

УДК 621.65.01

ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОЙ ТУРБИНЫ ОТ УГЛА НАКЛОНА ЛОПАСТЕЙ

В.Н. Павлечко

Белорусский государственный технологический университет

Проведен анализ сил, возникающих в центростремительной турбине, а также скоростей движения рабочего колеса и среды в нем при неизменном угле наклона лопастей β по ходу движения среды. Предложены формулы для определения скоростей движения среды и давления, создаваемого средой на лопасти колеса, в зависимости от угла наклона лопастей. Получены выражения для определения скорости движения среды под действием центробежной силы и давления, создаваемого ею. Приведены графические зависимости отношений скоростей движения среды в колесе к начальной радиальной скорости среды и к окружной скорости турбины, а также создаваемого средой давления от угла наклона лопастей, а также от начальной скорости среды и окружной скорости турбины. Рекомендуется оптимальный угол наклона лопастей $\beta = 45^\circ$, при котором создаваемое центробежной силой давление составляет 12,5% полного давления, передаваемого средой лопастям турбины.

Введение

Энергия, воспринимаемая турбиной, может быть рассчитана по основному уравнению центробежной машины (уравнению Эйлера), которое получено на основе теоремы об изменении момента количества движения, [1, 2]

$$A_1 = \rho(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}), \quad (1)$$

в котором u_1, u_2 – окружные скорости колеса на выходе и входе по ходу движения среды, c_{1u} и c_{2u} – тангенциальные составляющие скоростей среды в конце и начале лопасти. В этом уравнении отражена только тангенциальная составляющая скорости движения среды; не учитывается энергия снижения давления при движении среды в радиальном направлении и энергия центробежной силы.

В работах [3, 4] проведен анализ сил воздействия колеса радиального нагнетателя на среду. Получены зависимости для определения динамического и статического давлений, образующиеся при вращении лопастей. Кроме того, рассмотрена также центробежная сила, которая создает часть статического давления. Определено, что известное уравнение Эйлера отражает только динамическую часть общего дав-

ления, создаваемого радиальным нагнетателем, и не учитывает его статическую составляющую. В настоящей работе проводится анализ влияния угла наклона лопастей на параметры работы центростремительной турбины по аналогии с радиальным нагнетателем.

Вывод основных соотношений

Рассмотрим отдельную лопасть, расположенную под углом β к направлению, обратному направлению окружной скорости (рисунок 1). Угол наклона лопасти имеет постоянное значение по радиусу колеса. Лопасть вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω . Среда вводится в турбину радиально от периферии по направлению к оси вращения со скоростью v_r .

Выделим на лопасти элементарную площадку AB шириной b и высотой dr на расстоянии r от оси вращения. На эту площадку действует среда с элементарной силой dF_{rs} (отрезок KC на рисунке 2), равной произведению плотности среды, миделевого сечения площадки, перпендикулярного направлению движения среды, и квадрата скорости среды:

$$dF_{rs} = \rho b dr v_r^2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \quad (2)$$

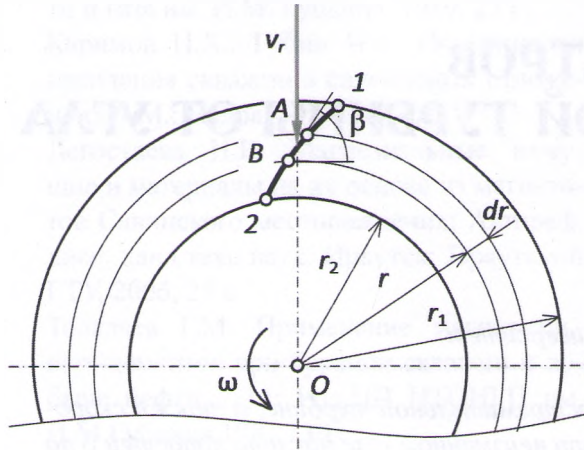


Рис. 1. Схема ввода потока в турбину.

