УДК 621.391.26

А. А. Дятко, доцент (БГТУ); С. М. Костромицкий, профессор (КБ «Радар»);
П. Н. Шумский, доцент (КБ «Радар»)

# ДВУХИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ И ДАЛЬНОСТИ

В работе рассмотрен метод определения радиальной скорости и дальности движущегося объекта, основанный на результатах измерений сигнала на выходе согласованного фильтра радиоприемного устройства радиолокатора для двух импульсов зондирующего сигнала. Показано, что применение двух импульсов с возрастающей и убывающей частотой сигнала с линейной частотной модуляцией позволяет однозначно определить радиальную скорость и дальность до объекта. При этом используются результаты измерений сигнала на выходе одного фильтра, настроенного на частоту зондирующего сигнала радиолокатора.

In work the method of calculation of radial range and speed of the moving object, based on results of measurements of a signal on an exit of the matched filter of radio receiver of a radar for two impulses of a probing signal is considered. It is shown that application of two impulses with increasing and decreasing frequency of a signal with linear frequency modulation, allows to define unequivocally radial speed and range to object. Results of measurements of a signal on an exit of one filter which has been adjusted on frequency of the probing signal of a radar are thus used.

**Введение.** Одной из основных задач современных радиолокационных систем является задача измерения радиальной скорости и дальности до некоторого движущегося объекта (цели). Для технических решений упомянутых задач широко используются методы согласованной фильтрации [1–3]. При этом для точного измерения дальности до цели необходима информация о ее скорости (доплеровском сдвиге частоты отраженного сигнала), которая неизвестна и в свою очередь подлежит определению. Это приводит к необходимости использовать линейки согласованных фильтров, каждый из которых спроектирован с учетом возможного доплеровского сдвига частоты принимаемого сигнала. Такой подход требует определенных аппаратных затрат на реализацию согласованных фильтров или временных затрат при программной обработке принятого сигнала.

В данной статье рассматривается метод измерения радиальной скорости и дальности до цели, основанный на использовании двухимпульсного зондирования и не требующий использования линейки фильтров.

**Основная часть.** Известно [1], что выражение для выходного сигнала некоторого фильтра можно представить в виде

$$s_{out}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega t}d\omega, \qquad (1)$$

где $S(j\omega)$ – спектр входного сигнала; $K(j\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра.

Для фильтра, согласованного с входным сигналом, имеем

$$K(j\omega)=AS^{*}(j\omega)e^{-j\omega t_0}, \qquad (2)$$

где $A$ – некоторый коэффициент; $t_0$ – задержка отклика.

Из (1) и (2) получаем, что

$$s_{out}(t)=A\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(j\omega)S^{*}(j\omega)e^{-j\omega t_0}e^{j\omega t}d\omega=$$

$$=A\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|S(j\omega)\right|^2 e^{j\omega(t-t_0)}d\omega=AB_s(t-t_0), \qquad (3)$$

где

$$B_s(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|S(j\omega)\right|^2 e^{-j\omega\tau}d\omega \qquad (4)$$

– корреляционная функция детерминированного сигнала $s(t)$, имеющего амплитудно-частотный спектр $S(j\omega)$. Обозначая $t-t_0=\tau$, из (3) получим, что [1]

$$s_{out}(t_0+\tau)=AB(\tau). \qquad (5)$$

Из (5) следует, что выходной сигнал $s_{out}(t)$ достигает своего максимума при $\tau=0$, т. е. при $t=t_0$.

Рассмотрим теперь сигнал в виде импульса с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-сигнал), который представим в виде (рис. 1*а*, рис. 1*б*)

$$s(t)=\begin{cases}A_s\cos\left(\omega_0 t+\frac{\beta}{2}t^2\right) & \text{при } |t|\le\frac{T}{2},\\ 0 \text{ при } |t|>\frac{T}{2}, \end{cases} \qquad (6)$$

или

$$s(t)=\begin{cases}A_s\cos\left(\omega_0 t-\frac{\beta}{2}t^2\right) & \text{при } |t|\le\frac{T}{2},\\ 0 \text{ при } |t|>\frac{T}{2}, \end{cases} \qquad (7)$$

где $A_s$ – амплитуда; $\omega_0=2\pi f_0$ – центральная частота; $\Delta\omega=2\pi\Delta f$ – девиация частоты; $T$ – длительность сигнала; $\beta=\Delta\omega/T$.

