

УДК 678.023.3:519.711.2

Ю. А. Байда, ассистент (БГТУ); И. Ф. Кузьмицкий, доцент (БГТУ)

## НАБЛЮДАТЕЛЬ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЗИНОСМЕСИТЕЛЯ В ПРОЦЕССЕ СМЕШИВАНИЯ

В статье представлен способ построения наблюдателя параметров математической модели резиносмесителя, которая описывает поведение момента сопротивления в виде линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами. Для их нахождения используются измеренные значения электромагнитного момента. Предложен численный метод для расчета коэффициентов в процессе смешивания, что позволяет учитывать нестационарность процесса. Выявлены интервалы времени, где невозможно применение рассмотренной модели. В статье также предлагается использовать наблюдатель структуры, который, анализируя величину и знак расчитываемых коэффициентов, будет определять свойства смеси в текущий момент времени. На протяжении смесительного цикла были выявлены некоторые интервалы времени, на которых применение модели не представляется возможным.

This paper presents a method for constructing observer rubber mixer parameters of a mathematical model that describes the behavior of the moment of resistance in the form of a linear differential equation with variable coefficients. To find them using the measured values of electromagnetic torque. Proposed numerical method for calculating the coefficients. This allows to take into account non-stationary process rubber mixer. The paper also proposed to use the observer of the structure of model, which is analyzing the magnitude and sign of calculated coefficients will determine the stage at which there is a process at the current moment. The analysis of the adequacy of the model: identify the time intervals, where it can not be applied.

**Введение.** Одним из эффективных способов оперативного управления процессом резиносмешения является регулирование скорости вращения роторов резиносмесителя. Для синтеза системы управления скорость вращения роторов необходима динамическая модель процесса [1, 2].

В тезисах [2] была предложена динамическая модель резиносмесителя. Для описания изменения момента сопротивления в данной модели использовалось линейное дифференциальное уравнение с переменными во времени коэффициентами:

$$\frac{dM_C(t)}{dt} = a_1(t)\omega(t) + a_2(t)M_C(t) + a_3(t)T(t), \quad (1)$$

где  $M_C(t)$  – момент сопротивления;  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$ ,  $a_3(t)$  – экспериментальные коэффициенты, в общем случае изменяющиеся во времени;  $\omega(t)$  – угловая скорость вращения роторов;  $T(t)$  – температура смеси.

Для нахождения изменения коэффициентов в процессе смешивания было предложено воспользоваться информацией об измеренном значении электромагнитного момента двигателя за цикл смешивания.

В настоящей статье предлагается алгоритм расчета коэффициентов в процессе смешивания. Такой алгоритм можно назвать наблюдателем параметров модели процесса. Он позволяет использовать информацию о модели для синтеза управления процессом, причем постоянный пересчет переменных коэффициентов

учитывает нестационарность процесса. Тогда оптимальная система управления, синтезированная на основании рассматриваемой модели, будет адаптивной.

**Основная часть.** Для расчета коэффициентов модели в процессе смешивания необходимо обеспечить измерение электромагнитного момента двигателя. Оценку момента можно получить путем измерения активной составляющей тока статора двигателя. Отдельную сложность могут представлять небольшие пульсации момента, вызванные неоднородностью сопротивления движению роторов за один оборот. Для устранения влияния пульсаций предлагается измерять момент максимально часто и использовать некоторое множество измеренных значений момента для цифровой фильтрации (сглаживания). Сглаженные значения будут использоваться для пересчета коэффициентов модели. Алгоритм цифровой фильтрации не является целью для данной статьи. Далее под измеренными значениями электромагнитного момента будем понимать значения после фильтрации.

Рассмотрим измеренные значения электромагнитного момента через фиксированные равные промежутки времени (такты). Известно, что момент сопротивления (статический момент) и электромагнитный момент связаны соотношением

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}(M_E(t) - M_C(t)), \quad (2)$$

где  $J$  – момент инерции двигателя;  $M_E(t)$  – электромагнитный момент.

Из данного уравнения можно выразить момент сопротивления. Рассмотрим уравнение (2) на некотором  $i$ -м такте. Заменив в данном выражении производную разностным уравнением, выразим момент сопротивления:

$$M_C^i = M_E^i - \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{h}, \quad (3)$$

где  $M_C^i$ ,  $M_E^i$  – значения момента сопротивления и электромагнитного момента на  $i$ -м такте соответственно;  $\omega_i$ ,  $\omega_{i-1}$  – измеренные значения скорости на  $i$ -м и  $(i-1)$ -м такте соответственно;  $h$  – длительность такта.