Под воздействием среды возникает реакция лопасти dF (отрезок CM) перпендикулярная плоскости лопасти. Представим реакцию dF в виде двух составляющих: силы dF_u , действующей тангенциально, противоположно направлению окружной скорости колеса, и силы dF_r , направленной радиально от оси вращения (силовые линии со стрелками на рисунке 2).

Выражения перечисленных сил имеют вид соответственно

$$dF = dF_r \cos \beta = \rho b dr v_r^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta}; \quad (3)$$

$$dF_u = dF \sin \beta = \rho b dr v_r^2 \cos^2 \beta; \quad (4)$$

$$dF_r = dF \cos \beta = \rho b dr v_r^2 \frac{\cos^3 \beta}{\sin \beta}. \quad (5)$$

Поскольку колесо вращается равномерно, то сила реакции лопасти и ее составляющие уравновешивается соответствующими силами воздействия среды (зеленые линии со стрелками на рисунке 2), для чего расходится некоторое количество энергии среды. Под действием указанных сил среда перемещается в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, со скоростью c , в тангенциальном направлении – c_u , в радиальном направлении – c_r (зеленые линии на рисунке 3).

Приведенные на рисунке 3 скорости геометрически взаимосвязаны.

Скорость движения среды c является геометрической суммой скоростей c_u и c_r , а скорость v_r – геометрической суммой скорости движения среды c и относительной скорости среды w . Из прямоугольника $CDGE$ следует

