

П.П. УРБАНОВИЧ, С.Л. ЛОЙКА

**НАДЕЖНОСТЬ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ МИКРОСХЕМ ПАМЯТИ,  
В КОТОРЫХ ИНФОРМАЦИЯ СОГЛАСОВЫВАЕТСЯ  
С СОСТОЯНИЕМ ОТКАЗАВШИХ ЗАПОМИНАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Важное направление создания СБИС запоминающих устройств (ЗУ) повышенной надежности – использование встроенных аппаратных средств, реализующих принципы избыточного кодирования информации. Размещение избыточных блоков и элементов памяти (ЭП) на кристалле должно производиться с учетом наиболее вероятных типов отказов в СБИС, нейтрализуемых адекватными помехоустойчивыми кодами и алгоритмами функционирования избыточной аппаратуры. Для этого необходимо разработать соответствующие модели надежности СБИС, которые позволили бы производить оценку надежности проектируемых отказоустойчивых микросхем (с избыточностью).

В [1] была рассмотрена модель прогнозирующего расчета надежности отказоустойчивых микросхем памяти, в которых формирование кодовых слов и их декодирование (в режиме считывания информации) производится классическим методом на основе кода Хемминга. К числу эффективных относится также метод, предусматривающий согласование бита информации и отказавшего ЭП.

Далее рассмотрим вопрос расчета надежности отказоустойчивой СБИС ЗУ, в которых записываемый в отказавший ЭП бит информации согласовывается с логическим состоянием данного ЭП. Сущность метода заключается в предварительном зондировании логического состояния ЭП, к которым производится обращение [2, 3].

Рассуждения будем строить на основе известных положений о том, что поток отказов (интенсивностью  $\lambda$ ) и поток обращений к ЗУ (интенсивностью  $\mu$ ) являются пуассоновскими и независимыми. Считаем, что основной накопитель (хранит информационные разряды кодовых слов) состоит из  $N_r$  строк по  $N_c$  разрядов в каждой; распределения отказов в строках являются статистически независимыми. В силу последнего интенсивность отказов ЭП отдельно взятой и составляющей отдельное информационное слово строки,  $\lambda_{1r}$ , в  $N_r$  раз меньше общей интенсивности отказов элементов накопителя:  $\lambda_{1r} = \lambda_1/N_r$ , соответственно меняется и интенсивность обращений к одной строке:

$$\mu_r = \mu/N_r.$$

Общая интенсивность отказов  $\lambda$  в ЗУ рассматривается как простая сумма всех возможных типов отказов в СБИС [4]:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_c + \lambda_r + \lambda_a$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_c$ ,  $\lambda_r$ ,  $\lambda_a$  – соответствующие значения интенсивностей отказов одиночных ЭП, отдельных столбцов, строк или всего кристалла.

С учетом всех изложенных положений и ограничений вероятность появления за время  $t$  в строке  $j$  отказов одиночных ЭП при  $i$  обращениях к ней вычисляется в следующем виде (ситуации с возникновением других типов отказов и их сочетаний рассмотрены ниже):

$$P_{ij}(t) = \exp [-(\lambda_{1r} + \mu_r)t] (\lambda_{1r}t)^i (\mu_r t)^j / j! i! \quad (1)$$

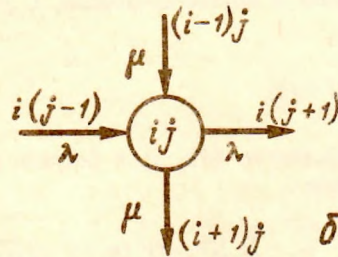
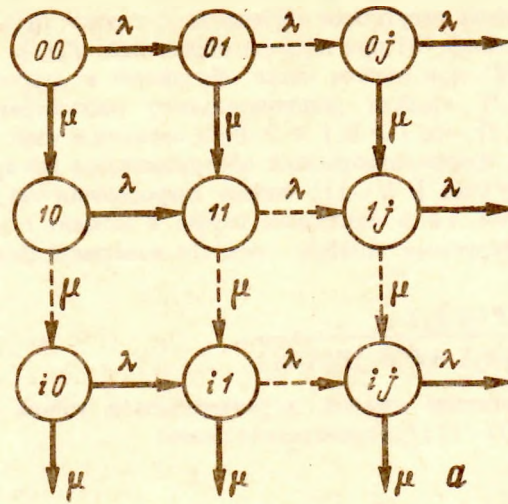


Рис. 1. Граф состояний ЭП строки (а) и схема переходов в области узла (ij) графа (б)

