2. Л а з а р е н к о И.П. Модель ремонтопригодности матрицы памяти БИС ЗУ// Микроэлектроника.— 1988.— Т. 17, вып. 1.— С. 53—58.

3. А н д р е е в А.А., М о р о з о в Е.А. Моделирование выхода годных БИС в системе АРМ технико-экономического анализа маршрутов// Электронная техника. Сер. 3. Микроэлектроника.— 1990.— Вып. 3(137).— С. 44—46.

4. Г у р м а н В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.— М., Высшая школа, 1977.— С. 363—365.

5. Л а з а р е н к о И.П., М о ш к и н В.И. Физико-топологическая модель для расчета плотности дефектов БИС// Микроэлектроника.— 1987.— Т. 16, вып. 2.— С. 112—118.

6. М а н г и р Т.Э. Источники отказов и повышение выхода годных СБИС и восстанавливаемые соединения в СБИС и СБИС-пластинах// ТИИЭР.— 1984.— Т. 72, № 6.— С. 36—56. (Ч. 1).— № 12.— С. 25—32 (Ч. II).

7. Метод исследования технологии формирования межуровневых контактов межсоединений БИС с применением тестовых структур/ А.С.Валеев, Е.Н.Овчаренко, В.А.Шишко, Т.П.Трайнис// Микроэлектроника.— 1991.— Т. 20, вып. 1.— С. 26—33.

8. С а м и М., С т е ф а н е л л и Р. Перестраиваемые архитектуры матричных процессорных СБИС// ТИИЭР.— 1986.— Т. 74, № 5.— С. 107—118.

Статья поступила 30 декабря 1991 г.

УДК 621.3.049.771.14.019.3

С.А.Майоров, П.П.Урбанович

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФЕКТОВ В МИКРОСХЕМАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ОЗУ

Приведен сравнительный анализ методов определения характеристик распределения группирующихся дефектов в БИС ОЗУ. Показано, что наибольшую точность оценки параметров распределений обеспечивает метод наименьших потерь. Даны практические рекомендации по использованию рассмотренных методов.

Одно из направлений нейтрализации возникающих на кристаллах памяти дефектов (в процессе производства БИС) – реализация методов структурной избыточности. Для описания статистических характеристик дефектов пользуются аналитическими моделями, что дает возможность оптимизировать объем ввозимого резерва (по критериям, например, максимального выхода годных приборов, минимальной временной избыточности и др.) на этапе проектирования устройства.

Экспериментальные статистические результаты [1, 2] показывают, что распределение дефектов по площади кристалла отличается от пуассоновского. Наблюдается тенденция к группированию дефектов как на пластине, так и на отдельных кристаллах. Такое распределение практически адекватно обобщенному отрицательному биномиальному распределению (ООБР), параметрами которого являются среднее число дефектов на фиксированной площади кристалла (на всем кристалле) λ и параметр α, характеризующий степень группирования дефектов [3]. В соответствии с этим вероятность $P(x)$ появления x дефектов может быть рассчитана с помощью выражения

$$P(x) = \Gamma(x+\alpha(\lambda/\alpha)^{x}/[\Gamma(\alpha)(1+\lambda/\alpha)^{x+\alpha}x!] \qquad (1)$$

или в другом виде с учетом площади кристалла S

$$P(x,S) = \{\Gamma(x+c/b)\exp[-(x+c/b)bS]\times$$
$$\times[\exp(bS)-1]^{x}\}/[\Gamma(c/b)x!], \qquad (2)$$

где c и b можно интерпретировать как плотность дефектов и некоторый коэффициент взаимного влияния дефектов соответственно, $\Gamma(\cdot)$ – γ-функция. Из тождественности (1) и (2) следует, что $\alpha = c/b$, $\lambda = (e^{bS}-1)\alpha$. Определение λ на основе статистических выборок не представляется сложным. Основная трудность при использовании ООБР состоит в определении α и взаимосвязи обоих параметров (α и λ).

В [4] описан подход к определению α, известный под названием метод "окна" (МО), который использовался для установления степени группирования кристаллов с дефектами на целой полупроводниковой пластине. Суть его – в условном разбиении пластины на "окна", содержащие 1, 2 либо 4 смежных кристалла, и подсчете отношений Y_i окон определенного типа с дефектными кристаллами к общему числу окон того же типа ($i = 1, 2, 4$). Дальнейшее действие заключается в приближении выражений вида

$$Y_i' = (1+i\lambda/\alpha)^{-\alpha} \qquad (3)$$

к реальным данным Y_i по методу наименьших квадратов.

