло, канд. техн. наук (БГТУ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЛОКА УПРАВЛЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНО-КОНВЕЙЕРНЫМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ

Статья посвящена разработке математической модели для построения блока управления. Известны исходные данные для синтеза блока управления. Необходимо выбрать состав функциональных устройств, построить граф блока управления, позволяющий организовать циклический вычислительный процесс в реальном времени, согласно программе, определяемой функцией временной развертки. При реализации данной задачи полученная математическая модель блока управления позволяет построить граф вычислительного алгоритма с регулярной топологией для блока управления параллельно-конвейерной архитектурой, отличающегося простотой разработки; реализовать все операции по организации синхронизации в вычислительной системе на наборе простых функциональных устройств.

The paper is directed creating a mathematical model building the unit. Known are the source data for control block synthesis. The task is to select a range of functional devices, to organize a real-time cyclic computing process in accordance with the program that is defined by a time. A mathematical model of a control block obtained in solving this task provides to plot the computing algorithm graph with a regular topology for the control block of parallel/conveyor architecture, said algorithm being characterized by synchronization in the computing system on the basis of a set simple functional devices.

Введение. Решение проблемы синхронизации вычислительной системы предполагает формирование последовательности управляющих сигналов в соответствии с координатами вектора временной развертки с периодичностью, обусловленной требованиями циклически реализации вычислительного процесса.

Основным требованием к средствам управления системами реального времени является высокая точность формирования временных интервалов, от которой зависит, будет ли удовлетворять синтезируемая вычислительная структура требованию организации вычислительного процесса в реальном времени. До настоящего времени для решения проблемы формирования управляющих сигналов использовались два основных подхода – применение цифровых автоматов и микропрограммное управление.

Цифровые автоматы (устройства управления на основе схемной логики) способны обеспечить наивысшее быстродействие при заданном типе технологии элементов. Основным недостатком этих управляющих устройств, в рамках выделенной задачи, является их принципиальная непригодность для формирования вектора временной развертки, обусловленная ориентацией цифровых автоматов на формирование управляющих сигналов в соответствии с логическими выражениями без учета временной зависимости между этими сигналами.

Применение микропрограммного принципа построения устройств управления, широко распространенного в ЭВМ малой и средней производительности, в устройствах управления периферией, некоторых типах микропроцессоров, является нецелесообразным для решения поставленной проблемы по следующим причинам:

– потребность в большом формате микрокоманды, возрастающем с ростом сложности проектируемой вычислительной системы (ВС);

– чрезвычайно нерациональное использование управляющей памяти из-за низкой вероятности одновременного включения нескольких функциональных устройств (ФУ) и возможности широкой разбежки между значениями координат вектора временной развертки (это предполагает использование определенной последовательности «пустых» микрокоманд);

– потребность в быстродействующей управляющей памяти независимо от уровней временной иерархии;

– низкая точность формирования временных интервалов и, как следствие, повышение вероятности потери возможности реализации вычислительного процесса в реальном времени.

Данные особенности известных принципов построения управляющих устройств обусловили необходимость разработки принципиально нового подхода к решению задачи формирования управляющих сигналов для параллельно-конвейерных ВС реального времени [1]. Ниже предлагается метод синтеза блоков управления, ориентированных на реализацию последовательностей сигналов в соответствии с заданным вектором временной развертки. Данный метод основан на преобразовании исходного графа алгоритма, который реализует математическую модель функционала временной развертки [4].

Основная часть. К исходным данным для синтеза блоков управления причисляется ряд результатов, полученных при реализации процедур синтеза вычислительных структур [2]. К их числу причисляются следующие:

1. Функционал временной развертки.
2. Такт вычислительной структуры τ_c .
3. Множества вершин γ -х уровней временной иерархии

$$V(\gamma) = \{v_\gamma\}, \gamma = \overline{1, \Gamma},$$

где Γ – количество уровней временной иерархии [1].

