Проф. В. К. ЗАХАРОВ,
доктор сельскохозяйственных наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ФОРМЫ (q_2) НА СТОЯЩИХ ДЕРЕВЬЯХ

Научные исследования закономерностей в строении насаждений, использование при научно-исследовательских работах, а также в производстве наиболее совершенных и точных таблиц объема древесных стволов по коэффициентам формы связаны с трудностью установления на стоящем дереве самого коэффициента формы q_2, представляющего отношение диаметра ствола на половине высоты его к диаметру на высоте груди (1,3 м).

Как известно, для применения таблиц по коэффициентам формы необходимо провести непосредственные измерения на стоящем дереве трех его таксационных признаков: диаметра на высоте груди d_m, высоты дерева H и коэффициента формы $q_2 = \frac{d_{1/2}}{d_m}$.

Первые два элемента измеряются без каких-либо затруднений. Наибольшие технические трудности представляет измерение q_2. Теория и практика лесной таксации разработали ряд методов для определения q_2 на стоящих деревьях. Из этих методов отметим следующие:

1. Применение различных систем дендрометров.
2. Использование корреляционной связи диаметров на доступной для измерения высоте (обычно 6 м) с диаметром на половине высоты дерева, с составлением особых таблиц для практического использования.

Дендрометры не получили распространения в производственных условиях несмотря на то, что при их помощи диаметры на половине высоты дерева измеряются достаточно точно. Причина этого—весьма большая трудоемкость самой операции в связи с затруднениями выбора удобного пункта для установки инструмента и проведения самого измерения. Кроме того, при наличии даже самого незначительного колебания воздуха, вызывающего колебание дерева, точное визирование и отсчеты до крайности затруднены, в связи с чем значительно снижается точность измерений.

В производственных условиях более распространены способы установления q_2, базирующиеся на закономерных связях диаметра на половине высоты дерева $d_{1/2}$ с другими диаметрами, расположенными ниже $d_{1/2}$, обычно на высоте 6—6,5 м от основания ствола.

Таблицы, построенные по этому принципу, дают возможность установить лишь классы формы стоящих стволов, установленные с интервалами q_2 через 0,05, но не индивидуальный коэффициент формы q_2. Помимо того, с методической точки зрения эти таблицы, построенные лишь графическим способом, без математического анализа зависимостей, не могут считаться вполне обоснованными с научной стороны.

Задачей настоящей работы является составление вспомогательных таблиц для определения q_2 на стоящих стволах сосны на основании измерения специальной мерной вилкой, укрепленной на шесте, диаметра ствола на высоте 6,5 м от его основания, а также d_m и H. Высота 6,5 м взята, как равная длине наиболее ходового размера пиловочных бревен в наших условиях.

Для составления этих таблиц использованы корреляционные связи между $d_{1/2}$ и $d_{6.5}$, т. е. между диаметрами на половине высоты ствола и на высоте 6,5 м от его основания.

В качестве основного материала были использованы карточки обмера модельных деревьев сосны. Общее число карточек моделей, взятых в сосновых насаждениях всех бонитетов от I до Va включительно, составило 2202.

В процессе обработки карточек сначала вычислялись для каждого ствола $q_2 = d_{1/2} : d_m$ и $q_{6.5} = q_{6.5} : d_m$. После этого весь материал был распределен по ступеням высоты в 1 м, а внутри таковых—по ступеням q_2 с интервалами через 0,02. Причем в графу данной ступени заносились абсолютные значения $q_{6.5}$ всех моделей по высотам и q_2.

Затем вычислялись средние $q_{6.5}$ в рамках соответствующих ступеней q_2 и H; полученные средние в дальнейшем подвергались сглаживанию.

Весь собранный основной материал распределялся по ступеням высоты, как показано в таблице 1.