Анализ показал, что наряду со сравнительной простотой в использовании, методу присущи недостатки, связанные с потерей (или отсутствием учета) информации о числе дефектов на кристалле, что может привести к занижению λ. Кроме того, одним и тем же значениям Y могут соответствовать различные значения (пары) λ и α, что затрудняет использование метода для оптимизации выхода годных (объема избыточных блоков) БИС ЗУ с резервированием элементов накопителя.

Цель настоящей работы – исследование других методов определения λ и α (имеется в виду оценка параметров λ и α), их (в том числе и вышеописанного метода) сравнительный анализ на основе реальных статистических результатов и выработка практических рекомендаций.

Методы определения параметров λ и α

Рассматриваемые ниже методы в общем виде известны и используются в некоторых приложениях теории статистических испытаний и статистической радиотехники. Общие подходы к оценке параметров распределений применим к конкретному случаю и связанному с этим конкретному математическому закону (ООБР).

Метод моментов (ММ) заключается в определении выборочных моментов распределения (на основе реальных статистических результатов) и аналогичных теоретических моментов. Приравнивая соответствующие теоретические и экспериментальные значения моментов и решая полученную систему уравнений, находят неизвестные параметры распределения.

Из [3] с учетом соотношения (2) запишем выражение для производящих функции ООБР:

$$G(z, S) = [e^{bS} - (e^{bS} - 1)z]^{-(c/b)}$$

или с учетом вышеприведенных соотношений между α, λ и c, b

$$G(z) = [(1 - z)\lambda/\alpha]^{-\alpha}.$$

Дисперсию распределения в соответствии с [5] запишем как

$$D_x = G(z)'' + G(z)' - [G(z)']^2,$$

где G' и G'' – первая и вторая производные по z при $z = 1$. С учетом двух последних формул получаем теоретическое значение α

$$\alpha = \lambda^2/(D_x - \lambda). \qquad (4)$$

Выборочное (экспериментальное) значение среднего числа дефектов на кристалле есть

$\lambda_э = \sum_{i=1}^{n} x_i / n$, где n – число кристаллов в анализируемой выборке; $D_{xэ} = \sum_{i=1}^{n} (\lambda_э - x_i)^2/n$ – выборочное значение дисперсии. Принимая $\lambda_э = \lambda$ и $D_{xэ} = D_x$ и подставляя эти величины в (4), окончательно имеем

$$\alpha = (\lambda_э)^2/(D_{xэ} - \lambda_э); \quad \lambda_э = \sum_{i=1}^{n} x_i / n.$$

Из полученного соотношения для α виден физический смысл и численная область изменения этого параметра группирования дефектов (для рассматриваемого метода): минимальное значение α равно 0 и достигается для дисперсии, равной бесконечности, максимальное значение α равно ∞ при равенстве среднего значения и дисперсии. При этом дефекты равномерно рассредоточены по площади кристалла.

Метод максимального правдоподобия (ММП) заключается в нахождении максимальных значений функций правдоподобия, вычисленных относительно искомых значений λ и α.

Перепишем (1) с учетом формулы приведения для γ-функции $\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x)$, которое примет вид

$$P(x) = \prod_{j=0}^{x-1} (\alpha + j)(\lambda/\alpha)^x/(1+\lambda/\alpha)^{x+\alpha} x!. \qquad (5)$$

Функцию правдоподобия для (5) запишем следующим образом:

$$L(x_i, \alpha, \lambda) =$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \{ \prod_{j=0}^{x_i - 1} (\alpha + j)(\lambda/\alpha)^{x_i} / [(1+\lambda/\alpha)^{x_i + \alpha} x_i!]\}.$$

Взяв логарифм последнего соотношения и продифференцировав выражение для логарифма по α и по λ, приравняем к нулю обе производные и получим систему уравнений для оценок параметров α и λ по ММП:

$$\sum_{i=1}^{n} [\sum_{j=0}^{x_i - 1} (\frac{1}{\alpha + j}) - \frac{x_i}{\alpha} + \frac{(x_i + \alpha)\lambda}{\alpha(\alpha + \lambda)} -$$

$$- \ln(1 + \lambda/\alpha)] = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha(x_i - \lambda)}{\lambda(\alpha + \lambda)} = 0. \qquad (6)$$

