

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СИММЕТРИИ, СИНГОНИИ И КАТЕГОРИИ КРИСТАЛЛОВ

Цель работы: определение элементов ограничения, симметрии кристаллов и по их совокупности класса симметрии и сингонии кристаллов. и категории.

Материалы и оборудование: набор деревянных макетов кристаллов простых форм; таблица классов симметрии кристаллов.

1. Общие сведения

Кристаллы – это твердые природные или получаемые искусственно тела, образующиеся в форме многогранников. Геометрически правильная форма кристаллов обусловлена их внутренним строением.

Элементами ограничения кристаллов являются грани, ребра, вершины. *Грани* – это плоскости, ограничивающие кристалл. Они соответствуют плоским сеткам пространственной решетки кристалла. *Ребра* – образуются на пересечениях граней и отвечают рядам решетки. *Вершины* располагаются на пересечении нескольких ребер.

В кристаллах атомы, молекулы или ионы располагаются в строгом порядке с четким внутренним узором, повторяющимся во всех направлениях. Величина и форма граней у различных кристаллов одного и того же вещества, расстояние между ними и даже их число могут меняться, но углы между соответствующими гранями и ребрами остаются постоянными. В этом суть закона постоянства углов.

Диагностическими признаками кристаллов являются их симметрия, сингония, кристаллографическая форма, тип пространственной решетки.

Симметрия кристаллов – закономерное повторение одинаковых элементов ограничения кристалла относительно элементов его симметрии – точек, линий и плоскостей. Простыми элементами симметрии являются центр симметрии, оси симметрии и плоскость симметрии.

Центр симметрии (инверсии) C – точка внутри фигуры, в которой делятся пополам все прямые, соединяющие одинаковые элементы ограничения кристалла (рис. 1). При наличии центра симметрии все грани в кристалле парные: каждой грани соответствует противолежащая, равная ей параллельная грань.

Ось симметрии L – это мысленно проведенная прямая линия, при вращении вокруг которой фигура совмещается сама с собой определенное число раз.

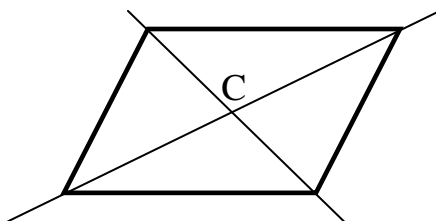


Рис. 1. Центр симметрии

Наименование оси определяется числом совмещений при повороте фигуры на 360° . У реальных кристаллов наблюдаются оси симметрии второго, третьего, четвертого и шестого порядков. Оси первого порядка не учитываются, так как их в любом кристалле бесконечное множество, а осей 5-го порядка и выше 6-го не допускают особенности пространственных решеток кристаллов. Оси симметрии обозначаются буквой L , а на порядок осей указывает цифра, записываемая справа внизу (рис. 2).

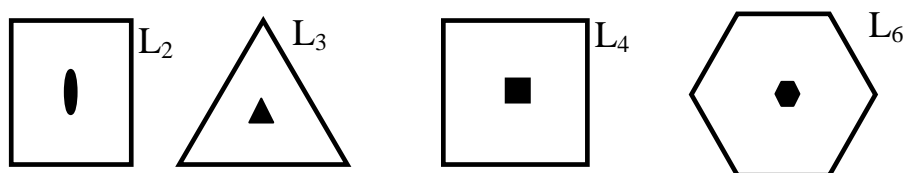


Рис. 2. Оси симметрии плоских фигур.

Наличие нескольких осей одного порядка показывается цифрой перед буквой. Например, кристаллографическая формула L_44L_2 обозначает, что в кристалле имеется одна ось симметрии четвертого порядка (единица не пишется) и четыре оси второго порядка.

В кристаллических многогранниках оси симметрии обязательно проходят через центр фигуры, а их выходы на поверхности совпадают либо с вершинами, либо с центрами граней, либо с серединами ребер (рис. 3).