При наличии 20 ступеней по q_2 и 27 ступеней по высоте обработка материалов с вычислением средних $q_{6.5}$ по высоте выявила их недостаточность для отдельных ступеней. Поэтому были созданы классы высоты с интервалами в 3 м и прежней градацией по q_2 через 0,02. В результате вместо 27 ступеней высоты было образовано 9 классов высоты. Чис-

Таблица 1

Распределение числа моделей по ступеням высоты (H)

Высота в м	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Число моделей	24	24	27	29	38	36	60	51	79	89	109	136	140	162	136	188	179	135	125	132	83	88	59	30	26	9	8
	75			103			190			334			438			502			340			177			43		

Всего 2202

Таблица 2

Распределение числа моделей по ступеням коэффициента формы q_2

q_2	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68	0,70	0,72	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86	Всего	Среднее
Число моделей	1	2	4	3	23	44	129	203	346	368	338	305	190	110	79	25	16	8	3	5	2202	$q_2 = 0,671$

ло стволов в этих классах указано в таблице 1 под скобкой.

После такого объединения материала было проведено вычисление величины корреляционной связи между $q_{6.5}$ и q_2 в границах образованных 3-метровых классах высоты. Вычисленные коэффициенты вариации и их ошибки приведены в таблице 3.

При исчислении величины n, т. е. количества потребных измерений q_2 и $q_{6,5}$ для получения их средних значений с заданной погрешностью m, применяется формула:

$$n = \sigma^2 : m^2.$$

В отношении q_2 значение m принято в 0,02, в отношении же $q_{6,5}$ $m = 0{,}014$, как величина приращения $q_{6,5}$ при увеличении q_2 на 0,02.

Как видно из данных таблицы 3 (гр. 5), наблюдается сильная корреляционная зависимость между $q_{6.5}$ и q_2 по высотам, что дает теоретическое обоснование самому методу определения q_2 на стоящем дереве.

Вычисленные коэффициенты корреляции r изменяются в пределах от 0,584 до 0,919, возрастая с увеличением высоты деревьев при незначительной величине ошибки m_2. Наименьшее значение $r = 0{,}584$ наблюдается для средней высоты 11 м; в этом случае диаметр на высоте 6,5 м расположен выше диаметра на средине высоты ствола; измерение его с требуемой точностью затруднено; легче и точнее в таком случае непосредственное измерение самого q_2.

Помимо r, в таблице 3 приводятся и другие статистические показатели.

Средние значения $q_{6.5}$ (гр. 10) указывают на плавное увеличение их с высотой деревьев.

Если взять произведения $q_{6.5}$ на средние высоты H_s по классам высоты и нанести их на график, причем на оси x откладывать высоты, а на оси y—произведения $H_s q_{6,5}$, то вершины ординат расположатся на прямых линиях, что свидетельствует о линейной зависимости между H_s и $H_s q_{6.5}$.

Сглаживание слаболоманой линии произведений $H_s q_{6.5}$ проведено нами путем вычисления линейного корреляционного уравнения, которое для данного случая будет иметь вид:

$$H_s q_{6,5} = 0{,}922\,H - 2{,}970. \qquad (1)$$

Такой же характер изменения по высотам наблюдается и в отношении коэффициента формы q_2.

Выравнивание средних значений q_2 по H проводим аналитическим путем.

Таблица 3

Статистические показатели в отношении варьирования коэффициентов формы $q_{6,5}$ и q_2