$$c = v_r \cos \beta; \quad (6)$$

$$c_u = c \sin \beta = v_r \sin \beta \cos \beta; \quad (7)$$

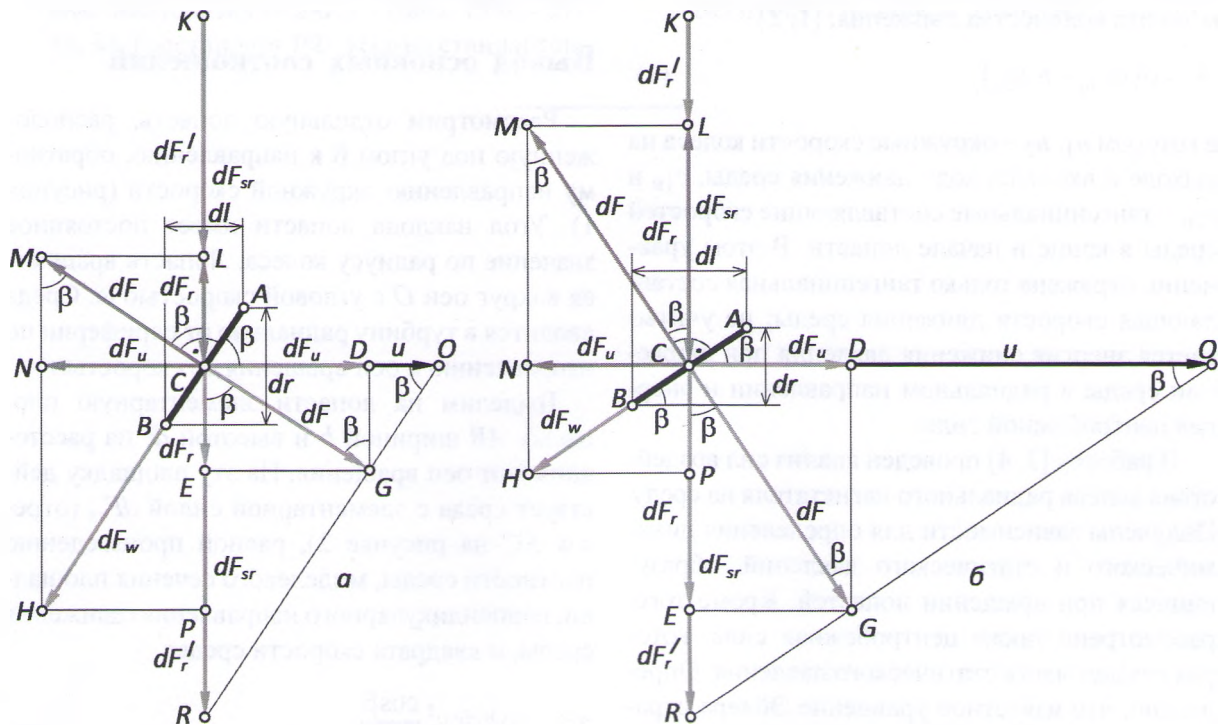


Рис. 2. Силы воздействия среды на элементарную площадку лопасти: а – $\beta > 45^\circ$; б – $\beta < 45^\circ$.

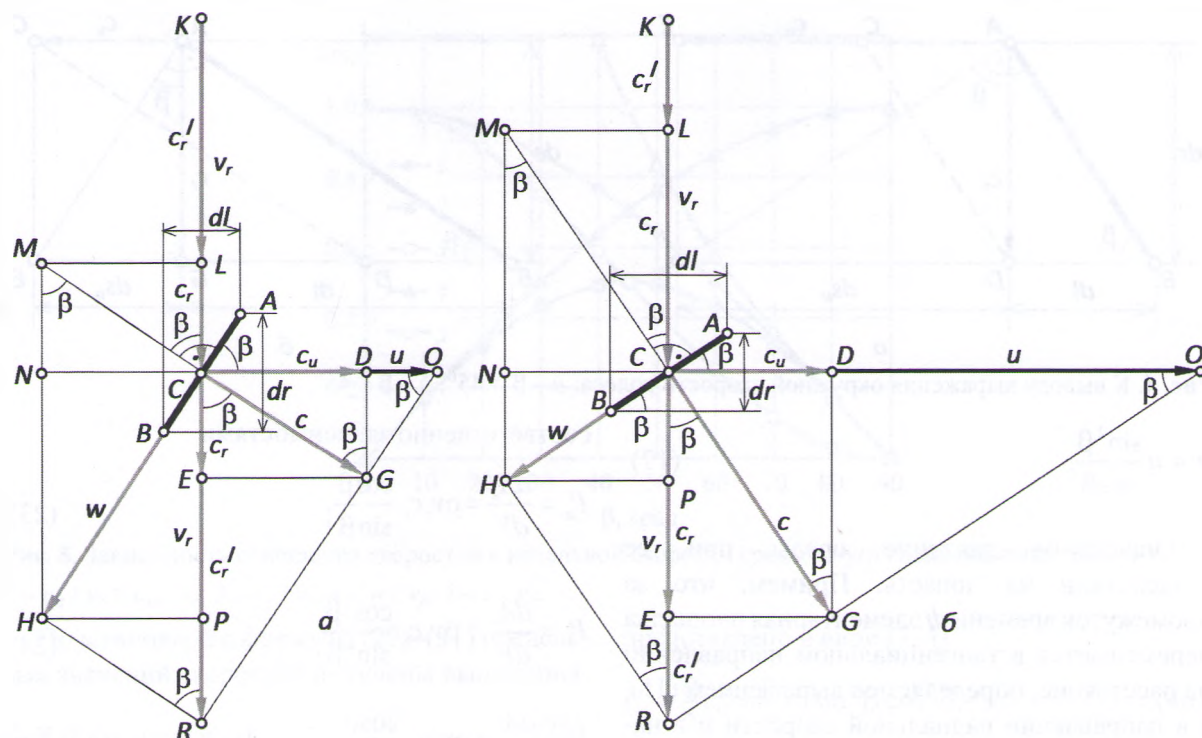


Рис. 3. Скорости движения элементарного объема среды: а – $\beta > 45^\circ$; б – $\beta < 45^\circ$.

$$c_r = c \cos \beta = v_r \cos^2 \beta, \quad (8)$$

а из треугольника CHR –

$$w = v_r \sin \beta. \quad (9)$$

Под воздействием силы dF среда перемещается в радиальном направлении со скоростью c_r , в тангенциальном – со скоростью c_u . Одновременно за счет вытеснения средой элементарная площадка AB приобретает дополнительную скорость в тангенциальном направлении и в итоге она приобретает окружную скорость $u > c_u$ (рисунок 3). Определим выражение для расчета скорости u .