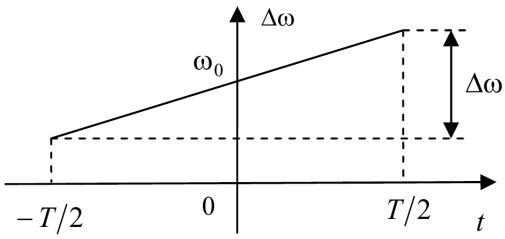


Рис. 1*а*

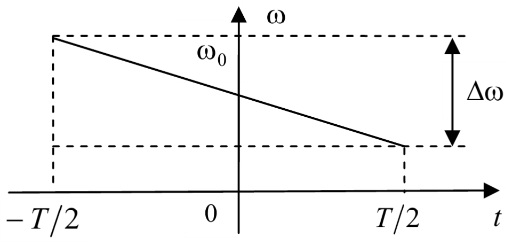


Рис. 1*б*

Сигналы (6) и (7) удобно представлять в виде

$$s(t) = \mathrm{Re}[z(t)], \tag{8}$$

где

$$z(t) = \begin{cases} A_s e^{j\left(\omega_0 t + \frac{\beta}{2} t^2\right)} & \text{при } |t| \le \dfrac{T}{2}, \\ 0 \text{ при } |t| > \dfrac{T}{2}. \end{cases} \tag{9}$$

При этом будем полагать, что сигналу (6) соответствует значение $\Delta\omega > 0$ ($\beta > 0$), а сигналу (7) – значение $\Delta\omega < 0$ ($\beta < 0$).

Пусть $D = \Delta f T$ – база ЛЧМ-сигнала. Известно [1–3], что при $D >> 1$ спектр ЛЧМ-сигнала можно представить в виде

$$S(j\omega) = \begin{cases} S_0 e^{j\psi(\omega)} & \text{при } |\omega - \omega_0| \le \dfrac{\Delta\omega}{2}, \\ 0 \text{ при } |\omega - \omega_0| > \dfrac{\Delta\omega}{2}, \end{cases} \tag{10}$$

где

$$S_0(\omega) = S_0 = \frac{A_s}{2}\sqrt{\frac{T}{\Delta f}},$$
$$\psi(\omega) = -\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\beta} + \frac{\pi}{4}. \tag{11}$$

Пусть на вход фильтра, согласованного с сигналом (6) или (7), поступает ЛЧМ-сигнал, отраженный от движущейся цели. При этом будем полагать, что его амплитудно-фазовые флуктуации являются достаточно медленными, так что изменением амплитуды и фазы сигнала за время $T$ можно пренебречь. Такой сигнал будет иметь центральную частоту, смещенную на величину частоты Доплера $\Omega$:

$$z_\Omega(t) = z(t) e^{j\Omega t}. \tag{12}$$

Спектр сигнала (12) будет иметь вид

$$S_\Omega(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} z_\Omega(t) e^{-j\omega t} dt = S\left[j(\omega - \Omega)\right], \tag{13}$$

где $S(j\omega)$ – спектр сигнала $z(t)$, определяемый выражениями (9)–(11).

Учитывая (9)–(11), получим

$$S_\Omega(j\omega) = S_0(\omega - \Omega) e^{j\left[-\frac{(\omega-\omega_0-\Omega)^2}{2\beta} + \frac{\pi}{4}\right]} =$$
$$= \frac{S_0(\omega - \Omega)}{S_0(\omega)} S_0(\omega) e^{j\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\beta} + \frac{\pi}{4}\right]} e^{j\frac{2(\omega-\omega_0)\Omega - \Omega^2}{2\beta}} =$$
$$= q(\Omega) S(j\omega) e^{j\frac{2(\omega-\omega_0)\Omega - \Omega^2}{2\beta}}, \tag{14}$$

где

$$q(\Omega) = \frac{S_0(\omega - \Omega)}{S_0(\omega)}. \tag{15}$$

При этом $q(\Omega) = 1$ при $-\dfrac{\Delta\omega}{2} + \Omega < \omega - \omega_0 < \dfrac{\Delta\omega}{2}$, и $q(\Omega) = 0$ для других случаев (рис. 2).