№ класса высоты	Класс высоты	Средняя высота в м	Число вариантов	Коэффициент корреляции между $q_{6,5}$ и q_2 $r \pm m_r$	Статистические показатели в отношении q_2: средняя величина q_2 и ошибка $M \pm m$	среднее квадр. отклонение σ_2	коэффициент вариации W_2	показатель точности p_2	Статистические показатели в отношении $q_{6,5}$: средняя величина $q_{6,5}$ и ошибка $M \pm m$	среднее квадр. отклонение σ_1	коэффициент вариации W_1	показатель точности p_1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	10—11—12	11,0	75	0,584 ± 0,076	0,716 ± 0,0088	0,076	12,14	1,23	0,626 ± 0,008	0,069	11,0	1,31
2	13—14—15	14,1	103	0,824 ± 0,032	0,687 ± 0,0060	0,061	8,56	0,88	0,713 ± 0,007	0,070	9,82	0,97
3	16—17—18	17,1	190	0,919 ± 0,011	0,681 ± 0,0040	0,055	7,35	0,59	0,749 ± 0,005	0,063	8,42	0,62
4	19—20—21	20,1	334	0,869 ± 0,013	0,673 ± 0,0020	0,037	4,79	0,30	0,777 ± 0,003	0,050	6,43	0,35
5	22—23—24	23,0	438	0,869 ± 0,012	0,673 ± 0,0160	0,034	4,23	0,24	0,804 ± 0,002	0,045	5,60	0,27
6	25—26—27	26,2	602	0,849 ± 0,012	0,693 ± 0,0014	0,031	3,79	0,20	0,819 ± 0,002	0,040	4,89	0,22
7	28—29—30	29,1	340	0,839 ± 0,016	0,669 ± 0,0016	0,029	3,54	0,24	0,820 ± 0,002	0,040	4,88	0,27
8	31—32—33	31,7	177	0,895 ± 0,015	0,656 ± 0,0021	0,028	3,44	0,32	0,814 ± 0,003	0,041	5,03	0,38
9	34—35—36	34,6	43	0,681 ± 0,0[illegible]2	0,644 ± 0,0081	0,053	5,31	1,25	0,840 ± 0,006	0,042	5,00	0,76
	Итого		2302		Среднее значение $q_2 = 0,671$							

Уравнение регрессии для произведения Hq_2 по высотам имеет следующий вид:

$$Hq_2 = 0,6444 \ H + 0,639. \qquad (2)$$

Выравненные средние значения q_2 по высотам легко получить с помощью данного уравнения, разделив соответствующее произведение Hq_2 на H.

Описанным путем получены выравненные средние значения $q_{6,5}$ и q_2 по высотам, приведенные в таблице 4.

Таблица 4

Н в м	Средние значения		Н в м	Средние значения		Н в м	Средние значения	
	$q_{6,5}$	q_2		$q_{6,5}$	q_2		$q_{6,5}$	q_2
10	0,625	0,708	19	0,766	0,678	28	0,816	0,667
11	0,652	0,702	20	0,744	0,676	29	0,820	0,666
12	0,675	0,698	21	0,781	0,675	30	0,823	0,666
13	0,694	0,694	22	0,787	0,674	31	0,826	0,665
14	0,710	0,690	23	0,793	0,672	32	0,829	0,664
15	0,724	0,687	24	0,798	0,671	33	0,832	0,664
16	0,736	0,684	25	0,803	0,670	34	0,835	0,663
17	0,747	0,682	26	0,808	0,669	35	0,837	0,663
18	0,757	0,680	27	0,812	0,668			

Для высоты 13 м $q_{6,5}=q_2$, так как диаметры в том и другом случае измеряются на одинаковой высоте.

Анализируя далее изменения $q_{6,5}$ по высотам в зависимости от различных значений q_2, используем следующие графические построения (рис. 1): на оси x отложим значения q_2 с интервалами через 0,02, начиная с 0,42; на оси y— средние значения $q_{6,5}$ в зависимости от q_2 по отдельным высотам (от 10 до 35 м через 1 м). В результате получаем, что для одинаковых высот вершины ординат $q_{6,5}$ по увеличивающимся значениям q_2 располагаются в основном по прямой линии и что эти прямые для разных высот параллельны друг другу. Наиболее четко это проявляется при построении таких прямых по трехметровым ступеням высоты.

Величину углового коэффициента для этих прямых вычислим в отношении трех классов высот с наибольшим количеством вариантов. Этот угловой коэффициент

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{q_{6,5} - q'_{6,5}}{q_2 - q'_2}, \qquad (3)$$

оказался равным 0,706, каковым он принят для всех высот.

