УДК 621.3.07

# МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФЕКТНЫХ ЗАПОМИНАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА КРИСТАЛЛАХ БИС ЗУ

П. П. УРБАНОВИЧ

Известно, что каждая полупроводниковая пластина со сформированными на ней кристаллами памяти даже при хорошо отлаженном техпроцессе производства имеет определенную, нередко значительную часть дефектных запоминающих элементов (ЗЭ) в накопителе БИС [1—3]. Низкий выход годных кристаллов вынуждает изготовителей БИС разрабатывать и внедрять в производство не связанные либо мало связанные с технологией методы для уменьшения влияния дефектов на работоспособность БИС.

Нейтрализация дефектов (и отказов, возникающих в процессе эксплуатации БИС) ЗЭ основана на использовании методов, предусматривающих введение на кристалл избыточных логических и запоминающих элементов. Для опкределения оптимального, с точки зрения технических и технологических характеристик БИС, объема избыточных элементов нужно знать механизм образования и природу дефектов, снижающих выход годных, и уметь моделировать зависимость выхода годных БИС от объема избыточных схем. При разработке таких моделей наиболее просто предположить, что характер распределения дефектов является случайным и независимым [3]. Однако эта наиболее часто используемая на практике версия не подтвердилась экспериментальными результатами [2, 4]. Модель, разработанная с использованием смешанного пуассоновского и гамма- распределений, позволила достаточно точно рассчитать выход БИС с определенным числом дефектных ЗЭ [4]. Но при проектировании избыточных БИС больший интерес представляют распределения кристаллов по количеству дефектных строк и (или) столбцов ЗЭ накопителя — при резервировании соответствующих ЗЭ и распределения дефектов по строкам накопителя — при использовании корректирующих кодов [5]. В данной статье рассматривается модель, учитывающая тенденцию к группированию дефектов.

Как было отмечено в [2], численные характеристики распределения дефектов по строкам и по столбцам накопителя примерно одинаковы, поэтому дальнейшее рассмотрение проводится относительно строчных дефектов.

Число дефектов в строке накопителя является величиной случайной. Пусть $\eta_m$ — число дефектных элементов в строке (длиной $k$ разрядов), взятой из множества строк, содержащих $m$ и более дефектных элементов. Тогда для любой фиксированной емкости БИС (фиксированного $k$) существует совокупность случайных величин $\eta_0, \eta_1, \ldots \eta_m, \ldots \eta_k$. Вероятность того, что случайная величина $\eta_m$ принимает значение $q$ $(m \leqslant q \leqslant k)$, обозначим $P_{qm}$. Ясно, что $\sum\limits_{q=m}^{k} P_{qm} = 1$, а $P_{q0}$ (для краткости просто $P_q$) есть вероятность появления строки с $q$ $(0 \leqslant q \leqslant k)$ дефектами. В соответствии с этим вероятность $P_{qm}$ можно вычислить, используя следующее соотношение:

$$P_{qm} = P_q / \sum_{q=m}^{k} P_q. \qquad (1)$$

Математическое ожидание $\mu_m$ случайной величины $\eta_m$ (дальше — математическое ожидание порядка $m$) определяется выражением $\mu_m = \sum\limits_{q=m}^{k} qP_{qm}$ или, используя (1),

$$\mu_m = \sum_{q=m}^{k} qP_q / \sum_{q=m}^{k} P_q. \qquad (2)$$

Рассмотрим математическое ожидание при $m = 0$. Нетрудно убедиться, что в (2) $\sum\limits_{q=0}^{k} P_q = 1$ и $\mu_0 = \sum\limits_{q=0}^{k} qP_q$. Численное значение $P_q$ определяется отношением количества строк $N_{cq}$ с $q$ дефектами к общему числу строк в кристаллах анализируемой выборки $N_c$, при $N_c = N_k C/k$, где $N_k$ — общее число кристаллов; $C_k$ — информационная емкость кристалла (бит). Учитывая, что сумма $\sum\limits_{q=0}^{k} qN_{cq}$ эквивалентна количеству дефектных ЗЭ в выборке, а $N_k C$ — общему числу ЗЭ, математическое ожидание нулевого порядка будет определяться вероятностью $p$ появления дефектного ЗЭ (при достаточно большом числе кристаллов в анализируемой выборке) и длиной строки $k$, т. е. $\mu_0 = kp$. Нормированное длиной строки $k$ математическое ожидание нулевого порядка, обозначим его $\varkappa_0$, будет соответствовать $p$. Учитывая это, а также то, что $\sum\limits_{q=0}^{k} qP_q = \sum\limits_{q=1}^{k} qP_q$, перепишем (2) для случая $m = 1$

$$\mu_1 = \mu_0 / \sum_{q=1}^{k} P_q = kp / \sum_{q=1}^{k} P_q. \tag{3}$$

Так как $\sum\limits_{q=1}^{k} P_q$ — вероятность появления дефектной строки (обозначим ее $P_{дс}$) в накопителе, (3) примет вид: $\mu_1 = p/(P_{дс}/k)$.