Предположим, что за промежуток времени dt среда перемещается в радиальном направлении на расстояние dr , в тангенциальном направлении – ds_u (рисунок 4). Одновременно за это время площадка AB перемещается в тангенциальном направлении на расстояние dl за счет вытеснения средой.

Промежуток времени dt равен

$$dt = \frac{dr}{c_r} = \frac{dr}{v_r \cos^2 \beta}. \quad (10)$$

Расстояние ds_u определяется выражением

$$ds_u = dt c_u = dr \frac{\sin \beta}{\cos \beta}. \quad (11)$$

Суммарное передвижение элементарной площадки в тангенциальном направлении равно

$$ds_u + dl = \frac{dr}{\sin \beta \cdot \cos \beta}. \quad (12)$$

Перемещение площадки за отрезок времени dt со скоростью c_u равно ds_u , а с суммарной скоростью u – $(ds_u + dl)$. Следовательно, суммарная скорость перемещения элементарной площадки (окружная скорость колеса) составляет

$$u = c_u \frac{ds_u + dl}{dr} = v_r \frac{\cos \beta}{\sin \beta}. \quad (13)$$

С учетом полученного выражения зависимости для расчета скоростей движения среды из (6)–(9) приобретают вид

$$c = u \sin \beta; \quad (14)$$

$$c_u = u \sin^2 \beta; \quad (15)$$

$$c_r = u \sin \beta \cos \beta; \quad (16)$$

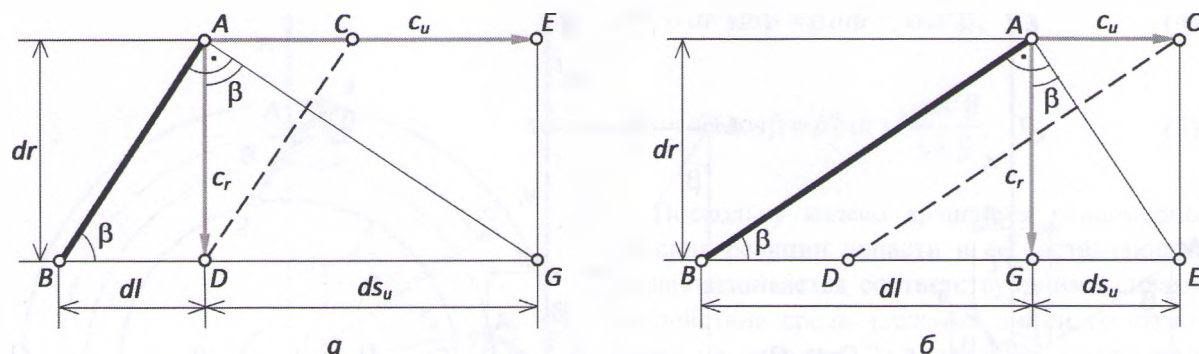


Рис. 4. К выводу выражения окружной скорости колеса: $a - \beta > 45^\circ$; $\delta - \beta < 45^\circ$.