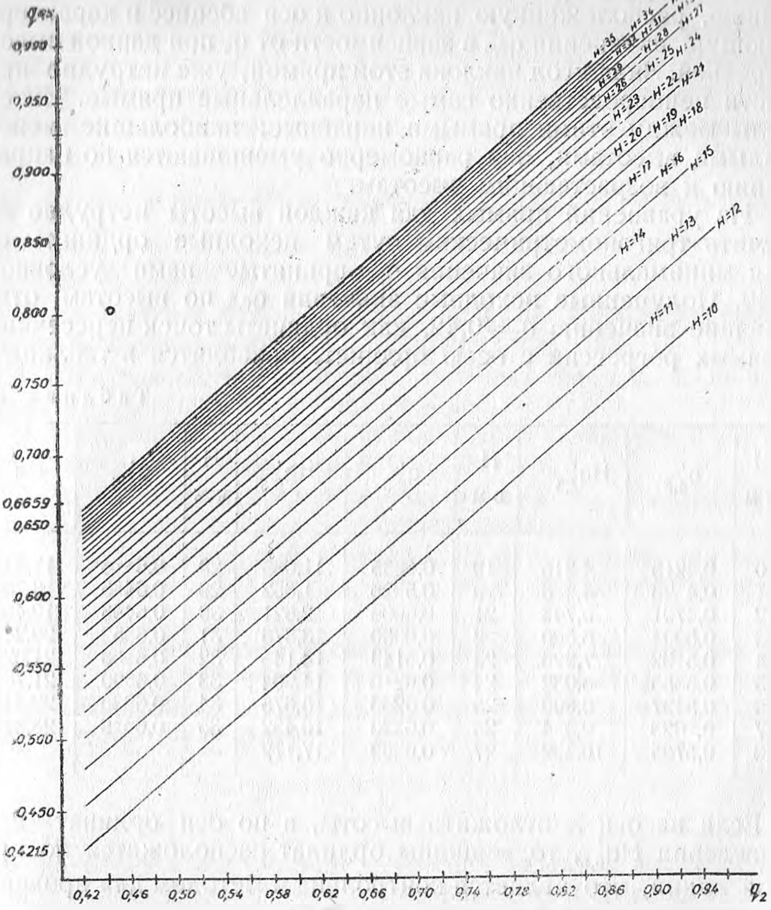

Рис. 1. Абсолютные значения коэффициентов формы $q_{6,5}$ (в тысячных долях) в зависимости от высоты (Н) и коэффициентов формы q_2.

Прямолинейный характер изменения $q_{6,5}$ по высотам свидетельствует о функциональной зависимости между $q_{6,5}$ и q_2 в рамках одинаковых высот.

Для построения прямых по уравнению

$$y = ax + b$$

$$\text{или } q_{6,5} = 0{,}706 q_2 + b \qquad (4)$$

через однометровые интервалы высот используем данные средних значений $q_{6,5}$ и q_2 по высотам, приведенные в таблице 4.

Нанеся на график попарно точки пересечений средних значений $q_{6.5}$ и q_2 для данной высоты, мы получим прямую линию, расположенную наклонно к оси абсцисс и характеризующую изменения $q_{6,5}$ в зависимости от q_2 при данной высоте деревьев. Зная угол наклона этой прямой, уже нетрудно провести непосредственно самые параллельные прямые. Интервалы между этими прямыми неравные: наибольшие между малыми высотами, они равномерно уменьшаются по направлению к возрастающим высотам.

Из уравнений прямых для каждой высоты нетрудно получить тригонометрическим путем исходные ординаты $q_{6,5}$ для минимального значения q_2, принятые нами условно в 0,42. Полученные исходные значения $q_{6,5}$ по высотам, отвечающие значению $q_2=0,42$, как ординаты точек пересечения прямых регрессии с осью ординат, приводятся в таблице 5.

Таблица 5

H в м	$q'_{6,5}$	$Hq'_{6,5}$	H в м	$q'_{6,5}$	$Hq'_{6,5}$	H в м	$q'_{6,5}$	$Hq'_{6,5}$
10	0,4215	4,215	19	0,5835	11,086	28	0,6414	17,946
11	0,4[illegible]26	4,978	20	0,5926	11,852	29	0,6456	18,734
12	0,4791	5,748	21	0,6006	12,621	30	0,6496	19,488
13	0,5004	6,500	22	0,6080	13,376	31	0,6[illegible]5[illegible]	20,243
14	0,5[illegible]92	7,226	23	0,6148	14,145	32	0,6566	21,024
15	0,5355	8,032	24	0,6210	14,904	33	0,6600	21,780
16	0,5497	8,800	25	0,6266	15,675	34	0,6630	22,542
17	0,5623	9,554	26	0,6320	16,432	35	0,6659	23,310
18	0,5735	10,332	27	0,6369	17,172	—	—	—

Если на оси x отложить высоты, а по оси ординат—произведения $Hq'_{6,5}$, то вершины ординат расположатся по прямой линии, что является контрольным методом для проверки правильности вычисленных величин $q'_{6,5}$.