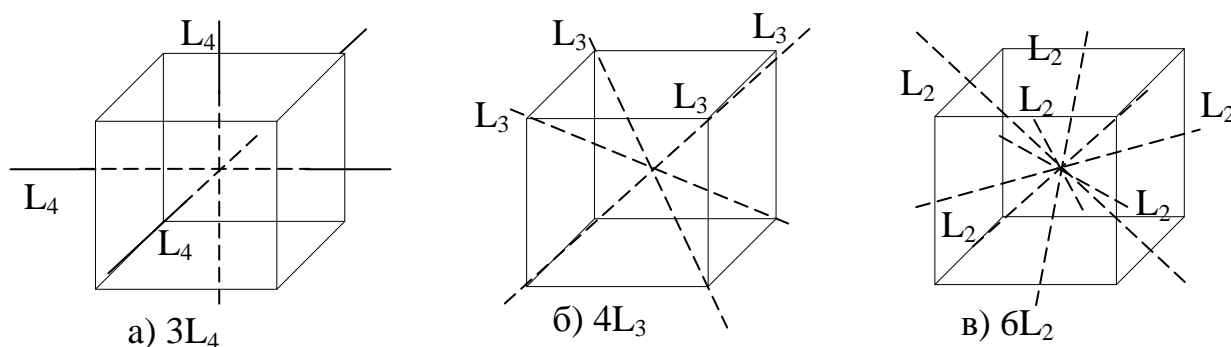


Рис. 3. Оси симметрии гексаэдра

Для фигур, не имеющих центра симметрии, оси могут проходить по линиям: вершина – центр грани, центр ребра – центр грани (рис. 4). При наличии осей, сходящихся в вершинах кристалла, порядок оси соответствует числу граней (см. рис. 3 б, 4 а).

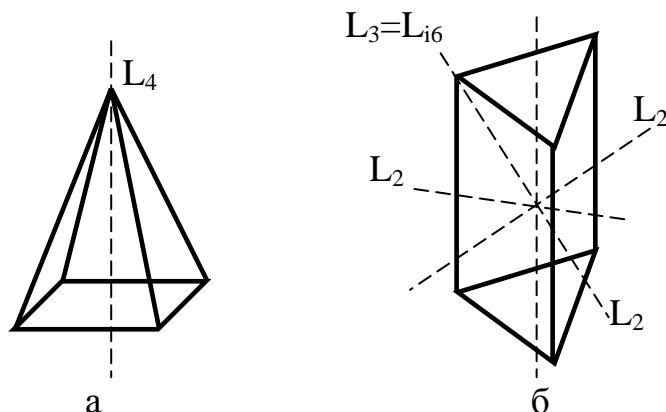


Рис. 4. Оси симметрии в несимметричных фигурах

Помимо простых осей симметрии существуют еще и сложные – *инверсионные оси*. Инверсионной осью L_i кристалла называется линия, при вращении вокруг которой на некоторый определенный угол и последующим отражением в центральной точке многогранника (как в центре симметрии) совмещаются одинаковые элементы ограничения. Существуют инверсионные оси первого, второго, третьего, четвертого и шестого порядков – L_{i2} , L_{i3} , L_{i4} , L_{i6} . Ось L_{i4} всегда совпадает с простой двойной осью симметрии, а ось L_{i6} – с простой тройной осью симметрии при наличии перпендикулярной к ней плоскости симметрии $\perp P$ (см. рис. 4 б).

Плоскость симметрии P – плоскость, разделяющая фигуру на две зеркально равные части, расположенные относительно друг друга как предмет и его зеркальное отображение (рис. 5).

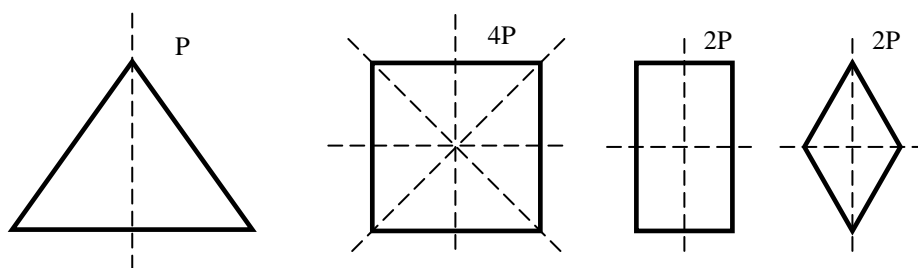


Рис. 5. Плоскости симметрии в равнобедренном треугольнике, квадрате, прямоугольнике, ромбе.

Плоскости симметрии могут проходить через середины граней и ребер многогранника, перпендикулярно к ним или через вершины по ребрам, образуя равные углы с одинаковыми гранями и ребрами. Количество плоскостей быва-

ет 1–7 и 9. Максимальное количество плоскостей (9) присутствует в кубе: 3 взаимно перпендикулярные проходят через середины граней и ребер, шесть плоскостей – диагональные (рис. 6).