$$w = u \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}, \quad (17)$$

Определим давление среды при ее воздействии на лопасть. Примем, что за промежуток времени dt элементарная площадка перемещается в тангенциальном направлении на расстояние, определяемое выражением (11), а в направлении радиальной скорости и в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, на расстояния, которые с учетом (8) и (6) соответственно равны:

$$ds_r = c_r dt = \frac{c_u}{v_r} \frac{dr}{\sin \beta \cos \beta}; \quad (18)$$

$$ds = c dt = \frac{c_u}{v_r} \frac{dr}{\sin \beta \cos^2 \beta}. \quad (19)$$

Работа, совершаемая средой, равна произведению силы на путь перемещения среды в перечисленных направлениях и с учетом (3)–(5), (11), (18) и (19) определяется соответствующими выражениями

$$dA_u = dF_u ds_u = \rho b (dr)^2 v_r c_u; \quad (20)$$

$$dA_r = dF_r ds_r = \rho b (dr)^2 v_r c_u \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (21)$$

$$dA = dF ds = \rho b (dr)^2 \frac{v_r c_u}{\sin^2 \beta}. \quad (22)$$

Давление, с которым среда воздействует на лопасть, равно отношению удельной работы к единице элементарного объема среды, равного $dV = b \cdot ds_u \cdot ds_r$. Давление, создаваемое средой в указанных выше направлениях, выражается

соответственно зависимостями

$$P_u = \frac{dA_u}{dV} = \rho v_r c_u \frac{\cos \beta}{\sin \beta}; \quad (23)$$

$$P_r = \frac{dA_r}{dV} = \rho v_r c_u \frac{\cos^3 \beta}{\sin^3 \beta}; \quad (24)$$

$$P = \frac{dA}{dV} = \rho v_r c_u \frac{\cos \beta}{\sin^3 \beta}. \quad (25)$$

При подстановке в полученные выражения скорости c_u из (7) они приводятся к виду

$$P_u = \rho v_r^2 \cos^2 \beta; \quad (26)$$

$$P_r = \rho v_r^2 \frac{\cos^4 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (27)$$

$$P = \rho v_r^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}, \quad (28)$$

при подстановке выражения скорости u из (13)

$$P_u = \rho u c_u; \quad (29)$$

$$P_r = \rho u c_u \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (30)$$

$$P = \rho \frac{u c_u}{\sin^2 \beta}. \quad (31)$$

При использовании формул (7) и (13) выведены зависимости

$$P_u = \rho u^2 \sin^2 \beta; \quad (32)$$

$$P_r = \rho u^2 \cos^2 \beta; \quad (33)$$

$$P = \rho u^2. \quad (34)$$

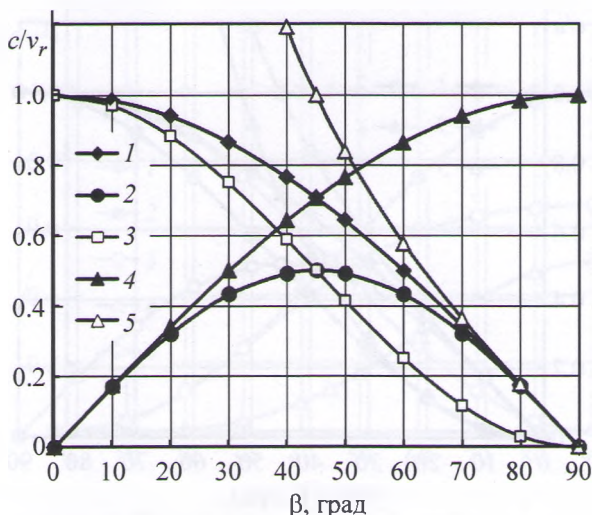


Рис. 5. Зависимость отношения скоростей к начальной скорости среды от угла наклона лопастей: 1 – c/v_r ; 2 – $c_u/v_r = c_{ц}/v_r$; 3 – c_r/v_r ; 4 – w/v_r ; 5 – u/v_r .

Подстановкой в формулы (29)–(31) предельных значений скоростей получены выражения

$$P_u = \rho(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}); \quad (35)$$

$$P_r = \rho(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}) \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (36)$$

$$P = \rho \frac{(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})}{\sin^2 \beta}. \quad (37)$$

Сравнение формул (1) и (35) показывает идентичность их правых частей, что подтверждает справедливость проведенных выкладок. Формулы (35)–(37) более полно описывают затраты энергии на привод центробежной турбины по сравнению с известной формулой (1).