Чтобы определить $\varkappa_1$, предположим, что дефектные ЗЭ распределены случайно и независимо и $q/k \ll 1$. Последнее ограничение будет выполняться в том случае, если в строке накопителя с матричной организацией (информационной емкостью, например, не менее 4Кбит) появляются не более 1—2 дефектных элементов. С учетом этого $(P_{дс}/k) \to p$, а $\mu_1 \to 1$, т. е. нормированное математическое ожидание первого порядка при случайном и независимом характере распределения дефектов будет определяться лишь длиной строки: $\varkappa_1 = 1/k$. Однако, как отмечалось выше, такое условие на практике выполняется редко. Наблюдается тенденция к группированию дефектов. Учитывая определенную аналогию между каналами связи и устройствами памяти [6], для характеристики распределения дефектов в БИС ЗУ целесообразно ввести, как и для каналов связи [7], параметр группирования дефектов $\alpha$, изменяющийся от 0 до 1. При независимом и случайном распределении дефектов $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$ — в противном случае, когда практически все ЗЭ накопителя дефектны.

Если провести сопоставление свойств математического ожидания $\mu_m$ и его нормированного значения $\varkappa_m$ с соответствующими параметрами, характеризующими каналы связи [7], то становится очевидной их адекватность: в первом случае нормированное математическое ожидание нулевого порядка ($\varkappa_0$) выражает собой плотность дефектов ($p$), в другом — плотность ошибок; нормированное математическое ожидание первого порядка ($\varkappa_1$) в области $kp \ll 1$ (длина строки может быть отождествлена с фиксированной длиной $n$ передаваемой по каналу комбинации) определяется лишь длиной строки $k$ ($n$).

В соответствии с [7] плотность дефектов порядка $m$ может быть рассчитана по формуле

$$\varkappa_m = (m/k)^{1-\alpha}. \tag{4}$$

В соответствии с (4) нормированное математическое ожидание первого порядка может быть выражено в виде

$$\varkappa_1 = (1/k)^{1-\alpha}. \tag{5}$$

Таким образом, нормированное математическое ожидание определяет плотность дефектов ЗЭ накопителя и зависит от двух параметров: длины строки $k$ и степени группирования дефектов $\alpha$. Численное значение $\alpha$ для конкретного типа БИС можно определить на основе экспериментальных данных. При этом наиболее простой (приближенный) метод определения $\alpha$ заключается в сопоставлении общего числа дефектных элементов с дефектностью строк (столбцов) накопителя.

Используя (1) — (5), определим вероятности появления на кристалле некоторого количества дефектных строк вообще либо с фиксированным числом неработоспособных ЗЭ. Для этого соотношение для вычисления математического ожидания (2) перепишем в виде: $\mu_m = \left(mP_m + \sum\limits_{q=m+1}^{k} qP_q\right) / \sum\limits_{q=m}^{k} P_q$. Откуда вероятность $P_m$ появления в накопителе БИС строки с $m$ дефектами равна

$$P_m = \left(\mu_m \sum_{q=m}^{k} P_q - \sum_{q=m+1}^{k} qP_q\right)/m. \tag{6}$$

Так как $\sum_{q=m}^{k} P_q = P'_m$ — вероятность появления строки с $m$ и более дефектами и $\sum_{q=m+1}^{k} qP_q = \mu_{m+1}P'_{m+1}$, $P'_{m+1} = P'_m - P_m$, $P'_m = 1 - \sum_{q=0}^{m-1} P_q$, используя (6), получим выражение вероятности $P_m$ через математическое ожидание

$$P_m = (\mu_{m+1} - \mu_m)\left(1 - \sum_{q=0}^{m-1} P_q\right)/(\mu_{m+1} - m). \tag{7}$$

В соответствии с (7) вероятность $P_0$ появления строки без дефектов равна

$$P_0 = 1 - pk^{1-\alpha}, \tag{8}$$

а дефектная строка появится с вероятностью

$$P_{\text{дс}} = pk^{1-\alpha}. \tag{9}$$

Отношение экспериментальных и теоретических (модель — (7) и биномиальный закон — $P_{m\text{б}} = C_k^m p^m (1-p)^{k-m}$, где $C_k^m$ — число сочетаний из $k$ по $m$) значений распределения строк по числу $m$ дефектных ЗЭ показано в табл. 1 (совпадение теоретических и экспериментальных результатов соответствует 1). В качестве экспериментальных данных использовались распределения дефектных элементов в накопителе биполярных БИС ЗУ информационной емкостью 4 Кбит [2].

