

УДК 681.325.3

П.П. Урбанович, проф., д-р техн. наук,
Н.В. Пацей, ст. преп., канд. техн. наук,
Д.М. Романенко, ассист., Д.В. Шиман, асп. (БГТУ. г. Минск)
**ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
МНОГОУРОВНЕВЫХ ТУРБО КОДОВ**

Одним из фундаментальных свойств МТК является то, что они позволяют достигать высокой производительности из-за небольшого разнообразия кодовых слов низкого веса, которое называется эффект прореживания (уточнения) спектра [1]. Для J -размерного ($J \geq 2$) МТК с унифицированными перемежителями среднее количество

низковесовых кодовых слов уменьшается на коэффициент $N^{(J-1)}$, где N - размер перемежителя. Эффект прореживания спектра может быть достигнут только когда составные коды рекурсивны [1]. Иногда составные коды с обратной связью используются для улучшения сходимости МТК, но они не улучшают весовой спектр кода.

1. Сходимость.

Внешняя характеристика передачи информации определяется как общая функция преобразования входа SISO декодера и выхода:

$$I_e = T(I_o, E_b / N_0).$$

Таким образом, I_e рассматривается как функция входа априорной информации I_o и канального отношения сигнал шум (SNR). Вход и выходы общей информации I_o и I_e могут быть рассчитаны из условного выражения функции распределения вероятности PDF (probability density function) соответственно $P(L_o = \xi | u_i)$ и $P(L_e = \xi | u_i)$:

$$I_o = I[u_i; L_o(u_i)] = \frac{1}{2} \sum_{u_i=0,1} \int_{-\infty}^{\infty} P(L_o = \xi | u_i) \log_2 \frac{2P(L_o = \xi | u_i)}{P(L_o = \xi | u_i = 0) + P(L_o = \xi | u_i = 1)} d\xi,$$

$$I_e = I[u_i; L_e(u_i)] = \frac{1}{2} \sum_{u_i=0,1} \int_{-\infty}^{\infty} P(L_e = \xi | u_i) \log_2 \frac{2P(L_e = \xi | u_i)}{P(L_e = \xi | u_i = 0) + P(L_e = \xi | u_i = 1)} d\xi,$$

где существует допущение, что $P(u_i = 0) = P(u_i = 1) = 1/2$. Вход априорной LLR $L_o(u_i)$ часто моделируется симметричной случайной Гауссовской переменной с распределением вероятности:

$$P(L_o = \xi | u_i) = \frac{1}{\sqrt{4\pi n_a}} e^{-\frac{(\xi - (1-2u_i)n_a)^2}{4n_a}}$$

Значительную сложность при вычислении порога сходимости J -мерного ($J > 2$) МТК является необходимость определения не только характеристик передачи J элементарных составных декодеров, но также и метода объединения внешних информационных выходов $J - 1$ декодеров для формирования априорного входа.

2. Минимальное расстояние.

Вычисление минимального расстояния или спектра расстояний необходимо для оценки и коррекции перемежителей, входящих в состав МТК. Для упрощения анализа минимального расстояния МТК/турбо кодов была предложена концепция итогового расстояния [4]. Итоговое расстояние - свойство только перемежителя и может использоваться для характеристики турбо кода с рекурсивными составными кодерами. Итоговое расстояние может использоваться для вы-

числения минимального расстояния. J перемежителей кода могут быть описаны матрицей

$$P^{(j)} = (p_{i,k}^{(j)})$$

размера $N \times N$, которая имеет одну 1 в каждом столбце и строке, а все остальные значения матрицы равны 0. Входная последовательность j -ого составного кодера $-u^{(j)} = u^0 P^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, J-1$.

Альтернативное определение j -ого перемежителя может быть получено из вектора индексов перестановки:

$$\pi^{(j)} = (\pi_0^{(j)}, \pi_1^{(j)}, \dots, \pi_{N-1}^{(j)}),$$

где $0 \leq \pi_i^{(j)} \leq N-1, i = 0, 1, \dots, N-1$, $\pi_{i_1}^{(j)} \neq \pi_{i_2}^{(j)}$, если $i_1 \neq i_2$ и $\pi_i^{(j)}$ такое что, $p_{i, \pi_i^{(j)}}^{(j)} = 1$, т.е. не нулевое в строке i перестановочной матрицы $P^{(j)}$. Если предположить что, $\pi^{(0)} = (0, 1, \dots, N-1)$, то комбинирование 0-ой и $J-1$ перестановок может быть описано индексной перестановочной матрицей:

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & N-1 \\ \pi_0^{(1)} & \pi_1^{(1)} & \dots & \pi_{N-1}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_0^{(J-1)} & \pi_1^{(J-1)} & \dots & \pi_{N-1}^{(J-1)} \end{pmatrix}.$$

Кроме этого, МТК характеризуется рядом N векторов позиций:

$$\phi_i = (i, \pi_i^{(1)}, \dots, \pi_i^{(J-1)}), i = 0, 1, \dots, N-1.$$

Вектор позиций дает координаты N не нулевых значений в J -мерном массиве перестановок P . Последовательность N позиционных векторов для J -мерной перестановки Π может быть обозначено $\Phi_N = \{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{N-1}\}$.

Компоненты позиционных векторов ϕ_i – целые и принадлежат целому кольцу $R_N = Z/NZ$, т.е. целые числа по модулю N . Такое определение вводит метрику в R_N^J и называется l_1 -метрикой.

Таким образом, расстояние $\|\phi_{i_1}, \phi_{i_2}\|$ между двумя векторами $\phi_{i_1}, \phi_{i_2} \in R_N^J$: $\phi_{i_k} = (i_k, \pi_{i_k}^{(1)}, \dots, \pi_{i_k}^{(J-1)})$, $k = 1, 2$ определяется как

$$\|\phi_{i_1}, \phi_{i_2}\| \stackrel{\text{def}}{=} |i_1 - i_2|_N + \sum_{j=1}^{J-1} |\pi_{i_1}^{(j)} - \pi_{i_2}^{(j)}|_N,$$

где $|x - y|_N \stackrel{\text{def}}{=} \min(|x - y|, N - |x - y|)$.

Как уже упоминалось ранее, итоговое расстояние – свойство исключительно перемежителя и не зависит от составных элементарных

кодов. Тогда, итоговое расстояние $D_2(\phi_i, \phi_{i_2})$ длины-2 для двух позиционного вектора $\Phi_2 = \{\phi_i, \phi_{i_2}\}$ определяется как:

$$D_2(\phi_i, \phi_{i_2}) = \|\phi_i, \phi_{i_2}\|.$$

Итоговое расстояние $D_2(\phi_i, \phi_{i_2})$ длины-2 может быть использовано для нижней границы весов кодовых слов многоуровневых турбо кодов, генерируемых входной последовательностью с двумя «1» в позициях i_1 и i_2 .

Для J -размерного МТК асимптотическая верхняя граница определяется как $O\left(N^{\frac{J-1}{J}}\right)$, где N - размер перемежителей.

МТК могут достигать более низких порогов сходимости и имеют большее минимальное расстояние по сравнению с турбо кодами, что дает лучшие рабочие характеристики в обеих, лавинной области и области порога ошибки кривой распространения ошибок BER.

Заключение.

При высокой пропускной способности канала сигнально кодовые схемы на основе многоуровневых турбо кодов позволяют достигать более низкой вероятности BER при не высокой сложности построения систем кодирования по сравнению с известными кодами. МТК имеют хорошую производительность и высокую гибкость, что делает их применение широко распространенным.

Цель проведения дальнейших работ в данном направлении состоит в адаптации и оптимизации техники многоуровневого турбо кодирования для достижения требуемого уровня вероятности ошибок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Perez L., Seghers J., Costello Jr. D.J. A distance spectrum interpretation of turbo codes. // IEEE Transactions on Information Theory.- № 42: (Nov. 1996). – pp. 1698–1709.
2. Urbanovich P.P., Patsey N.V., Shyman D.V. “System of the information on the basis of a turbo coding in Matlab environment”. IV International Conference NEET’2005 – News electrical and electronic technologies and their industrial implementation, Zakopane, Poland, 2005
3. Divsalar D., Pollara F. Multiple turbo codes for deep-space communications // JPL TDA Progress Report , (May 1995). – pp. 66–77.
4. He C., Costello Jr. D. J., Huebner A., Zigangirov K. Joint interleaver design for low complexity multiple turbo codes. // In Proc. 41th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing.- Monticello, IL (Oct. 2003). – pp. 1298–1306.