1) При использовании системы подчиненного управления с П и ПИД регуляторами мы имеем малый выигрыш в быстродействий и немного меньшие начальные токи, но при этом система плохо реагирует на изменение момента сопротивления.

2)При использовании системы подчиненного управления с ПИ и ПИД регуляторами мы имеем систему реагирующую на изменение параметров за счет чего рекомендуется использовать именно ее.

3)При использовании системы подчиненного управления с П и ПИД или ПИ и ПИД, но при этом имея ограничение по максимально допустимому току двигателя, видно, что система имеющая более простую структура выигрывает за счет одинаковости реакций системы.

УДК 684.5

Студ. А.А. Василевич, А. Н. Павловец
Науч. рук. доц. И.Ф. Кузьмицкий, доц.Жарский С.Е.
(кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники, БГТУ)

МЕТОД ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА

Функция Ляпунова представляет собой скалярную функцию, заданную на фазовом пространстве системы, с помощью которой можно доказать устойчивость положения равновесия. *Метод функций Ляпунова* применяется для исследования устойчивости различных дифференциальных уравнений и систем. Ниже мы ограничимся рассмотрением автономных систем

$$X' = f(X) \quad \text{или} \quad \frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

имеющих нулевое положение равновесия $X \equiv 0$.

Предположим, что в некоторой окрестности U начала координат задана непрерывно дифференцируемая функция

$$V(X) = V(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Пусть $V(X) > 0$ для всех $X \in U \setminus \{0\}$, а в начале координат $V(0) = 0$. Такими функциями являются, например, функции вида

$$V(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^2, \quad V(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^4, \quad a, b > 0.$$

Найдем полную производную функции $V(X)$ по времени t:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} + \ldots + \frac{\partial V}{\partial x_n}\frac{dx_n}{dt}.$$

Это выражение можно записать в виде скалярного произведения двух векторов:

$$\frac{dV}{dt} = \left(\operatorname{grad} V, \frac{dX}{dt}\right), \quad \text{где} \quad \operatorname{grad} V = \left(\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial V}{\partial x_n}\right), \quad \frac{dX}{dt} = \left(\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \ldots, \frac{dx_n}{dt}\right).$$

Здесь первый вектор представляет собой *градиент* функции $V(X)$, т.е. он всегда направлен в сторону наибольшего возрастания функции $V(X)$. Как правило, функция $V(X)$ возрастает при удалении от начала координат, т.е. при условии $|X| \to \infty$. Второй вектор в скалярном произведении − это вектор скорости движения. В любой точке он направлен по касательной к фазовой траектории.

Рассмотрим случай, когда производная функции $V(X)$ в окрестности U начала координат отрицательна:

$$\frac{dV}{dt} = \left(\operatorname{grad} V, \frac{dX}{dt}\right) < 0.$$

Это означает, что угол φ между вектором градиента и вектором скорости больше 90°. Для функции двух переменных это схематически показано на рисунках 1 и 2.

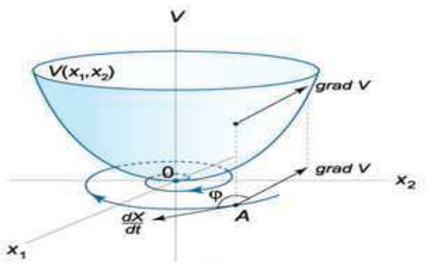

Рис.1

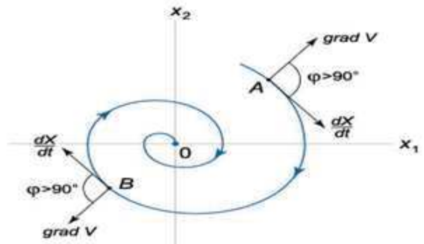

Рис.2

Очевидно, что если производная dV/dt вдоль фазовой траектории всюду отрицательная, то траектория движения стремится к началу координат, т.е. система является устойчивой. В противном случае, когда производная dV/dt положительна, траектория стремится от начала координат, т.е. система является неустойчивой.

Перейдем к строгим формулировкам.

Функция $V(X)$, непрерывно дифференцируемая в некоторой окрестности U начала координат, называется *функцией Ляпунова* автономной системы

$$X' = f(X),$$

если выполнены следующие условия:

1. $V(X) > 0$ для всех $X \in U \setminus \{0\}$;
2. $V(0) = 0$;
3. $dV/dt \le 0$ для всех $X \in U$.

Пример. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\frac{dx}{dt} = x^3 + y, \quad \frac{dy}{dt} = x + y^3.$$

Решение. Исходя из вида правых частей уравнений, можно заметить, что производные dx/dt, dy/dt будут возрастать для точек в первом квадранте плоскости O_{xy} (при x>0, y>0). Поэтому можно предположить, что система является неустойчивой. Для доказательства воспользуемся теоремой Четаева. Пусть функция V(X) имеет вид

$$V(\mathbf{X}) = V(x, y) = x^2 - y^2.$$

Эта функция является положительно определенной в подобласти U_1, в которой выполняется неравенство |x|>|y|. Вычислим производную dV/dt в силу данной системы и определим ее знак в подобласти U1.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{dy}{dt} = 2x\left(x^3 + y\right) - 2y\left(x + y^3\right) = 2x^4 + \cancel{2xy} - \cancel{2xy} - 2y^4 = 2\left(x^4 - y^4\right).$$

Видно, что производная dV/dt также является положительно определенной в подобласти U1, определяемой соотношением |x|>|y|. Кроме того, функция V(X) равна нулю на границе области U_1, включая точку (0,0). Таким образом, выполняются все условия теоремы Четаева. Следовательно, нулевое решение системы *неустойчиво*.

Вычислив собственные значения якобиана линеаризованной системы, можно убедиться, что нулевое положение равновесия является *седлом*:

$$J = \left.\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{pmatrix}\right|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \left.\begin{pmatrix} 3x^2 & 1 \\ 1 & 3y^2 \end{pmatrix}\right|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\det(J - \lambda I) = 0, \Rightarrow \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0, \Rightarrow \lambda^2 - 1 = 0, \Rightarrow \lambda^2 = 1, \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm 1.$$

УДК 338.2:004

Студ. С.А. Селиверстов
Науч. рук. доц. А.Н. Гаврилов
(кафедра информационных и управляющих систем, ФГБОУ ВО ВГУИТ)

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ НА МОЛОЧНОМ ЗАВОДЕ

Любое производство осуществляется в пространстве и во времени. При этом подходы в организации производства различны и зависят от многих составляющих. Каждое предприятие в условиях рыночной экономики самостоятельно разрабатывает принципы и суть своего производства. Основным механизмом здесь является планирование производственного процесса. Автоматизированное решение подобной задачи даёт возможность грамотно планировать, учитывать затраты, проводить техническую подготовку производства, оперативно управлять процессом выпуска продукции в соответствии с производственной программой и технологией. Очевидно, что чем крупнее производство, тем большее число процессов участвует в создании прибыли, а значит,