Граф состояний ЭП строки будет иметь форму, изображенную на рис. 1, а. Полагаем, что используется код, позволяющий корректировать одиночные ошибки (тривиальная, однако нашедшая наибольшее практическое применение ситуация). Поскольку ошибка обнаруживается при обращении к отказавшему ЭП (с целью упрощения интенсивности обращений к отдельной строке и к отдельному ЭП строки считаем одинаковыми), то строка будет функционировать нормально (в считываемой из строки информации ошибок не будет), если при очередном к ней обращении среди соответствующих ЭП будет не более одного отказавшего элемента или после отказа двух или более ЭП обращения не производятся. Тогда имеем вероятность безотказной работы строки за время  $t$ :

$$P_r(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t); \quad (2)$$

$$P_1(t) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{0j}(t) = \exp(-\mu_r t), \quad (3)$$

$$P_2(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P_{i0}(t) = \exp(-\lambda_{1r} t) [1 - \exp(-\mu_r t)], \quad (4)$$

$$P_3(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P_{i1}(t) = \lambda_{1r} t P_2(t). \quad (5)$$

Здесь  $P_1(t)$  – вероятность отсутствия обращений к строке,  $P_2(t)$  – вероятность отсутствия отказов одиночных ЭП при наличии обращений;  $P_3(t)$  – вероятность появления одного отказа ЭП при любом числе обращений к строке. Значение последнего слагаемого в (2) требует дополнительного рассмотрения. Возьмем узел графа  $(ij)$  (см. рис. 1, б), где  $i > 0, j \geq 2$ . Если переход в узел  $(ij)$  совершается из узла  $[(i-1)j]$ , то при чтении информации обнаруживается некорректируемая ошибка, при переходе же из узла  $[i(j-1)]$  чтения информации нет, хотя ошибка и является некорректируемой, т.е. в последнем случае в момент  $t$  на информационных выходах ЗУ некорректируемых ошибок нет. По известной формуле условной вероятности

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2)},$$

где событие  $A$  – состояние строки, характеризуется узлом  $(ij)$ ,  $B_1$  – узлом  $[i(j-1)]$ ,  $B_2$  – узлом  $[(i-1)j]$ , окончательно имеем

$$P(B_1/A) = j/(i+j),$$

при этом, приняв  $P(A/B_1) = \lambda_{1r} \cdot \Delta t$ ,  $P(A/B_2) = \mu_r \cdot \Delta t$  за условные вероятности переходов:  $\Delta t$  – бесконечно малый промежуток времени, в течение которого осуществляется переход ЭП строки в другое состояние. С учетом приведенного рассуждения

$$P_4(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=2}^{\infty} [P_{ij}(t) \cdot j/(i+j)], \quad (6)$$

где  $P_{ij}(t)$  вычисляется по формуле (1). Для расчета вероятности (6) слагаемые в правой части представим в виде

$$P_4(t) = \exp[-(\lambda_{1r} + \mu_r)t] \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=2}^{\infty} [(\lambda_{1r}t)^i (\mu_r t)^j \cdot j/(i+j) i! i!].$$

При фиксированном  $j$  суммируем

$$\Sigma_1 = \sum_{i=1}^{\infty} (\mu_r t)^i / (i+j) i!$$

вычислим посредством дифференцирования с последующим интегрированием [4]:

$$\Sigma_1 = [\exp(-\mu_r t) \sum_{m=0}^{j-1} a_{m,j} (\mu_r t)^m - C_j] / (\mu_r t)^j - 1/j,$$

где  $a_{m,j}$ ,  $C_j$  – некоторые постоянные коэффициенты. В частности, при  $j=2$

$$\sum_{m=0}^1 a_{m,2} (\mu_r t)^m = \mu_r t - 1; C_2 = -1;$$

при  $j=3$

$$\sum_{m=0}^2 a_{m,3} (\mu_r t)^m = (\mu_r t)^2 - 2\mu_r t + 2; C_3 = 2.$$

С учетом того, что

$$\sum_{j=2}^{\infty} (\lambda_{1r} t)^j / j! = \exp(\lambda_{1r} t) - (1 + \lambda_{1r} t),$$

окончательно будем иметь

$$P_4(t) = \exp[-(\lambda_{1r} + \mu_r)t] \sum_{j=2}^{\infty} (\lambda_{1r}/\mu_r)^j [\exp(\mu_r t) \sum_{m=0}^{j-1} a_{m,j} (\mu_r t)^m - C_j] / (j-1)! - \exp(-\mu_r t) + (1 + \lambda_{1r} t) \exp[-(\lambda_{1r} + \mu_r)t]. \quad (7)$$

Последнее выражение, как и (3)–(5), с полной очевидностью показывает, что численное значение вероятности  $P_r(t)$  в значительной степени зависит от отношения  $\lambda_{1r}/\mu_r$ , т.е.  $\lambda/\mu$ .