4. Вектор шагов дискретизации

$$\vec{\delta t} = (\Delta t(1), \Delta t(2), \dots, \Delta t(\Gamma)).$$

5. Вектора усеченных путей

$$\overline{L}_k = (v(1)^{(k)}, v(2)^{(k)}, \dots, v(n_k)^{(k)}), k = \overline{1, K_y},$$

где K_y – множество усеченных путей вычислительного графа алгоритма.

6. Множества вершин, образующих ступени конвейеров

$$V(L, \mu) = \{v^{(k)}(L, \mu)\},$$

где $\mu = 1$; L – путь конвейера; μ – ступень пути L .

Программа управления вычислительной структурой параллельно-конвейерного типа описывается функционалом временной развертки. Данный функционал может быть представлен совокупностью уравнений

$$\Phi(t(j, q))_{j/j-\overline{1, J}} = \begin{cases} t(1, 1) + \Delta t_1 k_1, \\ \dots \\ t(1, Q_1) + \Delta t_1 k_1, \\ \dots \\ t(j, 1) + \Delta t_j k_j, \\ \dots \\ t(j, Q_j) + \Delta t_j k_j, \\ \dots \\ t(J, 1) + \Delta t_J k_J, \\ \dots \\ t(J, Q_J) + \Delta t_J k_J, \end{cases} \quad (1)$$

где $k_{j/j-\overline{1, j}} = 0, 1, 2, 3, \dots, t(j, 1), t(j, 2), \dots, t(j, Q_j)$ – моменты включения j -го ФУ на первом цикле функционирования вычислительной структуры, равном $\Delta t_i = (\gamma) : v_i \in V(\gamma)$.

Общее количество уравнений в (1) равно количеству элементов вектора временной развертки вычислительного графа алгоритма с регистровыми файлами I и определяется следующим образом:

$$\sum_{j=1}^J Q_j = I. \quad (2)$$

В соответствии с методикой формирования координат вектора временной развертки в [3] координата вектора временной развертки для

начальной вершины пути L , которому принадлежит вершина v_i , может быть представлена как

$$t(1)^L = t_0 + t'(1)^{(i)}, \quad (3)$$

где t_0 – момент начала временной развертки (в частном случае $t_0 = 0$); $t'(1)^{(i)}$ – значение координаты вектора временной развертки для начальной вершины пути L , которому принадлежит вершина v_j , относительно t_0 .

Введем также обозначения для составляющих компонентов в формулах для расчета $t(j, Q_j)$ в (1) [4]:

$$t'(j, q) = \sum_{j=1}^{i-1} \tau(j),$$

$$t'(j, q) = \sum_{j=1}^{i_\mu-1} \tau(j)^{(\mu, L)}.$$

Тогда уравнения функционала временной развертки могут быть представлены в следующем виде:

$$\Phi(t(j, q)) = t_0 + t'(1)^{(i)} + \Delta t_j k_j + (\mu - 1) \Delta t_j + t'(j, q), k_j = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

$$\Phi(t(j, q)) = t_0 + t'(1)^{(i)} + \Delta t_j k_j + t'(j, q), k_j = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

для конвейеризируемых и неконвейеризируемых путей соответственно.

В приведенных уравнениях (4) и (5) $t(j, q) = t_i$ – координата вектора временной развертки, соответствующая q -му включению j -го функционального устройства; $\Phi(t(j, q))$ – периодическая функция последовательности включений ФУ, соответствующего i -й вершине вычислительного графа алгоритма при организации циклического процесса; t_0 – момент начала формирования временной развертки, соответствующий поступлению сигнала «пуск»; $t'(1)^{(i)}$ – координата вектора временной развертки для начальной вершины пути, которому принадлежит вершина v_i , относительно t_0 ; $\Delta t_j = \Delta t(\gamma) : v_j \in V(\lambda)$; $\Delta t^{\mu} = \Delta t(\gamma)$ – шаг дискретизации для вершин пути L_n ; $k_j = 1, 2, 3, \dots, t'(j, q) = t'(i)$ – значение i -й координаты вектора временной развертки, соответствующей q -му включению j -го ФУ, относительно моментов $t_0 + t'(1)^{(i)}, t_0 + t'(1)^{(i)} + (\mu - 1) \Delta t_i$ соответственно для неконвейеризируемых и конвейеризируемых путей, относительно

$$t_0 + t'(1)^{(i)} + \sum_{l \in L_{n-1}} \tau_l + \Delta t^{(m)} K_{n,m}$$

для пути, выходящего из цикла L_m ; $t'(1)^{(i)}$ – координата вектора временной развертки, соответствующая вершине пути L_{n-1} , из концевой вершины которого выходит путь L_n , относительно t_0 ; τ_l – время реализации вершины