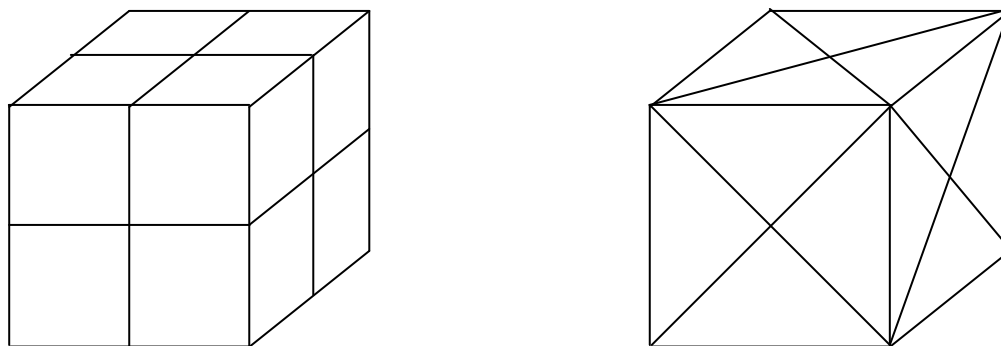


Рис. 6. Плоскость симметрии в кубе

Сочетание элементов симметрии записывается формулой, в которой последовательно записывают оси симметрии, начиная с осей высшего порядка, затем плоскости и центр симметрии. Например, формула симметрии куба $3L_44L_36L_29PC$. Математически обоснована возможность существования лишь 32 комбинаций (классов) элементов симметрии.

Классы симметрии бывают 7 типов:

- примитивные, состоящие только из какой-либо одной оси симметрии;
- центральные, состоящие только из какой-либо одной оси симметрии, центра симметрии;
- планальные, состоящие из одной оси симметрии, центра симметрии и плоскости симметрии;
- аксиальные, состоящие из осей симметрии различных наименований;
- планаксиальные, состоящие из комбинации плоскостей симметрии и различных осей симметрии;
- инверсионно-примитивные, в которых единичное направление совмещено с инверсионной осью;
- инверсионно-планальные, в которых кроме единичного направления, совпадающего с инверсионной осью имеется плоскость симметрии, идущая вдоль него.

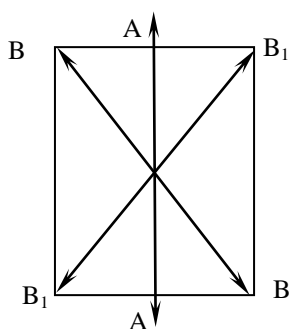


Рис. 7. Направления в кристалле

Единичным направлением в кристалле называется единственное неповторяющееся направление (рис. 7). Так, направление AA единичное, так как у фигуры других таких направлений нет. Направление BB не будет единичным, так как у фигуры есть такое же симметричное направление B_1B_1 .

Кристаллографические классы, или виды симметрии объединяются в более крупные группировки, называемые системами, или сингониями.

Сингония – это группа видов симметрии, обладающих одним или несколькими одинаковыми элементами симметрии и имеющих одинаковое расположение кристаллографических осей – единичных направлений. Различается 7 типов сингоний.

1. *Триклинная*. Название дано по трем косым углам между кристаллографическими осями. У кристаллов, относящихся к этой сингонии, или совершенно нет элементов симметрии, или имеется только центр симметрии C . Все направления в кристалле единичны. Кристаллы триклинной сингонии наименее симметричны по своему внешнему облику по сравнению с формами кристаллов остальных сингоний.

2. *Моноклинная*. Кристаллы имеют каждый элемент симметрии лишь в единичном числе: или одну ось L_2 или одну плоскость P , или сочетание PC . Единичных направлений много.

3. *Ромбическая*. В кристаллах число осей или плоскостей симметрии больше единицы. Осей порядка выше L_2 нет. Единичных направлений – три.

4. *Тригональная*. Кристаллы помимо остальных элементов симметрии обязательно имеют одну ось третьего порядка, с которой совпадает единичное направление.

5. *Тетрагональная*. Кристаллы имеют помимо двух элементов симметрии одну ось симметрии L_4 (или сложную ось инверсии L_{i4}) и одно единичное направление, которое совпадает с осью четвертого порядка.

6. *Гексагональная*. Кристаллы обязательно имеют одну простую ось симметрии шестого порядка (или сложной осью инверсии шестого порядка), с которой совпадает одно единичное направление.

7. *Кубическая*. Кристаллы равномерно развиты по всем направлениям (их фигуры можно вписать в шар) и наиболее симметричны из всех – обладают самым большим числом элементов симметрии, из которых обязательны четыре оси третьего порядка. Единичных направлений нет.

Сингонии группируют в более крупные систематические единицы – **категории**.

Низшая категория – единичных направлений больше одного, отсутствуют оси выше второго порядка. К этой категории относятся триклинная, моноклинная и ромбическая сингонии.

Средняя категория – кристаллы имеют одно единичное направление, совпадающее с единственной осью высшего порядка (выше L_6). Сюда относятся тригональные, тетрагональные и гексагональные сингонии.