Вероятность  $P_H(t)$  безотказной работы всего накопителя при условии появления только отказов одиночных ЭП выразим в следующем виде:

$$P_H(t) = [P_r(t)]^{N_r} + P_{\bar{r}}(t), \quad (8)$$

где  $P_r(t)$  вычисляется по (2), а  $P_{\bar{r}}(t) = \exp[-(\lambda - \lambda_1)t]$  – вероятность отсутствия на кристалле СБИС любых типов отказов, кроме отказов одиночных ЭП за время  $t$ .

Считываемая из ЗУ информация не будет также содержать ошибок, если отказал один столбец накопителя. При этом ошибки могут возникать во всех или в большинстве кодовых слов, хранящихся в накопителе. Интенсивность отказов столбцов составляет  $\lambda_c$ . По аналогии с (8) может быть записано соотношение для вероятности  $P_{Hc}(t)$  безотказной работы ЗУ при отказах столбцов (при этом необходимо заметить, что случай отсутствия столбцовых отказов уже учтен в (8)):

$$P_{Hc}(t) = P_c(t)P_{\bar{c}}(t), \quad (9)$$

где  $P_c(t)$  – вероятность коррекции ошибок из-за отказа столбцов,  $P_{\bar{c}}(t)$  – вероятность отсутствия любых других (кроме столбцовых) типов отказов. Первый сомножитель последнего выражения может быть представлен суммой, аналогичной (2), однако при этом в соответствующих выражениям (3)–(5) и соотношениях (7) вместо  $\lambda_{1r}$  и  $\mu_r$  должны быть использованы параметры  $\lambda_c$  и  $\mu_c$ .

Общую вероятность  $P(t)$  безотказной работы кристалла памяти можно выразить в виде

$$P(t) = P_H(t) + P_{Hc}(t). \quad (10)$$

В большинстве практических случаев  $\lambda/\mu \ll 1$ . Поэтому с точностью до отношения этих параметров соотношение (7) аппроксимируется следующим выражением:

$$P_4^1(t) = -\exp(-\mu_r t) + (1 + \lambda_{1r} t) \exp[-(\mu_r + \lambda_{1r} t)],$$

а с учетом последнего после простых преобразований (2) примет вид

$$P_r(t) = (1 + \lambda_{1r} t) \exp(-\lambda_{1r} t). \quad (11)$$

После подстановки (11) в (8) получаем

$$P_H(t) = (1 + \lambda_{1r} t)^{N_r} \cdot P_0(t), \quad (12)$$

где  $P_0(t)$  – вероятность отсутствия любых отказов в СБИС за время  $t$ .

Производя аналогичные выкладки и преобразования, связанные с выражением (9), при том же условии ( $\lambda/\mu \approx \lambda_c/\mu \ll 1$ ) и с учетом  $P_c(t) \approx \exp[-(\lambda - \lambda_c)t]$ , имеет вероятность (9), рассчитываемую по формуле

$$P_{Hc}(t) = \lambda_c t \cdot P_0(t). \quad (13)$$

Тогда общая вероятность  $P(t)$  безотказной работы СБИС ЗУ вычисляется на основе преобразованного соотношения (10) выражением

$$P(t) = P_0(t) [\lambda_c t + (1 + \lambda_{1r} t)^{N_r}]. \quad (14)$$

Сомножитель в квадратных скобках показывает степень увеличения вероятности безотказной работы СБИС ЗУ за счет использования избыточности (здесь не учитывается относительный рост интенсивности отказов  $\lambda$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_c$  при переходе от безызыточной структуры и избыточной, как, например, это указано в [4]).

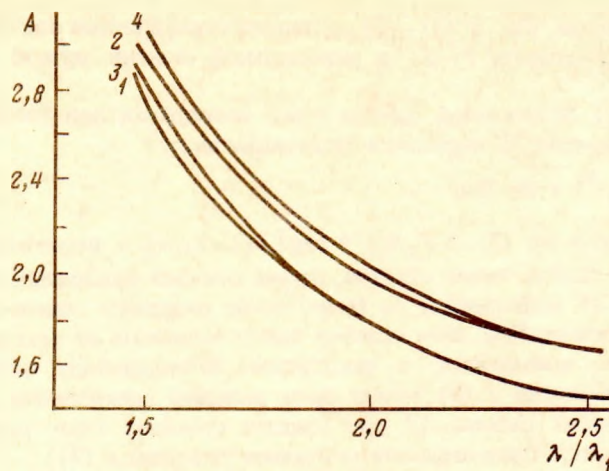


Рис. 2. Относительное увеличение времени наработки между отказами микросхем памяти при введении на кристалл избыточных элементов:  $A = F + (\lambda_c/\lambda)$ ; 1, 2 -  $N = 64$ ; 3, 4 -  $N = 256$ ; 1, 3 -  $\lambda_c/\lambda = 0,1$ ; 2, 4 -  $\lambda_c/\lambda = 0,3$