$v_i \in V^{(L_{n-1})}$, где $V^{(L_{n-1})}$ – множество вершин пути L_m ; $\Delta t^{(m)}$ – шаг дискретизации для вершин пути L_m ; $K_{n,m} = \Delta t^{(m)} / \Delta t^{(n)}$, $j = 1, J$, где j – количество ФУ в проектируемой вычислительной структуре.

Отметим, что выражение (5) является частным случаем выражения (4) при $\mu = 1$; это значит, неконвейеризируемый путь можно рассматривать как конвейеризируемый с одной ступенью. Кроме того, все множества конвейеризируемых усеченных путей одного уровня временной иерархии, если $\exists v_i : t_j - t_i > \Delta t(\gamma)$, $v_i, v_j \subset V(\gamma)$, также можно рассматривать как один конвейеризируемый (условно конвейеризируемый) путь.

Обозначим точку входа в цикл L_n через равенство

$$t'(1)^{(i)} = t'(1)^{(L_{n-1})} + \sum_{l \in L_{n-1}} \tau_l. \quad (6)$$

Точно также момент первого выполнения операции, соответствующей начальной вершине пути L_m в (5), определим следующим образом:

$$t'(1)^{(i)} = t'(1)^{(L_{n-1})} + \sum_{l \in L_{n-1}} \tau_l + \Delta t^{(m)} K_{n,m}. \quad (7)$$

Тогда имея в виду, что

$$\begin{aligned} \Delta t^{(n)} &= \Delta t_i = \Delta t(\gamma) : v_j \in V(\gamma), \\ \Delta t^{(m)} &= \frac{\Delta t_i}{K_{n,m}} = \Delta t(\gamma') : v_i \in V(\gamma') \end{aligned} \quad (8)$$

и обозначив $t_j = t(j, q)$, получим, что каждое из выражений (1)–(5) эквивалентно уравнению

$$\Phi(t_i) = t_0 + t'(1)^{(i)} + \Delta t_i k_i + (\mu - 1) \Delta t_i + t'_i, k_j = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

где $i = \overline{1, I}$, I – количество вершин графа вычислительного алгоритма с буферной памятью:

$$I = \sum_{j=1}^J h_j. \quad (10)$$

Уравнение (9) преобразуем к виду, удобному для представления в графовой форме.

Введем ряд обозначений:

$$t^*(\chi_3(t_1, t_2, \dots, t_n)) = \chi_p(t_1, t_2, \dots, t_n), \tau \quad (11)$$

при $\tau \rightarrow 0$, где χ_p – разностная функция вида [4]

$$\chi_p(t_1, t_2, \dots, t_n), \tau = 1(t - (t_1 + t_2 + \dots + t_n)) - 1(t - (t_1 + t_2 + \dots + t_n + \tau)); \quad (12)$$

$\chi_3(\cdot)$ – функция задержки, определяемая из условия

$$\chi_3(\cdot) = 1(t - (\cdot)). \quad (13)$$

$1(t - (\cdot))$ в выражениях (12) и (13) – единичная функция Хевисайда.

Будем называть $t^*(X_{\mu}(\cdot))$ моментом окончания формирования задержки. Тогда во временной области уравнению (9) будет соответствовать выражение

$$F(t_i) = t^*(\chi_3(t_0, t'(1)^{(i)}, \Delta t_i k_j, (\mu - 1) \Delta t_i, \Delta t')). \quad (14)$$

Представим аргументы уравнения (14) в виде некоторых функций времени.

