от влажности. Подобное наблюдается в диапазоне температур -100 – 40°С и влажностей 3–13%.

Обсуждение результатов. Согласно интегральному методу расчёта диэлектрической проницаемости смесей, прирост влажности должен вызывать увеличение диэлектрической проницаемости. Можно предположить, что добавляемые порции воды (льда) практически не участвуют в поляризации образца.

Ранее в [1] были получены результаты по высокой проводимости плёнок воды, прилегающих к гранулам глины. Подобное же отмечалось и в работе [2]. Наблюдаемый нами факт свидетельствуют о том, что добавление содержания льда выше 3% не меняет значений ε' и ε''. Это означает, что добавленный лёд не поляризуется. Высокая проводимость двойного электрического слоя шунтирует основную массу льда, создавая её малую поляризацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Квливидзе В. И., Краснушкин А. В., Злочевская Р. И. Свойства поверхностных плёнок и слоёв воды //Поверхностные плёнки в дисперсных структурах / Под ред. Е.Д.Ивукина. – М: Изд-во МГУ, 1988. – с 48-67

2. Фридрихзберг Д. А., Герасимова Н.Г., Громова Л.П. Исследование поверхностной проводимости в области изоэлектрического состояния // Коллоидный журнал, 1960, т. 22, №4. – с 489-496.

УДК 531/532

Н.И. Штефан, канд. техн. наук, доц.
(НТУУ "КПИ имени Игоря Сикорского",
г.Киев, Украина, e-mail nishtefan@gmail.com)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Данная работа посвящена исследованию динамики гидроупругих систем с учетом различных модельных представлений о поведении жидкости.

Математическая постановка задачи заключается в использовании уравнений:

1) движения конструкции;

2) движения жидкости;

3) контактного взаимодействия конструкции с жидкостью (граничные условия).

Для описания движения рассматриваемых в работе конструкций в виде цилиндрического бака с упругим днищем (круглой пластины) использовались линейные уравнения моментной теории оболочек, записанные в перемещениях. Контактные условия на поверхности «жидкость - конструкция» соответствуют условиям непротекания и равенства давления идеальной жидкости нагрузке, направленной по нормали к конструкции.

Поведение жидкой среды в работе рассмотрено в рамках двух моделей: идеально упругой и пузырьковой [1]. Показано, что использованные модели жидкости не являются независимыми, а при некоторых условиях даже переходят одна в другую.

Также при математическом описании модели идеально упругой жидкости приняты допущения о неразрушаемости жидкой среды и отсутствия в ней поврежденностей в виде пузырьков газа. При этом уравнение движения в форме Лэмба-Громеки и уравнение неразрывности жидкости имеют вид [1]:

$$\frac{\partial V_*}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla\left(V_*^2\right) + rotV_* \text{ x } V_* = -\frac{1}{\rho_*}\nabla P_* \ ,$$
$$divV_* = -\frac{1}{\rho_*}\left(\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + V_*\nabla\rho_*\right) \ , \qquad (1)$$

тут ∇ - оператор Гамильтона, V_*, P_*, ρ_* - вектор скорости жидкости, давление и плотность, соответственно.

Математическая модель пузырьковой жидкости существенно отличается от идеальной тем, что она дополнительно содержит уравнение колебаний пузырька газа в виде уравнения Рэлея-Ламба [2]

$$R\ddot{R} + \frac{2}{3}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_p}\left(P_г - P(t)\right),$$

$$P_г = p_0\left(R_0/R\right)^{3\gamma} \ , \qquad (2)$$

а в уравнении движения жидкой среды присутствуют дополнительные члены, учитывающие наличие пузырьков газа радиуса R и концентрации (количество в 1 см^3) n.

Так как рассматриваемое движение жидкости считаем безвихревым, то введем потенциал скорости ψ_*, а именно:

$$V_* = \nabla \psi_* \quad .$$

Учитывая сказанное выше, описываем движение пузырьковой жидкости системой дифференциальных уравнений вида:

$$\nabla^2\psi = \lambda\rho_0\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\psi)^2\right] + n\frac{\partial V}{\partial t} +$$

$$+\nabla\psi\cdot\nabla\left\{\lambda\rho_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + (\nabla\psi)^2/2 + nV\right)\right\} \qquad (3)$$

$$aV^{-1/3}\ddot{V} - aV^{-4/3}\dot{V}^{2/6} = P_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma} + \rho_0\left[\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\psi)^2\right] \ ,$$

где V - объем пузырька газа.

Система (3) соответствует наиболее общему случаю движения пузырьковой жидкости. На основе принятых модельных представлений о поведении гидроупругих систем общая постановка задачи гидроупругости относительно расчета нестационарного взаимодействия цилиндрического бака с пузырьковой жидкостью заключается в решении следующих взаимосвязанных уравнений:

1) уравнений движения пластины, которая является днищем бака [3]:

$$D\left(\frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r}\frac{\partial^3}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)W = -\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t} - P_*, \qquad (4)$$

где W – прогиб пластины в направлении оси, P_* -гидродинамическое давление , ρ и h - плотность материала и толщина пластины.

2) уравнения движения пузырьковой жидкости :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + n\frac{4}{3}\pi\frac{\partial\left(R^3\right)}{\partial t} \qquad (5)$$

(уравнение (5) записано в цилиндрической системе координат *x, r, φ*);

3) уравнения колебаний пузырька газа:

$$R\ddot{R} + \frac{2}{3}\dot{R}^2 = \frac{\left(P_г - p(t)\right)}{\rho_p}, \quad P_г = P_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}$$, $P_г$ - давление газа в пузырьке;

4) граничные условия:

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad \text{(для бака)},$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial r} \qquad \text{(для оболочки)}.$$

Таким образом, рассмотрена математическая постановка инженерной задачи гидроупругости относительно исследования нестационарного поведения гидромеханических систем при воздействии импульсной нагрузки $P_0 = Ae^{\alpha a_0 t}$ на свободную поверхность жидкости.

Общая расчетная методика исследования гидроупругих процессов в данной работе заключается в решении задачи гидроупругости для указанных выше конструкций в двух вариантах, соответствующих принятым моделям жидкости. При этом уравнения движения конструкции и граничные условия остаются неизменными.

Дальнейшее исследование динамики нестационарного взаимодействия элементов конструкции с идеальной и пузырьковой жидкостью заключается в программной алгоритмической реализации подсчетов с привлечением метода конечных разностей с помощью математической среды программирования MATLAB и в анализе полученных численных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем / Галиев Ш.У. – Киев: Наукова думка, 1981. – 275 с.

2. Руденко О.В. Теоретические основы нелинейной акустики / Руденко О.В., Солуян С.И. – М.: Наука, 1995. – 287 с.

3. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек / Вольмир А.С. – М.: Наука, 1972. – 432 с.

4. Авдеев К.А. Численное моделирование воздействия ударной волны на пузырьковую среду / К.А. Авдеев, В.С. Аксенов, А.А. Борисов, Р.Р. Тухватуллина, С.М. Фролов, Ф.С. Фролов // Горение и взрыв.– 2015, т. 8, №2. – с. 45-56.

5. Нигматулин Р.И. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны / Р.И. Нигматулин, В.Ш. Шагалов, И.К. Гимайдинов // Доклады РАН. – 2014, т. 378, №6 – с. 763-767