С учетом того, что $\alpha \neq 0$ и $\lambda \neq 0$, второе уравнение системы (6) примет вид

$$\sum_{i=1}^{n} x_i - n\lambda = 0,$$

откуда следует оценка для λ по ММП

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} x_i / n,$$

что соответствует среднему арифметическому числа дефектов в выборке из n кристаллов, как и для ММ. После несложных преобразований первое уравнение системы (6) приведем к виду

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{x_i - 1} (\frac{1}{\alpha + j}) - \frac{n\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda(n\alpha + n\lambda)}{\alpha(\alpha + \lambda)} -$$

$$- n \ln(1 + \lambda/\alpha) = 0,$$

отсюда следует

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{x_i - 1} \frac{1}{\alpha + j} = n \ln (1 + \lambda/\alpha) .$$

Это выражение для оценки α является трансцендентным и без помощи ЭВМ его решить очень трудно.

Метод минимальных потерь (ММНП) относится к численным методам. Сущность его – в минимизации функции

$$\Delta = \sum_{i=0}^{r} (P_i - p_i)^2, \qquad (7)$$

представляющей собой суммарное отклонение теоретических значений P_i функции распределения (например, (1)), от полученных экспериментально p_i при максимальном числе дефектов на кристаллах анализируемой выборки, равном r. Минимизация Δ по переменным α и λ проводится с использованием, например, известных численных методов координатного спуска или градиентных методов [6].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФЕКТОВ

Для набора статистических данных использовали кристаллы ОЗУ емкостью 256 К. Все проверенные кристаллы можно разделить на две группы. К первой относятся устройства, в которых неработоспособным оказалось значительное, соизмеримое с общей емкостью ЗУ, число элементов памяти накопителя. Это так называемые "глухие" кристаллы. Их отношение к общему числу кристаллов составляет Y_0. Устройства второй группы содержали поддающиеся счету дефекты, которые подразделялись на дефекты отдельных ЭП, отдельных строк (полустрок) и отдельных столбцов (полустолбцов) накопителя. Усеченная гистограмма полученного распределения (в относительных единицах) приведена на рисунке. Определение параметров этого распределения (λ и α) по МО проводили с помощью нелинейного анализа [4]. Функция нелинейной регрессии имеет вид