Высшая категория – единичных направлений нет, несколько осей высшего порядка. К высшей категории относится кубическая сингония.

Характеристика категорий и сингонии приведена в табл. 1.

Таблица 1

Распределение видов и классов симметрии по категориям и сингониям

Категория	Сингония	Классы симметрии						
		1	2	3	4	5	6	7
Низшая	Триклинная	1 –	2 C					
	Моноклинная			3 P	4 L ₂	5 L ₂ PC		
	Ромбическая			6 L ₂ 2P	7 3L ₂	8 3L ₂ 3PC		
Средняя	Тригональная	9 L ₃	10 L ₃ C	11 L ₃ 3P	12 L ₃ 3L ₂	13 L ₃ 3L ₂ 3PC		
	Тетрагональная	14 L ₄	15 L ₄ PC	16 L ₄ 4P	17 L ₄ 4L ₂	18 L ₄ 4L ₂ 5PC	19 L ₄ 4	20 L ₄ 42L ₂ 2P= 3L ₂ 2P
	Гексагональная	21 L ₆	22 L ₆ PC	23 L ₆ 6P	24 L ₆ 6L ₂	25 L ₆ 6L ₂ 7PC	26 L ₆ 6=L ₃ P	27 L ₆ 63L ₂ 3P= L ₃ 3L ₂ 4P
Высшая	Кубическая	28 4L ₃ 3L ₂	29 4L ₃ 3L ₂ PC	30 4L ₃ 3L ₂ 6P	31 3L ₄ 4L ₃ 6 L ₂	32 L ₄ 4L ₃ 6L ₂ 9 PC		

1 – 7 – классы симметрии: 1 – примитивный; 2 – центральный; 3 – планальный; 4 – аксиальный; 5 – планаксиальный; 6 – инверсионно-примитивный; 7 – инверсионно-планальный.

2. Порядок выполнения работы

Чтобы найти центр симметрии, надо положить многогранник на стол поочередно каждой гранью и проверить, есть ли вверху грань, расположенная горизонтально; обе грани – верхняя и нижняя должны быть не только одинаковыми параллельными, но и “антипараллельными“, т.е. обратно расположенными.

Для определения порядка оси симметрии фигуру в точках выхода предполагаемой оси закрепляют пальцами руки. Запомнив исходное положение всех элементов ограничения, следует вращать модель вокруг закрепленной оси и наблюдать, сколько раз при полном обороте фигура совместится с первоначальным положением. Число совмещений, включая начальное, определяет порядок оси. Заметим, что пока найдена одна ось, а чтобы найти все остальные, надо таким же образом проверить попарно все противоположащие вершины, середины граней и ребер.

При нахождении осей симметрии необходимо помнить, что оси симметрии проходят: 1) через тело кристалла, 2) через вершины, в которых сходятся одинаковые ребра и грани (порядок оси равен числу сходящихся ребер и может быть 3-го, 4-го и 6-го порядка, 3) через середины противоположных граней, если они параллельны и являются правильными треугольниками, квадратами,

ромбами и прямоугольниками, 4) через середины параллельных или накрест параллельных ребер, при этом порядок оси равен 2.

Плоскости симметрии определяются путем мысленного разделения фигуры на две зеркально равные части, располагающиеся относительно друг друга как предмет и его зеркальное отображение. Такие плоскости следует определять по всем граням и углам фигуры.

После определения элементов симметрии записывается кристаллографическая формула симметрии. По формуле симметрии определяется вид симметрии, затем – единичные направления, а по ним определяется сингония и категория. Правильность определения вида симметрии, сингонии, а также класса симметрии устанавливается по табл. 1.

Результаты определений заносятся в таблицу по следующей форме:

Название фигуры	Элементы симметрии					
	Центр симметрии (инверсии)	Оси второго порядка	Оси третьего порядка	Оси четвертого порядка	Оси шестого порядка	Плоскости симметрии

Продолжение таблицы

Формула симметрии	Вид симметрии	Класс симметрии	Сингония	Категория
-------------------	---------------	-----------------	----------	-----------

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой кристаллическое вещество и чем оно отличается от аморфного?
2. Какие тела называются анизотропными?
3. Что такое ось симметрии?
4. Какие элементы симметрии обозначаются как $3L_2$, L_{i6} , $7P$?
5. Поясните формулу $3L_44L_36L_29PC$ и назовите вид симметрии, сингонию, категорию.
6. Как различаются кристаллы средней высшей категории?
7. Почему не может быть осей симметрии 5-го и 7-го порядков?
8. Что отличает ромбическую и гексагональную сингонии?
9. В кристаллах какой сингонии отсутствует центр симметрии?
10. Как записываются элементы симметрии в международной системе?