Функцией деления частоты назовем выражение

$$\chi_{\mu} \left(t_{\mu}^{(1)}, K_{\mu}, \tau_{\mu} \right) = \sum_{k=0}^K \chi_p \left(\left(t_{\mu}^{(1)}, k K_{\mu} \Delta t \right), \tau_{\mu} \right), \quad (15)$$

где $t_{\mu}^{(j)}$ – момент начала формирования j -го цикла функции деления частоты; Δt – период следования входной импульсной последовательности; K_{μ} – коэффициент деления (в данном случае $K_{\mu}^{(i)} = \Delta t^{(i)} / \tau_c$, где $\Delta t^{(i)} = \Delta t_i = \Delta t(\gamma)$, $v_j \subset V(\gamma)$); τ_{μ} – длительность импульса на выходе делителя частоты, вычисляемая по формуле

$$\tau_{\mu} = \{ \tau'_c, \tau_c, K_{\mu}^{(i)} \tau_c / 2 \dots \}, \quad (16)$$

где τ'_c – длительность тактового импульса; τ_c – такт вычислительной структуры.

Моменты начала импульсов делителя частоты $t^*(\chi_{\mu}(\cdot))$ определим из (15) следующим образом:

$$t^* \left(\chi_{\mu} \left(t_{\mu}^{(1)}, K_{\mu} \right) \right) = \sum_{k=0}^K \chi_p \left(\left(t_{\mu}^{(1)}, k K_{\mu} \Delta t \right), \tau_{\mu} \right) \quad (17)$$

при $\tau_{\mu} \rightarrow 0$.

Функция деления частоты задает периодичность процесса и соответствует $\Delta t_i k_j$ в выражении (14). Первому отсчету данной функции соответствует момент окончания интервала $t_0 + t'(1)^{(i)}$. Поэтому в качестве аргумента $t_{\mu}^{(1)}$ используем $t^*(\chi_3(t_0, t'(1)^{(i)}))$.

Результатом выполнения функции является последовательность отсчетов времени:

$$t_1, t_2^{(1)}, t_2^{(2)}, t_2^{(3)}, \dots$$

Здесь

$$t_2^{(1)} - t_1, t_2^{(k)} - t_2^{(k-1)} = \tau_c K_{\mu}^{(i)} = \Delta t_i.$$

Конвейерной функцией будем называть функцию, задающую последовательность загрузки конвейера:

$$\chi_k^{(\mu)}(t_1) = \begin{cases} \chi_3(t_1), & \mu = 1; \\ \chi_3(t_2 \chi_k^{(1)}), & \mu = 2; \\ \chi_3(t_3 \chi_k^{(2)}), & \mu = 3; \\ \dots & \\ \chi_3(t_j \chi_k^{(j-1)}), & \mu = j; \\ \dots & \\ \chi_3(t_p \chi_k^{(p-1)}), & \mu = p; \end{cases} \quad (18)$$

где $k = 1, \dots, \rho - 1$; t_1, t_2, \dots, t_p – дискретные отсчеты времени, соответствующие моментам поступления входных импульсов, $\chi_k^{(j-1)}$ – значение конвейерной функции $(j - 1)$ -й ступени [3, 4].

С учетом введенных обозначений (4)–(17) будем использовать в качестве t_1 – момент начала импульса делителя частоты $t^*(\chi_d(\cdot))$:

$$t_1 = t^* \left(\chi_d \left(t^* \left(\chi_3 \left(t_0, t'(1) \right) \right) K_d^{(i)} \right) \right). \quad (19)$$

Конвейерная функция (18) представляет собой модель процесса последовательной загрузки и разгрузки конвейера, а также совмещенность работы ступеней загруженного конвейера. Данная функция соответствует слагаемому $(\mu - 1) \Delta t_i$ в (14).

Функцией координаты вектора временной развертки будем называть функцию

$$\chi_v^{(i)}(t_1, t_2, f_\chi) = t^* \left(\chi_3(t_1, t_2) \right) f_\chi, \quad (20)$$

где f_χ – некоторая функция, образованная как комбинация функций Хевисайда.

В выражении (20) в качестве аргумента t_1 также используем функцию (19), принимаем $t_2 = t'_i$, а в качестве функции f_χ – конвейерную функцию (18).