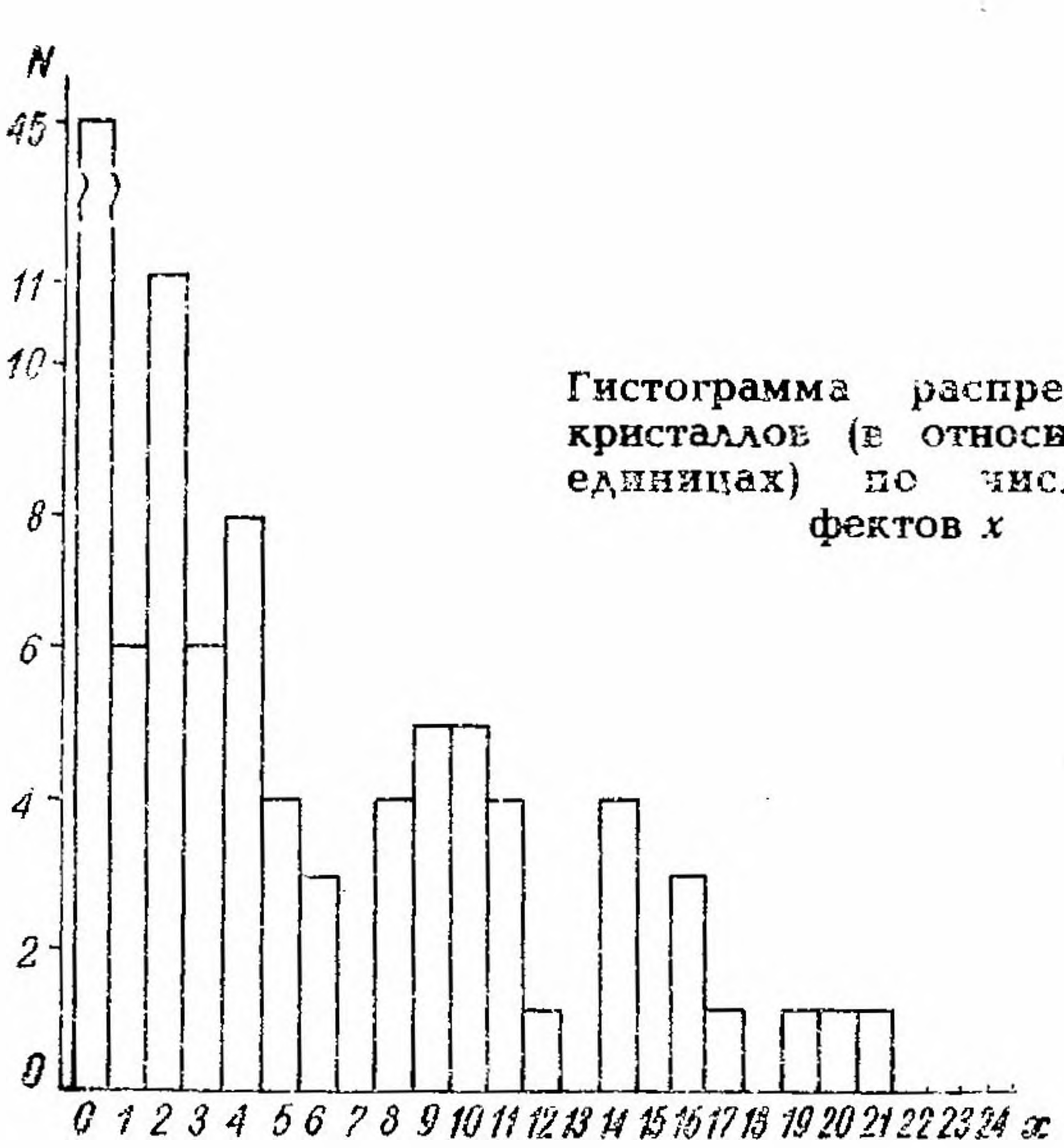
$$f = \sum_i [Y_i' - Y_i]^2, \qquad (8)$$

где Y_i' и Y_i – выход годных, рассчитанный по (3) и полученный экспериментально при $i = 1, 2, 4$.

Для нахождения α и λ необходимо задавать начальные значения этих параметров (α_0 и λ_0), которые, как оказалось, влияют на конечный результат, что свидетельствует о неустойчивости решения по МО. В табл. 1 приведены результаты, полученные при различных α_0 и λ_0, а также значение функции (8) – погрешность, – соответствующей этим начальным условиям. В дальнейшем воспользуемся значениями λ и α, соответствующими минимальной погрешности: $\lambda = 1{,}42$; $\alpha = 5{,}664$.

Для распределения, представленного на рисунке, подсчитано, что $\lambda_э = 3{,}91$, а $D_{xэ} = 16{,}28$. В соответствии с этими значениями по ММ получено значение параметра группирования дефектов $\alpha = 1{,}238$. Очевидно, что использование ММ более трудоемко, чем использование МО.

Уравнение правдоподобия (ММП) системы (6) решалось также численно. Следует отметить ус-



Гистограмма распределения кристаллов (в относительных единицах) по числу дефектов x

Таблица 1

Начальные значения		Результат		Погрешность f
λ_0	α_0	λ	α	
1	2	1,55	3,664	$7 \cdot 10^{-4}$
2	3	1,47	4,664	$5 \cdot 10^{-4}$
7	3	1,5	4,667	$5{,}3 \cdot 10^{-4}$
5	4	1,416	5,664	10^{-4}

Таблица 2

Метод	Значения параметров	Отношение $Y_т/Y_э$
МО	$\lambda=1{,}416$, $\alpha=5{,}664$	1,00
ММ	$\lambda=3{,}91$, $\alpha=1{,}238$	0,49
ММП	$\lambda=3{,}91$, $\alpha=0{,}437$	1,04
ММНП	$\lambda=7{,}552$, $\alpha=0{,}32$	1,02

Таблица 3

E, %	50	40	30	20	10	5	3	2	1	0,1
Статистика ω^2 (квантиль)	0,1184	0,1467	0,1843	0,2412	0,3473	0,4614	0,5489	0,6198	0,7435	1,1679

тойчивость решения: какие бы значения λ_0 и α_0 не задавались, решение сходилось к одним и тем же величинам – $\lambda = 3{,}91$, $\alpha = 0{,}437$. Такой же устойчивостью решения отличается и ММНП. Для нахождения требуемого решения уравнения (7) использовался метод координатного спирального спуска. При этом получено $\lambda = 7{,}55$, $\alpha = 0{,}32$.