Располагая полученными таким путем исходными величинами $q_{6,5}$ по высотам, нетрудно уже вычислить приращения $q_{6,5}$ в зависимости от увеличения q_2. С этой целью используем формулу:

$$\Delta_{q'_{6,5}} = \Delta_{q_2} \cdot \mathrm{tg}\alpha = \Delta_{q_2} \cdot 0,706. \qquad (5)$$

Для интервалов q_2 в 0,02 приращение по $q'_{6.5}$ $\left(\Delta_{q'_{6,5}}\right)$ составит $0,02 \cdot 0,706 = 0,01412$; для 0,01 $\Delta_{q'_{6,5}} = 0,01 \cdot 0,706 = 0,00706$.

Суммируя вычисленные таким путем приращения $q_{6.5}$ с исходной величиной (b), в рамках данной высоты получим коэффициенты $q_{6,5}$, отвечающие соответствующим значениям q_2.

Этим путем и составлена таблица 6, на основе которой может быть определен коэффициент формы q_2 на стоящих деревьях по высоте $q_{6,5}$ и которую мы предлагаем для практического использования как при научных исследованиях, так и при разрешении производственных вопросов. Например, высота дерева—27 м, $q_{6,5}=\frac{d_{6,5}}{d_m}=0,82$, соответствующий коэффициент формы $q_2=0,68$. В таблице 6 абсолютные значения $q_{6,5}$ даны в тысячных долях.

Предлагаемый метод определения q_2 на стоящих деревьях может быть использован в следующих случаях:

1. При таксации постоянных пробных площадей, на которых не допускается рубка моделей.
2. При изучении формы стволов древостоев как с научными, так и с производственными целями.
3. В целях применения таблиц объема по коэффициентам формы для таксации древесных запасов.
4. Для таксационной характеристики и вычисления запасов древостоев при работах по учету лесного и лесосечного фонда.
5. При определении объемов древесных стволов как на корню, так и срубленных, по формуле $V=g_m H \cdot f$ на основе трех измерений: H, d_m и q_2, причем видовое число f или вычисляется по формуле

$$f=0,14+0,66q_2^2+\frac{0,32}{q_2 H}, \tag{6}$$

или же берется из таблицы всеобщих видовых чисел проф. М. Е. Ткаченко по высоте и коэффициенту формы q_2. Средняя погрешность в объемах древесных стволов, вычисленная вышеуказанным способом, при тщательных измерениях не будет иметь расхождения с вычислениями при помощи сложной формулы срединного диаметра.

В заключение добавим, что для определения среднего значения q_2 древостоя с заранее заданной относительной точностью в p процентов потребное количество наблюдений вычисляется по формуле

$$n=W^2 : p^2. \tag{7}$$

Так, при W=5 проц. и P=1 проц. $n=\frac{25}{1}=25$ измерений q_2, взятых по способу случайной выборки. При наличии же корреляционной связи q_2 с высотой H, выраженной,