В качестве функции $f_\chi(\cdot)$ будем использовать функцию $\chi_k(\cdot)$ вида (18) с параметрами, соответственно равными $t_1^{(i)}$ и $t_2^{(i)}$.

Для преобразования выражения (4) с учетом введенных функций рассмотрим следующие положения.

Утверждение 1. Выражение $t^*(\chi_3(t_1, k\Delta t, t_2))$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ эквивалентно выражению $t^*(\chi_3(t^*, K_d), t_2)$.

Действительно, выражение $f_1 = t^*(\chi_3(t_1, k\Delta t, t_2))$ задает последовательность импульсов в моменты времени $t_1 + t_2, t_1 + t_2 + \Delta t, t_1 + t_2 + 2\Delta t$ и т. д.

Аналогично для функции $f_2 = t^*(\chi_3(t^*, K_d), t_2)$ также определяются моменты $t_1 + t_2, t_1 + t_2 + K_d, t_1 + t_2 + 2K_d$ и т. д.

Установив равенство $K_d \tau_c = \Delta t(\gamma)$ и $\Delta t = \Delta t(\gamma)$, получим $f_1 = f_2$. Утверждение доказано.

Утверждение 2. Функция координаты вектора временной развертки $\chi_v^{(i)}(t_1, t_2, f_\chi)$ при $t = t^*(\chi_d(\cdot))$ эквивалентна функции $t^*(\chi_p(\cdot))$.

Действительно, в соответствии с определением функции координаты вектора временной развертки (ВВР) при $f_\chi = \chi_k(\cdot)$ для нее справедливо

$$t^*(\chi_3(t_1, t_2)\chi_k(t_3)) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_3; \\ t^*(\chi_c(t_1, t_2)) & \text{при } t \geq t_3. \end{cases}$$

Аналогично выполняется и для $t^*(\chi_p(\cdot))$.

Утверждение доказано.

Таким образом, при $t_1 = t_0 + t(1)^{(i)}, t_2 = t'_i$ функция ВВР может быть использована как модель формирования i -й координаты ВВР:

$$F(t_i) = \chi_v \left(t^* \left(\chi_d \left(t^* \left(\chi_3 \left(t_0, t'(1)^{(i)} \right) \right) K_d^{(i)} \right) \right) \right), \\ t'_i, \chi_k \left(\chi_d \left(t^* \left(\chi_3 \left(t_0, t'(1)^{(i)} \right) \right) K_d^{(i)} \right) \right).$$

Заключение. Разработан метод синтеза блока управления, в ходе которого осуществлен строгий вывод математической модели синтеза блока управления операционной частью, позволяющей осуществлять конвейеризацию и распараллеливание вычислительного процесса в операционной части для любых ВСРВ. Полученная модель позволяет:

- представить эту модель графом вычислительного алгоритма, что обуславливает удобство его преобразования рядом несложных процедур с целью уменьшения его размерности;

- отображать вершины графа на простые функциональные устройства для реализации временных преобразований.

В сравнении с известной математической моделью [4] полученная модель позволяет сократить количество операций на одну, а в структурной схеме блока управления дает возможность уменьшить количество функциональных устройств на одно для каждого из управляемых измерительных каналов.

Литература

1. Кобайло, А. С. Базовый алгоритм синтеза вычислительных структур реального времени / А. С. Кобайло, Н. А. Жилияк // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2007. – Вып. XV. – С. 147–150.
2. Жилияк, Н. А. Базовый алгоритм синтеза вычислительных структур реального времени для теплоэнергетических измерений / Н. А. Жилияк, С. И. Акунович // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2008. – Вып. XVI. – С. 129–132.
3. Кобайло, А. С. Математическая модель блока управления измерительными каналами / А. С. Кобайло, Н. А. Жилияк // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2009. – Вып. XVII. – С. 103–106.
4. Кобайло, А. С. Основы теории синтеза вычислительных структур реального времени / А. С. Кобайло. – Минск: БГУИР, 2001. – 202 с.

Поступила в редакцию 31.03.2010