Использование полученных значений для расчета выхода годных Y БИС ЗУ показало практически полное совпадение теоретической ($Y_т$) и экспериментальной ($Y_э$) величин для всех рассмотренных методов, за исключением ММ (результаты приведены в табл. 2). Однако само по себе совпадение значений величин P_i и p_i при $i = 0$ не гарантирует приемлемого соотношения между этими величинами при $i > 0$, что, как отмечалось выше, играет решающую роль при проектировании БИС ЗУ с резервными элементами накопителя.

ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Для проверки соответствия теоретического закона распределения кристаллов по числу дефектов экспериментально полученному распределению пользуются статистическими критериями согласия χ^2 и ω^2 [7]. Последний является более строгим и точным, так как не предусматривает объединения интервалов счета (по i), при котором возможна взаимная компенсация отклонений теоретических величин от экспериментальных.

Выборочной статистикой для критерия ω^2 является сумма квадратов отклонений между теоретической и экспериментальной функциями распределения:

$$\omega^2 = \sum_{j=0}^{r} \left[\sum_{i=0}^{j} P_i - \sum_{i=0}^{j} p_i \right]^2 .$$

Приведем значения ω^2 для параметров λ и α, полученных с использованием всех рассмотренных методов: МО – 1,1638; ММ – 0,33; ММП – 0,25; ММНП – 0,00672. Чтобы оценить полученные значения ω^2, воспользуемся рекомендациями [7], в соответствии с которыми при статистической проверке законов распределения пользуются 5 – 10 %-ным уровнем значимости E (табл. 3). Причем, чем выше E, тем меньше вероятность принятия ошибочной гипотезы, т.е. тем в меньшей степени теоретическое распределение отличается от экспериментального. Из сопоставления и анализа значений ω^2 и данных табл. 3 следует:

МО неприемлем для оценки параметров распределения кристаллов по количеству дефектов;

наиболее точным из рассмотренных методов для определения среднего числа дефектов и степени их группирования на кристалле является ММП;

методы моментов и максимального правдоподобия обеспечивают достаточную для практических применений точность определения параметров ООБР-дефектов.

ВЫВОДЫ

Сравнительный анализ методов определения параметров (среднее число дефектов и степень их группирования) распределения дефектов в БИС ОЗУ, описываемого с помощью ООБР, показал, что для установления выхода годных приборов наиболее прост и эффективен метод "окна". Однако для математического описания распределения кристаллов по числу дефектов (особенно при относительно высокой дефектности кристаллов) следует применять другие методы, в частности максимального правдоподобия или минимальных потерь. Вместе с тем метод "окна" может применяться также при расчете выхода годных резервированных приборов, если объем схем резерва соизмерим с минимальным размером окна (например, резервируется четверть накопителя). Дальнейшим шагом в использовании описанной методики оценки параметров распределений может быть прогнозирующий расчет выхода годных СБИС ЗУ более высокой степени интеграции, как это показано, например, в [8]. Все изложенные результаты получены с помощью ПЭВМ на базе программного продукта, разработанного авторами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Статистические характеристики распределения отказов в кристаллах полупроводниковых запоминающих устройств/ П.П.Урбанович, В.К.Конопелько, В.В.Лосев, А.И.Сухопаров// Изв. ВУЗов. Сер. Приборостроение.— 1983.— № 1.— С. 92.
2. Стэппер Ч.Х., Армстронг Ф.М., Садзи К. Статистические модели выхода годных интегральных схем// ТИИЭР.— 1983.— Т. 72, № 4.— С. 6.
3. Stapper C.H. Yield model for fault clusters within integrated circuits// IBM J. Res. and Develop.— 1984.— V. 28, N 6.— P. 636.
4. Stapper C.H. Large-area fault clasters and fault tolerance in VLSI circuits// IBM J. Res. and Develop.— 1989.— V. 33, N 2.— P. 162.
5. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Курс теории вероятностей.— М.: Наука, 1973.— 496 с.