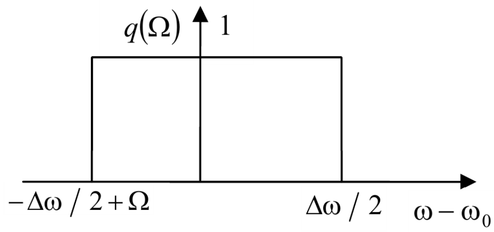


Рис. 2

Определим отклик (1) согласованного фильтра на сигнал $z_\Omega(t)$, полагая, что он согласован с сигналом (9):

$$s_{out}(t, \Omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_\Omega(j\omega) K(j\omega)\ e^{j\omega t} d\omega =$$
$$= A\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_\Omega(j\omega) S^*(j\omega) e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega =$$
$$= A\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} q(\Omega)\ |S(j\omega)|^2 e^{j\left[\frac{2(\omega-\omega_0)\Omega - \Omega^2}{2\beta} - \omega t_0 + \omega t\right]} d\omega =$$
$$= Aq(\Omega)\ e^{-j\left(\omega_0\frac{\Omega}{\beta} + \frac{\Omega^2}{2\beta}\right)} \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 e^{j\omega\left(t - t_0 + \frac{\Omega}{\beta}\right)} d\omega =$$
$$= Aq(\Omega)\ e^{-j\left(\omega_0\frac{\Omega}{\beta} + \frac{\Omega^2}{2\beta}\right)} B_s\left(t - t_0 + \frac{\Omega}{\beta}\right). \tag{16}$$

Из (16) следует, что максимальное по модулю значение выходного сигнала фильтра при фиксированном значении $\Omega$ определяется как

$$\left|s_{out}(t,\Omega)\right|_{\max} = Aq(\Omega)B_s(0), \qquad (17)$$

т. е. достигается при выполнении условия

$$t - t_0 + \frac{\Omega}{\beta} = 0 \qquad (18)$$

и зависит от значения коэффициента $q(\Omega)$. Из (18) получаем, что

$$t = t_0 - \frac{\Omega}{\beta}. \qquad (19)$$

Если входной сигнал согласованного фильтра представляет собой сигнал, отраженный от некоторого объекта с $\Omega = 0$, то [2]

$$t_0 = t_r + T,$$

где $t_r$ – временная задержка, вызванная распространением сигнала до объекта и обратно, тогда выражение (19) принимает вид

$$t = t_r + T - \frac{\Omega}{\beta}. \qquad (20)$$

Вычислим теперь значение коэффициента $q(\Omega)$. Из уравнений (16) и (17) при условии (19) имеем

$$\left|s_{out}(t,\Omega)\right|_{\max} = Aq(\Omega)B_s(0) =$$

$$= A\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} q(\Omega)\ \left|S(j\omega)\right|^2 d\omega =$$

$$= A\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_0(\omega-\Omega)}{S_0(\omega)} S_0^2(\omega)\ d\omega =$$

$$= A\frac{1}{2\pi}\int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}+\Omega}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}} S_0(\omega-\Omega)S_0(\omega)\ d\omega. \qquad (21)$$

Последний интеграл (21) представляет собой площадь прямоугольника, показанного на рис. 3:

$$\int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}+\Omega}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}} S_0(\omega-\Omega)S_0(\omega)\ d\omega =$$

$$= S_0^2\Delta\omega\ \left(1-\frac{\Omega}{\Delta\omega}\right). \qquad (22)$$

Подставив выражение (22) в (21), получим

$$Aq(\Omega)B_s(0) = AB_s(0)\left(1-\frac{\Omega}{\Delta\omega}\right), \qquad (23)$$

так как для спектра (8)

$$B_s(0) = \frac{1}{2\pi}S_0^2\Delta\omega. \qquad (24)$$

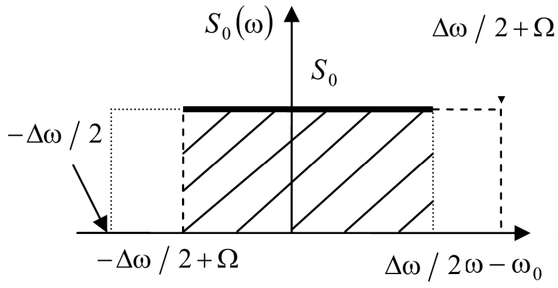


Рис. 3

Из (23) получим, что

$$q(\Omega) = \left(1-\frac{\Omega}{\Delta\omega}\right). \qquad (25)$$

Таким образом,

$$\left|\ s_{out}(t,\ \Omega)\ \right|_{\max} = Aq(\Omega)B_s(0) =$$

$$= A\left(1-\frac{\Omega}{\Delta\omega}\right)B_s(0) = \left(1-\frac{\Omega}{\Delta\omega}\right)\left|\ s_{out}(t,\ 0)\ \right|_{\max}. \qquad (26)$$

Из (26) следует, что $q(\Omega)$ есть коэффициент уменьшения модуля максимального значения отклика фильтра, согласованного с сигналом (8), при поступлении на его вход сигнала, имеющего смещение несущей частоты на величину $\Omega$.