При закручивании среды возникает центробежная сила, под влиянием которой среда перемещается от оси вращения к периферии со скоростью, равной скорости ее движения в тангенциальном направлении, выражение которой может быть представлено в виде [3, 4]

$$c_{ц} = c_u = v_r \sin \beta \cos \beta. \quad (38)$$

При использовании зависимости (13) скорость движения под действием центробежной силы равна

$$c_{ц} = u \sin^2 \beta. \quad (39)$$

Выражение движущей силы может быть

представлено в виде [3, 4]

$$P_u = \frac{\rho}{2} c_{ц}^2 = \frac{\rho}{2} v_r^2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta, \quad (40)$$

а при использовании окружной скорости турбины –

$$P_u = \frac{\rho}{2} u^2 \sin^4 \beta. \quad (41)$$

Графические зависимости отношений скоростей в соответствии с формулами (6)–(9) и (38) к начальной скорости движения среды v_r от угла наклона β приведены на рисунке 5.

При увеличении угла наклона лопастей отношения c/v_r и c_r/v_r непрерывно снижаются, а отношение w/v_r – возрастает. Отношения c_u/v_r и $c_{ц}/v_r$ первоначально возрастают, принимают максимальные значения при $\beta = 45^\circ$, а затем снижаются до нуля. Окружная скорость турбины u при малых углах намного превышает начальную скорость среды v_r , уравнивается с ней при $\beta = 45^\circ$ и становится меньше ее при дальнейшем увеличении угла наклона лопастей.

Графические зависимости отношений скоростей в соответствии с формулами (14)–(17) и (39) к окружной скорости турбины u от угла наклона β приведены на рисунке 6.

При увеличении угла наклона лопастей отношения c/u и $c_u/u = c_{ц}/u$ непрерывно возрастают от нуля до единицы. Более значительно увеличиваются отношения v_r/u и w/u . В частности, при $\beta > 45^\circ$ начальная скорость среды должна быть значительно больше окруж-

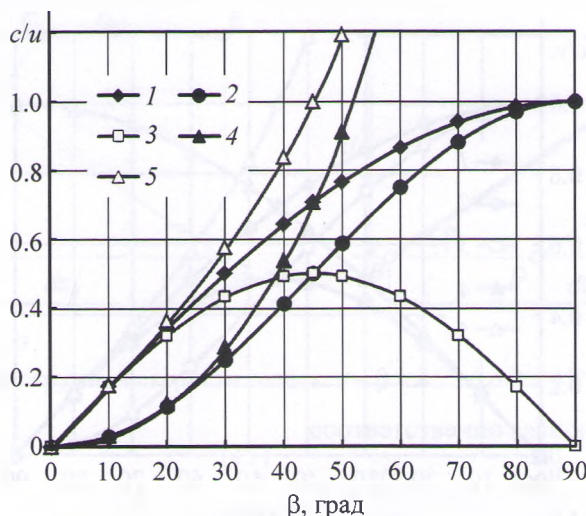


Рис. 6. Зависимость отношения скоростей к окружной скорости колеса от угла наклона лопастей: 1 – c/u ; 2 – $c_u/u = c_{ц}/u$; 3 – c_r/u ; 4 – w/u ; 5 – v_r/u .

ной скорости турбины. Отношение c_r/u при возрастании угла наклона лопастей первоначально увеличивается, принимает максимальное значение при $\beta = 45^\circ$, а затем снижается. Поэтому для получения максимального расхода среды через турбину (и, соответственно, высоких значений мощности) целесообразно принимать углы, близкие к 45° .

Графическое изображение отношений давлений в центростремительной турбине в соответствии с формулами (26)–(28) и (40) при отсутствии закручивания среды перед колесом ($c_{u1} = 0$), к произведению плотности на квадрат начальной радиальной скорости среды от угла наклона β приведено на рисунке 7.