Далее в качестве измеренных значений момента будем рассматривать значения момента сопротивления, найденные по формуле (3).

Рассмотрим аналитическое решение уравнения (1) на небольшом интервале, тогда можно допустить, что  $a_1 = \text{const}$ . Введем замену:

$$\gamma = a_1(t)\omega(t) + a_3(t)T(t). \quad (4)$$

Примем  $\gamma = \text{const}$  для исследуемой области решения. Это обосновано большей инерционностью таких параметров, как скорость и температура, по сравнению с моментом. В результате допущений и замен получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Общее решение такого уравнения состоит из общего решения однородного дифференциального уравнения и частного решения неоднородного. Характеристическое уравнение имеет вид

$$\lambda = a_2(t). \quad (5)$$

Откуда общее решения соответствующего однородного дифференциального уравнения:

$$\overline{M_C(t)} = C_1 \exp(a_2 t). \quad (6)$$

Частное решение неоднородного:

$$M_C(t)^* = B. \quad (7)$$

Для нахождения константы подставим (7) в (1) и с учетом (4) получим:

$$B = -\frac{\gamma}{a_2}. \quad (8)$$

Общее решение уравнения есть сумма выражений (6) и (7) с учетом (8). Для нахождения неизвестной  $C_1$  воспользуемся начальным условием. В качестве начального момента времени выберем  $n$ -й такт (обозначим измеренное значение момента  $M_n$ ) и начнем отсчет времени с нуля, тогда:

$$M_C(0) = M_n. \quad (9)$$

Откуда найдем постоянную интегрирования. Частное решение уравнения (1) с учетом всех допущений и найденных констант имеет следующий вид:

$$M_C(t) = \left( M_n + \frac{\gamma}{a_2} \right) \exp(a_2 t) - \frac{\gamma}{a_2}. \quad (10)$$

В данном выражении присутствуют два неизвестных параметра. Перейдем к задаче нелинейной аппроксимации нескольких значений момента в точках  $n$ ,  $(n-1)$ ,  $(n-2)$  и т. д. выражением (10). Если для поиска коэффициентов воспользоваться методом наименьших квадратов, то в результате получим систему нелинейных алгебраических уравнений, которые не имеют аналитического решения. Для нахождения коэффициентов в таком случае предлагается выбирать коэффициент под экспонентой произвольно, находить оставшиеся коэффициенты как для случая линейной аппроксимации, вычислять значение суммы квадратов отклонений. Повторив операцию несколько раз, можно приблизиться к случаю с минимальной суммой квадратов отклонений [3]. Предложенный метод не подходит для применения, так как подразумевает большой объем вычислений, а также требует большого числа точек как метод аппроксимации.

Рассмотрим задачу нахождения неизвестных параметров в выражении (10) как задачу интерполяции. Возьмем значение момента в трех точках:  $n$ ,  $(n-1)$ ,  $(n-2)$ . Тогда задача сводится к нахождению таких значений  $\gamma$  и  $a_2$ , которые обеспечивают равенство функции (10) значениям  $M_n$ ,  $M_{n-1}$ ,  $M_{n-2}$  в моменты времени  $0$ ,  $-h$  и  $-2h$  соответственно. Принадлежность графику момента точки  $M_n$  была обеспечена ранее заданием начального условия (9). Условия прохождения функции через оставшиеся две точки выражаются двумя алгебраическими уравнениями

$$M_C(-h) = M_{n-1} = \\ = \left( M_n + \frac{\gamma}{a_2} \right) \exp(-a_2 h) - \frac{\gamma}{a_2}, \quad (11)$$

$$M_C(-2h) = M_{n-2} = \\ = \left( M_n + \frac{\gamma}{a_2} \right) \exp(-a_2 2h) - \frac{\gamma}{a_2}. \quad (12)$$