Абсолютные значения коэффициентов $q_{6,5}$ в тысячных долях в

q_2 / H в м	0,42	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66
10	0,4215	0,436	0,450	0,464	0,478	0,492	0,506	0,520	0,534	0,549	0,563	0,577	0,591
11	4526	467	481	495	509	523	537	551	565	580	594	608	622
12	4791	493	507	521	536	550	564	578	592	606	620	634	649
13	5004	515	529	543	557	571	585	599	613	627	642	656	670
14	5192	533	547	562	576	590	604	618	632	646	660	675	689
15	5355	550	564	578	592	606	620	634	648	663	677	691	705
16	5497	574	578	602	616	620	634	649	663	677	691	705	719
17	5623	576	591	605	619	633	647	661	675	689	704	718	732
18	5735	588	602	616	630	644	658	672	686	701	715	729	743
19	5835	598	612	626	640	654	668	682	69[illegible]	711	725	739	753
20	5926	607	621	635	649	663	677	691	706	720	734	748	762
21	6006	615	629	643	657	671	685	699	714	728	742	756	770
22	6080	622	636	650	664	679	693	707	721	735	749	763	777
23	6148	629	643	657	671	685	700	714	728	742	756	770	784
24	6210	635	649	663	677	692	706	720	734	748	762	776	790
25	6266	641	655	669	683	697	711	72[illegible]	740	754	768	782	796
26	6320	646	660	674	688	703	717	731	745	759	773	787	801
27	6369	65	665	679	693	707	722	736	750	764	778	792	806
28	6114	656	670	684	698	712	726	740	754	768	783	797	811
29	6456	6[illegible]0	674	688	702	716	730	745	759	773	787	801	815
30	6495	664	678	692	706	720	734	748	763	777	791	805	819
31	6532	667	681	696	710	724	738	750	766	780	794	809	823
32	6566	681	695	709	723	727	741	755	770	784	798	812	826
33	6600	674	688	702	716	731	745	759	773	787	801	815	829
34	6630	677	691	705	719	734	748	762	776	790	804	818	832
35	6659	680	694	708	722	737	751	765	779	793	807	821	835

Таблица 6

зависимости от высот (H) и коэффициентов формы q_2

0,68	0,70	0,72	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88	0,90	0,92
0,605	0,620	0,633	0,647	0,662	0,676	0,690	0,704	0,718	0,732	0,746	0,760	0,775
636	650	664	679	693	707	721	735	749	763	777	791	806
663	677	691	705	719	733	747	762	776	790	804	818	832
684	698	712	726	740	755	769	783	797	811	825	839	853
703	717	731	745	759	773	787	802	816	830	844	858	872
719	733	747	761	776	790	804	818	832	846	860	874	889
733	747	762	776	790	804	818	832	846	860	874	889	903
746	760	774	788	802	816	831	845	859	873	887	901	915
757	771	785	799	814	828	842	856	870	884	898	912	926
767	781	795	809	824	838	852	866	880	894	908	924	937
776	790	804	819	833	847	861	875	889	903	917	931	846
784	798	812	827	841	855	869	883	897	911	925	939	954
792	806	820	834	848	862	876	890	905	919	933	947	961
798	812	827	841	855	869	883	897	911	925	940	954	968
805	819	833	847	861	875	889	903	918	932	946	960	974
810	824	838	853	867	881	895	909	923	937	951	965	980
816	8[illegible]0	844	858	872	886	900	914	929	943	957	971	—
820	835	849	863	877	891	905	919	933	948	962	976	—
825	839	853	867	881	896	910	924	938	952	966	—	—
829	843	857	872	886	900	914	928	942	956	970	—	—
833	847	861	876	890	904	918	932	946	960	974	—	—
837	851	8[illegible]5	879	893	907	921	936	950	964	—	—	—
840	854	868	883	897	911	925	939	953	967	—	—	—
844	858	872	886	900	914	928	942	957	971	—	—	—
847	861	875	889	903	917	931	945	960	—	—	—	—
949	864	878	892	906	920	934	948	962	—	—	—	—

например, коэффициентом корреляции $r=0,837$, потребное число наблюдений уменьшается и вычисляется по формуле

$$n=\frac{W^2}{p^2}\cdot(1-r^2) \qquad (8)$$

и для нашего примера составит

$$n=\frac{25}{1}=(1-0,837^2)=25\cdot 0,3\approx 8.$$

Для аналогичных вычислений потребного количества измерений при заранее заданной погрешности, выраженной в абсолютной величине, используется формула

$$n=\sigma^2 : m^2 \qquad (9)$$

или же

$$n=(\sigma^2 : m^2)(1-r^2). \qquad (10)$$