Все рассмотренные отношения давлений

от воздействия среды на лопасть при возрастании β снижаются. Наиболее интенсивно изменяются отношения $P/(\rho v_r^2)$ и $P_r/(\rho v_r^2)$, менее заметно – $P_u/(\rho v_r^2)$. Отношение $P_{ц}/(\rho v_r^2)$ сначала возрастает, а после $\beta = 45^\circ$ снижается. Для его преодоления давления, создаваемого центробежной силой, расходуется некоторое количество энергии давления рабочей среды. Так как энергия рабочей среды, эквивалентная P_u , полезно расходуется на вращение турбины и имеет большие величины при малых углах наклона лопастей, то предпочтительнее малые значения β . Однако при таких углах имеют место значительные потери давления на преодоление величины P_r . Поэтому с учетом максимальной скорости движения среды в

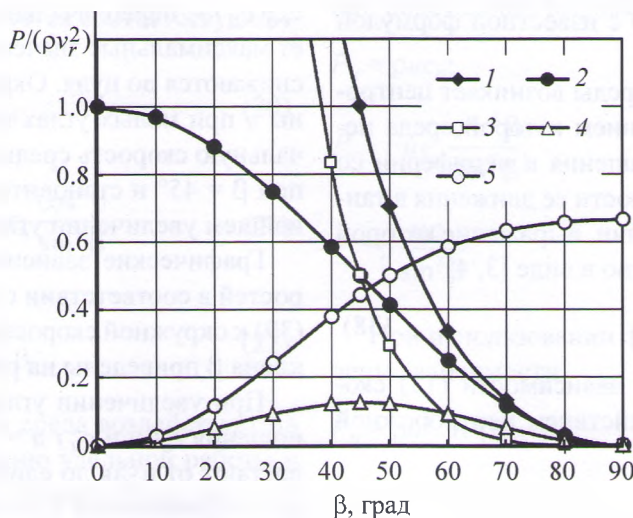


Рис. 7. Зависимость отношения давлений от угла наклона лопастей: 1 – $P/(\rho v_r^2)$; 2 – $P_u/(\rho v_r^2)$; 3 – $P_r/(\rho v_r^2)$; 4 – $P_{ц}/(\rho v_r^2)$; 5 – $P_u/(P + P_{ц})$.

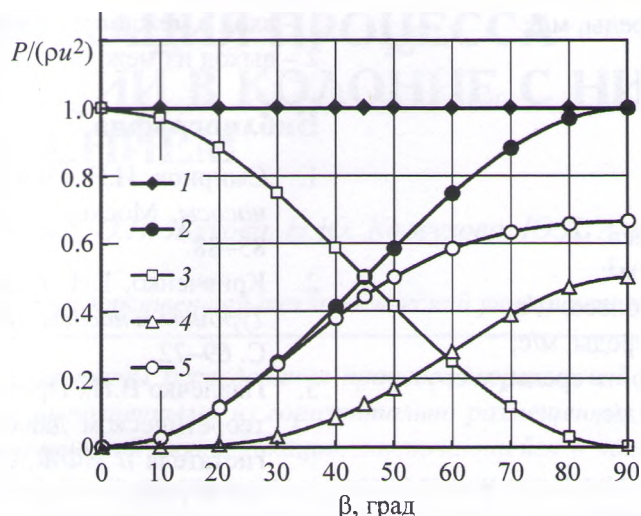


Рис. 8. Зависимость отношения давлений от угла наклона лопастей: 1 – $P / (\rho v_u^2)$; 2 – $P_u / (\rho v_u^2)$; 3 – $P_r / (\rho v_u^2)$; 4 – $P_{ц} / (\rho v_u^2)$; 5 – $P_u / (P + P_{ц})$.

