

УДК 531/532

Н.И. Штефан, канд. техн. наук, доц.
 (НТУУ "КПИ имени Игоря Сикорского", г. Киев, Украина)
 e-mail: nishtefan@gmail.com

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА, НАХОДЯЩИХСЯ В ЖИДКОСТИ

Работа содержит описание разработанных методик и алгоритмов численного расчета колебаний пузырька газа, помещенного в жидкость. Дана оценка межцентровому расстоянию между двумя пузырьками, при котором их взаимовлияние отсутствует. Обоснована целесообразность использования модели одиночного пузырька.

Как показали численные эксперименты по моделированию пузырьковой жидкости, основное время расчёта требует решение уравнения Рэлея вида

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_{жс}}(p_c - p(t)), p_c = p_o \left(\frac{R_o}{R}\right)^{3\gamma}. \quad (1)$$

В работе рассматриваются следующие методики и алгоритмы решения уравнения Рэлея.

1. Аналитико-численная методика, основанная на дискретизации процесса нагружения пузырька по параметру нагружения p . Предполагается, что давление p , оставаясь постоянным в пределах шага, скачкообразно меняется при переходе от шага к шагу. Это позволяет использовать аналитическое решение уравнения (1), полученное для $p = const$:

$$\dot{R} = \pm \sqrt{R^{-3} \left[\frac{2}{\rho} \left(p_o R_o^{3\gamma} \frac{R^{3(1-\gamma)}}{3(1-\gamma)} - \frac{pR^3}{3} + C \right) \right]} \quad (2)$$

В качестве начальных условий каждый раз при интегрировании использовались известные параметры по предыдущему шагу.

2. Численное интегрирование уравнения (2) с использованием математической среды программирования MATLAB.

3. Численная процедура расчета, основанная на использовании линеаризованного уравнения Рэлея, соответствующего случаю малых колебаний пузырька объема V :

$$\ddot{V} + \omega_o^2 V = \varepsilon \rho_o \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (3)$$

Отметим что для интегрирования (3) применяли конечно-разностное представление производных по времени. Программная алгоритмическая реализация подсчетов метода конечных разностей была проделана с помощью математической среды программирования MATLAB. В результате проведенной серии численных экспериментов

получена исчерпывающая информация о работоспособности и функциональных возможностях предложенных методик.

Следует отметить, что модель пузырьковой жидкости, которая используется в исследованиях автора, основана на предположении об отсутствии взаимодействия газовых пузырьков, находящихся в жидкости. Было также оценено минимальное расстояние между центрами пузырьков, при котором данное предположение справедливо.

Динамические уравнения движения двух таких пузырьков радиусов R_1 и R_2 , находящихся на расстоянии l :

$$\begin{aligned} R_1 \ddot{R}_1 + \frac{3\dot{R}_1^2}{2} + \frac{R_2(R_2 \ddot{R}_2 + 2\dot{R}_2^2)}{l} &= \frac{(p_1(R_1) - p_o)}{\rho}, \\ R_2 \ddot{R}_2 + \frac{3\dot{R}_2^2}{2} + \frac{R_1(R_1 \ddot{R}_1 + 2\dot{R}_1^2)}{l} &= \frac{(p_2(R_2) - p_o)}{\rho}. \end{aligned} \quad (4)$$

Интегрирование (4) проводилось с использованием специального программного обеспечения MQLabs.

Особый интерес представляет картина их взаимодействия при вариировании не только величинами $R_1, R_2, \dot{R}_1, \dot{R}_2$, но и межцентрового расстояния l .

Из анализа результатов численных экспериментов следует, что при межцентровом расстоянии, меньшем (4...5) R (тут R - радиус большего пузырька), пузырьки газа начинают влиять друг на друга. С уменьшением расстояния указанное влияние усиливается, наблюдаются снижение частот и возрастание амплитуды деформирования стенок каждого пузырька. При l , большем (4...5) R , пузырьки начинают вести себя как одиночные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем / Галиев Ш.У. – Киев: Наукова думка, 1981. – 275 с.
2. Руденко О.В. Теоретические основы нелинейной акустики / Руденко О.В., Солуян С.И. – М.: Наука, 1995. – 287 с.
3. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек / Вольмир А.С. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
4. К.А. Авдеев. Численное моделирование воздействия ударной волны на пузырьковую среду / К.А. Авдеев, В.С. Аксенов, А.А. Борисов, Р.Р. Тухватуллина, С.М. Фролов, Ф.С. Фролов // Горение и взрыв. – 2015, т. 8, №2. – с. 45-56.
5. Р.И. Нигматулин. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны / Р.И. Нигматулин, В.Ш. Шагалов, И.К. Гимайдинов // Доклады РАН. – 2014, т. 378, №6 – с. 763-767