*Таблица 1*

| $m$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Модель | 1,050 | 1,150 | 1,060 | 0,940 | 0,140 | 0,022 |
| Бином. | 1,650 | 0,250 | 0,050 | 0,040 | 0,006 | 0,005 |
| *B* | 0,960 | 0,800 | 0,980 | 1,040 | 1,150 | 1,340 |

Определим, используя (7)—(9), вероятность $P_{mc}$ выхода кристалла (с матричной организацией накопителя), в котором дефектны не более $m$ строк, полагая, что имеющие дефекты и бездефектные строки расположены независимо от взаимного местоположения на кристалле

$$P_{mc} = C_k^m P_{\text{дс}}^m P_0^{k-m}. \tag{10}$$

Применим предельное свойство биномиального распределения [8]

$$P_{mc} = (P_{\text{дс}}k)^m \exp(-P_{\text{дс}}k)/m! \tag{11}$$

Отношение ($B$) полученных экспериментально и рассчитанных в соответствии с выражением (11) значений распределения кристаллов по числу $m$ дефектных строк видно из табл. 1 (приведены начальные, наиболее важные значения распределения).

Вероятность $P_{\text{вэс}}$ появления кристалла, в строках накопителя которого дефектны не более $b$ ЗЭ, определяется соотношением

$$P_{\text{вэс}} = \left(\sum_{m=0}^{b} P_m\right)^k. \tag{12}$$

В (12) значение $P_m$ определяется по (7). Рассчитанные вероятности $P_{1\text{эс}}$ и $P_{2\text{эс}}$ отличаются от экспериментальных данных не более, чем на 10 %.

Описанная модель распределения дефектов в накопителе БИС ЗУ учитывает группирование дефектных элементов по строкам и хорошо согласуется с реальным распределением. В отличие от существующих, модель позволяет с единой позиции сопоставить эффективность использования резервных ЗЭ (например, строк накопителя), с одной стороны, и корректирующих кодов (Хемминга, например), с другой: соответственно по выражениям (11) и (12). Для расчета выхода годных избыточных БИС ЗУ на основании этих соотношений ($m=0$) можно вводить поправки, вызванные некоторым увеличением площади базового (безызбыточного) кристалла и, как следствие этого,— изменением параметров $p$ и $\alpha$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kobayashi T. Very large-scale integrated (VLSI) and the future of the computer.— Fujitsu Scien. and Technik J., 1977, Dec., p. 1—19.

2. Урбанович П. П., Конопелько В. К., Лосев В. В., Сухопаров А. И. Статистические характеристики распределения отказов в кристаллах полупроводниковых запоминающих устройств.— Изв. вузов МВ и ССО СССР. Приборостроение, 1983, т. 26; № 1, с. 93—95.

3. Мангир Т. Э. Источники отказов, повышение выхода годных при производстве СБИС и отказоустойчивые СБИС и схемы с интеграцией на уровне пластины.— ТИИЭР, 1984, т. 72, № 6, с. 36—52.

4. Stapper C., McLaren A., Dreckmann D. Yield model for productivity optimisation of VLSI memory chips with redundancy and partially good product.—IBM J., Research and Development, 1980, v. 24, N 3, p. 398—409.

5. Лосев В. В., Конопелько В. К., Урбанович П. П. Системы памяти на базе запоминающих устройств с дефектными элементами.— Зарубежная электронная техника, 1982, № 9, с. 3—33.

6. Кузнецов А. В., Цыбаков В. С. Кодирование в памяти с дефектными ячейками.— Проблемы передачи информации, 1974, т. 10, вып. 2, с. 52—60.

7. Пуртов А. П., Замрий А. С., Захаров А. И. Основные закономерности распределения ошибок в дискретных каналах связи.— Электросвязь, 1967, № 2, с. 1—8.

8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей.— М. : Наука, 1969.— 576 с.

Поступило в редакцию после переработки 13.12.85.