Рассмотрим теперь задачу о радиолокационном измерении дальности и скорости цели при использовании ЛЧМ-сигналов (6) и (7) и согласованных с ними фильтров. Пусть выполняются два последовательных зондирования с возрастающей $\Delta\omega > 0$ ($\beta > 0$) и убывающей $\Delta\omega < 0$ ($\beta < 0$) частотой ЛЧМ-сигнала. Соответственно измеряется время отклика фильтра для первого ($t^+$) и второго ($t^-$) случая.

Используя (20), получим

$$t^+ = t_r + T - \frac{\Omega}{\beta^+}, \qquad (27)$$

$$t^- = t_r + T - \frac{\Omega}{\beta^-}, \qquad (28)$$

где

$$\beta^+ = \frac{\Delta\omega}{T},\quad \beta^- = -\frac{\Delta\omega}{T},\quad \Delta\omega > 0.$$

Обозначив

$$\left|\beta^+\right| = \left|\beta^-\right| = \beta,$$

получим

$$t^+ = t_r + T - \frac{\Omega}{\beta}, \qquad (29)$$

$$t^- = t_r + T + \frac{\Omega}{\beta}. \qquad (30)$$

Отсюда находим, что

$$t_r = \frac{t^+ + t^-}{2} - T \qquad (31)$$

и

$$\Omega = \frac{\beta}{2}\left( t^- - t^+ \right) = \frac{t^- - t^+}{2T}\Delta\omega,$$

или

$$f_\Omega = \frac{t^- - t^+}{2T}\Delta f, \qquad (32)$$

где

$$f_\Omega = \frac{\Omega}{2\pi}$$

и

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi}.$$

Пользуясь полученными значениями $t_t$ и $f_\Omega$, определим наклонную дальность до цели:

$$r = \frac{ct_r}{2} \qquad (33)$$

и радиальную скорость цели:

$$V_r = \frac{cf_\Omega}{2f_0}, \qquad (34)$$

где $c$ – скорость света.

В реальных радиолокационных системах значения параметров $t^+$ и $t^-$, по которым вычисляются дальность до цели (33) и ее радиальная скорость (34), определяются по результатам обработки дискретизированного по времени сигнала. В результате эти значения измеряются с некоторой ошибкой, зависящей от величины интервала дискретизации сигнала $\Delta t$.

Будем считать, что значение $t^+$ ($t^-$) измерено точно, если оно совпадает с некоторым моментом $t_i$ взятия отсчета сигнала. В противном случае это значение будет измерено с ошибкой $\xi$, которую будем считать равномерно распределенной на интервале $\left( t_i - \Delta t, t_i + \Delta t \right)$. Таким образом

$$t^+ = t_i + \xi.$$

Выражение для плотности распределения величины $\xi$ примем равномерным:

$$p(\xi) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\Delta t} & \text{при } \xi \subset \left( t_i - \Delta t, t_i + \Delta t \right), \\ 0 & \text{для других } \xi. \end{cases} \qquad (35)$$

Математическое ожидание и дисперсия для закона (35) определяются как

$$m_\xi = 0 \qquad (36)$$

и

$$\sigma_\xi^2 = D_\xi = \frac{\Delta t^2}{3}. \qquad (37)$$

Воспользовавшись (33) и (34), вычислим средние квадратичные отклонения измерений радиальной скорости и дальности:

$$\sigma_{V_r} = \sqrt{D\left[\frac{cf_\Omega}{2f_0}\right]} = \frac{1}{\sqrt{6}T}\frac{\Delta f}{f_0}\frac{c\Delta t}{2}, \qquad (38)$$

$$\sigma_r = \sqrt{D\left[\frac{ct_r}{2}\right]} = \frac{1}{\sqrt{6}}\frac{c\Delta t}{2}. \qquad (39)$$

**Заключение.** В работе рассмотрен метод определения радиальной скорости и дальности до движущегося объекта, основанный на результатах измерений сигнала на выходе согласованного фильтра для двух импульсов зондирующего сигнала. Показано, что применение двух импульсов с возрастающей и убывающей частотой ЛЧМ-сигнала позволяет однозначно определить радиальную скорость и дальность до цели. При этом используются результаты измерений сигнала на выходе одного фильтра, настроенного на частоту зондирующего сигнала.

## Литература

1. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский, М. П. Демин. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.

2. Охрименко, А. Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба / А. Е. Охрименко. – М.: Изд-во МО СССР, 1983. – 456 с.

3. Лезин, Ю. С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем / Ю. С. Лезин. – М.: Радио и связь, 1986. – 279 с.

*Поступила в редакцию 31.03.2010*