УДК 517.935.2+519.71

И. К. Асмыкович, доц., канд. физ.-мат. наук
(БГТУ, г. Минск)

ОБ ОТНОСИТЕЛЬНОМ ПОРЯДКЕ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ

При построении наблюдателей, особенно для линейных динамических систем с различными неопределенностями [1] важную роль имеют системы нулевой динамики, т.е. многообразие, задаваемое уравнением $y(t) = Cx(t) = 0$. Для одновходных и одновыходных обыкновенных линейных систем это многообразие удается полностью описать [1], для многовыходных систем ситуация гораздо сложнее. Укажем некоторые результаты.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y &= Cx \end{aligned} \qquad (1)$$

Рассмотрим стандартную линейную систему (1), которую будем полагать полностью управляемой и наблюдаемой

Под ее нулевой динамикой [1, 2] полагают движение, принадлежащее многообразию $y(t) = Cx(t) = 0$. При описании нулевой динамики выделяют три задачи [1], т.е. определения уравнений нулевой динамики, спектра и размерности. Для систем с одним входом и одним выходом, которые называют скалярными системами, получены ответы на все три вопроса.

Определение 1[1]. Относительным порядком скалярной системы (1) называют натуральное число r для которого выполнены соотношения $CB = 0, CAB = 0, \ldots, CA^{r-2}B = 0, \quad CA^{r-1}B \neq 0$

Для такой системы размерность нулевой динамики равна разности между размерностью системы и ее относительным порядком, характеристическим полиномом нулевой динамики является числитель переходной функции системы и спектром множество его корней. Задачу о нахождении уравнений нулевой динамики решают при помощи приведения системы к специальной форме [1,2].

Для многовходных, многовыходных систем при равенстве числа входов числу выходов характеристический полином нулевой динамики совпадает с определителем матрицы Розенброка.

$$R(s) = \begin{bmatrix} sI - A & -B \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

При этом понятие относительного порядка существенно усложняется [3]

Определение 2. *Вектор* $r = (r1, \dots, rl)T \in \mathrm{N}l$ *называется вектором относительного порядка (ОП) системы* (1)*, если выполнены следующие условия:*

1. $C\ B = 0, CAB = 0, \ldots, CA^{r-2}B = 0, \quad CA^{r-1}B \neq 0$,

2.Строки

$$C_i B = 0, C_i AB = 0, \ldots, C_i A^{r_i - 2}B = 0, \quad C_i A^{r_i - 1}B \neq 0 \ \ C_1 A^{r-1_1}B., i = 1,2,\ldots l$$

линейно независимы. Здесь Ci - строки матрицы C, i = 1,… *l.*

Оказывается условия 1 и 2 в определении 2 могут быть противоречивыми и тогда необходимы обобщения понятия относительного порядка.

Сложнее ситуация для дескрипторных систем [2]

$$S\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\ y = Cx$$
$$Sx(0) = Sx_0, \quad \det S = 0,$$

Здесь также для скалярной системы все хорошо получается путем приведение регулярного пучка $\lambda S - A$ к канонической форме Вейерштрасса и использования первой эквивалентной формой (EF1) [2].

Для многовходных и многовыходных квадратных систем требуется использовать обобщение относительного порядка и результаты по расщепимости дескрипторных систем. При этом противоречия в определении относительного порядка по Исидори [2] значительно усложняют изучение нулевой динамики, а соответственно и наблюдаемость дескрипторных систем при наличии возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин А.В., Коровин С.К., Фомичев В.В. Методы робастного обращения динамических систем. М.: Физматлит, 2009.

2. Asmykovich Ivan K. On Finding Zero Dynamics for Descriptor Systems // 2016 13TH International scientific technical conference on actual problems of electronic instrument engineering (APEIE) – Proceedings APEIE – 2016 In 12 Vol. V. 1 Part 3 Novosibirsk 2016 3-6 октября 2016 г. P.116 – 119.

3. Краев А. В., Фомичев В. В., Роговский А. И. К обобщению относительного порядка // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50. № 8. С. 1128-1132.