Проинтегрировав (14), получим среднее время наработки СБИС между отказами [5]:

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \exp(N) \Gamma(1 + N_r, N) / \lambda N^{N_r} + \lambda_c / \lambda^2, \quad (15)$$

где  $N = N_r \lambda / \lambda_1$ ;  $\Gamma(1 + N_r, N)$  - неполная  $\Gamma$ -функция. С учетом того, что, согласно [6],

$$\Gamma(1 + N_r, N) = \exp(-N) N^{N_r} (1 + N_r/N + N_r(N_r - 1)/N^2 + \dots), \quad (16)$$

преобразуем (15) к виду

$$T_{\text{ср}} = (F + \lambda_c/\lambda) / \lambda, \quad (17)$$

где  $F$  - третий множитель (ряд) в правой части (16). При  $\lambda \approx \lambda_1$  получаем  $N = N_r$  и  $\Gamma(1 + N_r, N) \approx \Gamma(1 + N_r, N_r)$ . Последняя форма  $\Gamma$ -функции позволяет аппроксимировать ее следующим выражением [6] (имеется в виду, что  $N_r \gg 1$ ):

$$\Gamma(1 + N_r, N_r) \approx (\pi N_r / 2)^{1/2} \exp(-N_r) N_r^{N_r},$$

и с учетом этого  $F = (\pi N_r / 2)^{1/2}$ .

Последнее значение  $F$  получено, как отмечалось выше, при условии  $\lambda \approx \lambda_1$ , где  $\lambda_a \approx \lambda_c = 0$ . Таким образом, в этом случае  $F$  численно равно максимальному увеличению надежности СБИС (под  $\lambda$  здесь понимается интенсивность отказов отказоустойчивой микросхемы) при использовании встроенных схем кодирования.

Условие  $\lambda \approx \lambda_1$  наиболее характерно для постоянных и программируемых ЗУ [7]. Если положить, что для памяти такого типа информационной емкостью 256 Кбит  $N_r = 512$ , то  $F = 28,4$ .

Для динамических и статических СБИС ЗУ характерно появление отказов различных типов.

На рис. 2 приведены зависимости увеличения времени наработки на отказ отказоустойчивой СБИС ЗУ по отношению к безызбыточным устройствам соответствующей информационной емкости. Видно, что при  $\lambda_c/\lambda = 0,1-0,3$  рассматриваемый метод введения избыточности увеличивает время наработки между отказами СБИС ЗУ в 2-3 раза. Взяв для примера данные для отказоустойчивой СБИС из [4]:

$$\lambda = 1,16 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-1}, \lambda_1 = 0,69 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-1}, \lambda_c = 0,16 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-1},$$

$N_r = 128$ , с использованием формулы (17) получаем  $F + (\lambda_c/\lambda) = 2,5$ . Сравнение последнего числа с полученным увеличением надежности СБИС в [1] (за счет исправления одиночных ошибок кодом Хемминга при чтении информации из ЗУ) приводит к важному практическому выводу: метод коррекции одиночных ошибок кодом Хемминга при чтении информации из ЗУ и метод согласования записываемой информации с логическим состоянием отказавшего ЭП накопителя обеспечивают примерно одинаковый (с точностью до показателя роста площади избыточных кристаллов относительно безыбыточных) уровень повышения надежности СБИС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Урбанович П. П. // Микроэлектроника, 1990. Т. 19. № 6.
2. Конопелько В. К., Лосев В. В. Надежное хранение информации в полупроводниковых запоминающих устройствах. М.: Радио и связь, 1986.
3. Урбанович П. П. Запоминающее устройство: А. С. 1252816 СССР // Б. И. 1986. № 31.
4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1988.
5. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981.
6. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамова М. и Стиган И. М.: Наука, 1979.
7. Лосев В. В. и др. // Зарубеж. электрон. техника. 1986. № 3. С. 57.

Минский радиотехнический  
институт

Поступила в редакцию  
10.VII.1990  
После доработки  
10.I.1991