Данные уравнения являются нелинейными и не имеют явного аналитического решения. Для нахождения их приближенного решения разложим экспоненту в ряд Тейлора в окрестности  $n$ -го такта (т. е. при принятом значении  $t = 0$ ) и ограничимся элементами до второго порядка включительно:

$$\exp(a_2 t) \approx 1 + a_2 t + \frac{a_2^2 t^2}{2}. \quad (13)$$

Разложение экспоненты в ряд будем считать допустимым, так как решение рассматривается на небольшом интервале. После замены экспоненты в уравнениях (11) и (12) выражением (13) получим систему из двух алгебраических уравнений

$$M_{n-1} = \left( M_n + \frac{\gamma}{a_2} \right) \left( 1 - a_2 h + \frac{a_2^2 h^2}{2} \right) - \frac{\gamma}{a_2}, \quad (14)$$

$$M_{n-2} = \left( M_n + \frac{\gamma}{a_2} \right) (1 - a_2 2h + 2a_2^2 h^2) - \frac{\gamma}{a_2}. \quad (15)$$

Данная система может быть решена аналитически. После несложных преобразований имеем:

$$a_2 = \frac{2M_n - 4M_{n-1} + 2M_{n-2}}{h(3M_n - 4M_{n-1} + M_{n-2})}, \quad (16)$$

$$\gamma = \frac{5M_n^2 + 16M_{n-1}^2 + M_{n-2}^2}{2h(3M_n - 4M_{n-1} + M_{n-2})} - \frac{16M_n M_{n-1} - 8M_{n-1} M_{n-2} + 2M_n M_{n-2}}{2h(3M_n - 4M_{n-1} + M_{n-2})}. \quad (17)$$

После нахождения  $a_2$  и  $\gamma$  можно определить  $a_1$  и  $a_3$ . Для чего воспользуемся измеренными значениями температуры и скорости, которые разделены большим числом тактов в связи с принятым допущением о постоянстве  $\gamma$  на протяжении рассматриваемых трех тактов. Воспользуемся значением  $\gamma$ , рассчитанным для такта  $(n-3)$ . Составим систему:

$$\gamma_n = a_1 \omega_n + a_3 T_n, \quad (18)$$

$$\gamma_{n-3} = a_1 \omega_{n-3} + a_3 T_{n-3}. \quad (19)$$

Данную систему можно записать в матричной форме, тогда вектор коэффициентов будет равен:

$$A^* = \Lambda^{-1} \gamma, \quad (20)$$

где  $A^* = [a_1 \ a_3]^T$ ;  $\Lambda$  – матрица, составленная из коэффициентов при  $a_i$  в уравнениях (18), (19);  $\gamma = [\gamma_n \ \gamma_{n-3}]^T$ .

Анализируя выражения (16)–(20), можно прийти к выводу, что рассчитываемые коэффициенты не всегда существуют, также возможно получение недопустимо больших значений коэффициентов. Неадекватные данные могут быть получены при колебательном изменении момента на каждом новом такте, а также при установлении момента сопротивления, близкого к постоянному. В таком случае будем говорить о невозможности применения модели (1) на соответствующих интервалах. Область ис-

пользования модели сужается до тех областей, где момент ведет себя как гладкая функция, без быстрого изменения направления, и не остается постоянным во времени.

Анализируя вышесказанное, можно записать ограничение на производную измеренного момента. С одной стороны, она должна быть ограничена сверху и снизу, с другой стороны, не должна быстро изменяться:

$$M_C'_{\min} \leq \left| \frac{dM_C(t)}{dt} \right| \leq M_C'_{\max}, \quad (21)$$

$$\left| \frac{d^2 M_C(t)}{dt^2} \right| \leq M_C''_{\max}. \quad (22)$$

Ограничив область применения рассматриваемой модели, заметим, что при больших значениях производной момента нет возможности для прогнозирования и управления, таким образом, нет надобности в обеспечении адекватности модели в данных областях. Для случая с неизменяющимся (мало изменяющимся) моментом можно сделать вывод об однородности смеси. При таких условиях по значениям самого момента, а также в зависимости от стадии, на которой находится процесс, должно быть принято некоторое оперативное управление (прекращение смещивания, либо переход на следующую стадию).

Для моделирования процесса смещивания рассмотрим измеренные значения момента за цикл смещивания после сглаживания (рис. 1). Используя значения момента на данном графике, сымитируем процесс непрерывного пересчета коэффициентов модели (1). Для чего организуем цикл, на каждом такте которого будем брать три измеренных значения момента (одно значение новое и два – с предыдущих тактов). Длительность одного такта примем равным 1 с.