турбине при $\beta = 45^\circ$ угол наклона лопастей целесообразно принимать вблизи этого значения. На рисунке 7 кривая 5 отражает отношение $P_u / (P + P_{ц})$, т. е. отношение полезной энергии, воспринимаемой турбиной от рабочей среды к суммарной энергии, которая передается средой и создается центробежной силой. Это отношение возрастает при увеличении угла β , т. к. при этом снижаются потери энергии на преодоление сопротивления движению потока среды через турбину и достигает максимального значения при $\beta = 90^\circ$. Однако при больших углах β энергия, воспринимаемая турбиной от среды, снижается.

Графическое изображение отношений давлений, развиваемых в центростремительной турбине в соответствии с формулами (32)–(34) и (41) при отсутствии закручивания среды перед колесом ($c_{u1} = 0$), к произведению плотности среды на квадрат окружной скорости турбины от угла наклона β приведено на рисунке 8.

Отношение $P / (\rho \cdot u^2)$ не зависит от угла наклона лопастей, поскольку отношение $P_r / (\rho \cdot u^2)$ снижается, а отношение $P_u / (\rho \cdot u^2)$ повышается при увеличении β . При этом вследствие влияния центробежной силы возрастает также отношение $P_{ц} / (\rho \cdot u^2)$ и достигает максимума при $\beta = 90^\circ$. Таким же образом возрастает отношение $P_u / (P + P_{ц})$. Однако при больших углах наклона лопастей энергия, воспринимаемая турбиной мала. С учетом максимального расхода среды через турбину при $\beta = 45^\circ$ при-

емлемые величины P_r и P_u достигаются вблизи этого угла.

Полученные формулы отражают теоретические аспекты работы центростремительной турбины и справедливы при отсутствии потерь энергии на трение.

Заключение

Полезная энергия, воспринимаемая центростремительной турбиной от среды, при увеличении угла наклона лопастей непрерывно возрастает, но ее прирост замедляется, а расход среды снижается при увеличении β свыше 45° . При малых углах велики потери энергии на преодоление сопротивления лопастей, а при больших углах мала полезная энергия, воспринимаемая турбиной для ее вращения. Поэтому оптимальными являются углы наклона лопастей вблизи 45° . Центробежная сила замедляет движение среды в радиальном направлении и снижает полезную энергию среды, передаваемую турбине. Влияние центробежной силы по сравнению с воздействием среды невелико. В частности, при $\beta = 45^\circ$ создаваемое ею давление составляет 12.5% полного и 25% полезного давления среды.

Условные обозначения

- A – работа, Дж;
- b – ширина лопасти, м;
- β – угол между плоскостью лопасти и направлением, обратным окружной скорости, град;

c – скорость движения среды, м/с;
 F – сила, Н;
 l – линейный размер, м;
 s – длина пути, м;
 P – давление, Па;
 t – время, с;
 r – радиус рабочего колеса, м;
 ρ – плотность среды, кг/м³;
 u – окружная скорость колеса, м/с;
 v – начальная скорость среды, м/с;
 w – относительная скорость среды, м/с;
 ω – угловая скорость, рад/с.

Индексы:

r – радиальный;
 s – поток (stream), среда,
 t – теоретический;
 u – тангенциальный;
 ψ – центробежный;

1 – вход в межлопастное пространство;
2 – выход из межлопастного пространства.

Библиография

1. Смирнов, И.Н. *Гидравлические турбины и насосы*. Москва: Высшая школа, 1969. С. 85–88.
2. Кривченко, Г.И. *Гидравлические машины. Турбины и насосы*. Москва: Энергия, 1978. С. 69–72.
3. Павлечко В.Н., Протасов С.К. К вопросу о теоретическом давлении радиального нагнетателя // ИФЖ. 2014. Том 87, № 6. С. 1448–1454.
4. Павлечко В.Н., Протасов С.К. Влияние угла наклона лопастей на давление радиального нагнетателя // Химическая промышленность. 2014. Т. 91, № 5. С. 252–258.