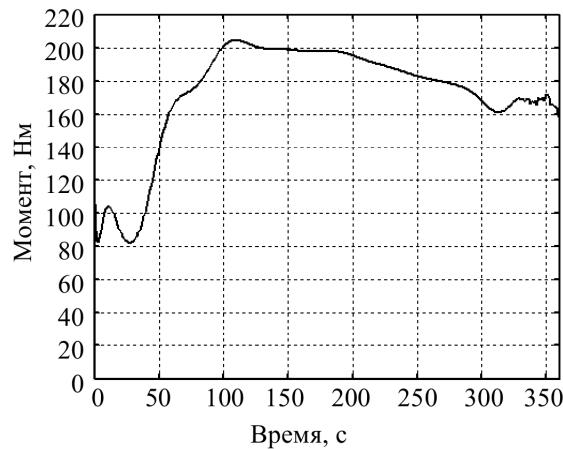


Рис. 1. График изменения момента за цикл смещивания

В результате моделирования получим рассчитанные значения параметров  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , которые представлены на рис. 2.

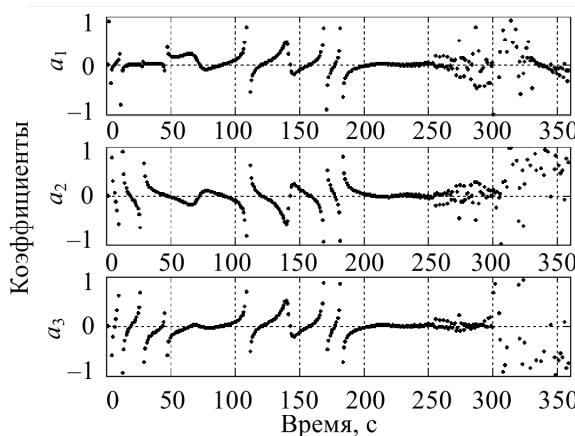


Рис. 2. Изменение рассчитанных коэффициентов  $a_i$  за цикл смещивания

Анализируя полученные данные, можно предварительно выделить интервалы времени, на которых применение модели (1) недопустимо. Очевидно, что в моменты времени 26, 110, 170 и 180 с производная (скорость изменения) коэффициентов меняет знак, а в окрестности этих моментов времени коэффициенты принимают большие значения. Интервал времени после 250 с характеризуется хаотичным изменением коэффициентов, что обусловлено незначительными изменениями момента, а также его колебательным характером после 320 с. На рассмотренных интервалах считаем модель (1) недостаточной, а рассчитанные коэффициенты – неприемлемыми для дальнейшего применения.

Важным этапом моделирования процесса резиносмещения является выявление периодов смещивания, которые качественно отличаются между собой. С точки зрения технологии такие периоды можно связать со стадиями смещивания. Ожидается, что анализируя изменение коэффициентов  $a_i$  в пределах одной стадии в процессе смещивания, можно сделать вывод о структурных преобразованиях и свойствах смеси. На основании этого предлагается составить

алгоритм, который будет определять качественные характеристики смеси по рассчитанным  $a_i$ . Такой алгоритм можно назвать наблюдателем структуры. Для синтеза этого наблюдателя необходим анализ информации, полученной при производстве большого количества различных замесов.

**Заключение.** Полученный наблюдатель параметров модели процесса резиносмещения представляет собой алгоритм нахождения коэффициентов модели (1) по формулам (16), (17) и (20); для этого, используя измеренные значения электромагнитного момента, наблюдатель находит по формуле (3) значения момента сопротивления на каждом такте. На протяжении смесительного цикла были выявлены некоторые интервалы времени, на которых применение модели не представляется возможным. В оставшиеся промежутки времени наблюдатель структуры адаптирует модель к нестационарности процесса. Следовательно, данная модель в совокупности с наблюдателем может применяться для синтеза адаптивной системы управления.

Отдельный интерес представляет предложенный наблюдатель структуры, который позволит по рассчитанным значениям коэффициентов  $a_i$  судить о качестве смеси в процессе смещивания.

#### Литература

1. Байда, Ю. А. Анализ резиносмесителя как объекта управления / Ю. А. Байда // Труды БГТУ. Сер. VI, Физ.-мат. науки и информатика. – 2008. – Вып. XVI. – С. 95–98.
2. Байда, Ю. А. Разработка динамической модели электропривода резиносмесителя / Ю. А. Байда // Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 28–29 окт. 2009 г. / Белорус. гос. технол. ун-т. – Минск, 2009. – С. 239–241.
3. Хемминг, Р. В. Численные методы (для научных работников и инженеров) / Р. В. Хемминг. – М.: Наука, 1972. – 400 с.

Поступила в редакцию 31.03.2010