УДК 517.18

Студ. С. И. Гарченко
Науч. рук. доц. Л.Д. Яроцкая
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ЛОГАРИФМЫ В ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА

Логарифмические функции широко распространены в математике и ее приложениях. По мнению многих историков, появление логарифмов оказало сильное влияние на становление многих математических концепций, в том числе: формирование понятия и признание иррациональных и трансцендентных чисел, появление показательной функции, числа Эйлера, развитие теории разностных и дифференциальных уравнений различных типов.

Цель данной работы – изучить практические применения логарифмов и логарифмической функции в некоторых областях науки, техники и в повседневной жизни человека.

Звезды, шум и логарифмы. Казалось бы, это совершенно несвязанные друг с другом вещи. Но оказывается, громкость шума и яркость звезд оцениваются одинаковым образом – по логарифмической шкале. Астрономы делят звезды по степени яркости на видимые и абсолютные звездные величины – звезды первой величины, второй, третьей и т. д. Последовательность видимых звездных величин, воспринимаемых глазом, представляет собой арифметическую прогрессию. Но физическая их яркость изменяется по иному закону: яркости звезд составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5. Поэтому "величина" звезды представляет собой логарифм ее физической яркости. Оценивая яркость звезд, астрономы оперируют таблицей логарифмов, составленной по основанию 2,5.

Аналогично оценивается и громкость шума. Последовательность степени громкости 1 бел, 2 бела и т. д. составляют арифметическую прогрессию. Физические же величины, характеризующие шумы (энергия, интенсивность звука и др.), составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 10. Громкость, выраженная в белах, равна десятичному логарифму соответствующей физической величины. Например, тихий шелест листьев оценивается в 1 бел, громкая разговорная речь в 6,5 бела, рычанье льва в 8,7 бел, шум Ниагарского водопада – 9 бел. Отсюда следует, что по силе звука разговорная речь превышает шелест листьев в $10^{6,5-1}=10^{5,5}=316000$ раз, львиное рычанье сильнее громкой речи в $10^{8,7-6,5}=10^{2,2}=158$ раз.

Логарифмы и ощущения. Человеческое восприятие многих явлений хорошо описывается логарифмическим законом. Закон Вебера

− Фехнера − эмпирический психофизиологический закон, заключающийся в том, что интенсивность ощущения пропорциональна логарифму интенсивности стимула (громкости звука, яркости света и др.):

$$p = k \ln \frac{S}{S_0},$$

гдеS−значение интенсивности раздражителя,S_0 — нижнее граничное значение интенсивности раздражителя, при котором{\displaystyle S<S_{0}} раздражитель совсем не ощущается, k− константа, зависящая от субъекта ощущения.

Закон Фиттса − чем дальше или точнее выполняется движение организма, тем больше коррекции необходимо для его выполнения и тем дольше эта коррекция исполняется, а именно:

$$T = a + b \log_2 \left(\frac{D}{W} + 1 \right),$$

гдеT − среднее время, затраченное на совершение действия,a – среднее время запуска/остановки движения,b – величина, зависящая от типичной скорости движения,D –расстояние от точки старта до центра цели, W – ширина цели, измеренная вдоль оси движения.

Время T (мс) на принятие решения при наличии выбора можно оценить по закону Хика

$$T = a + b \log_2 (n+1),$$

где n – количество вариантов.

Логарифмическая спираль. Ряд биологических форм и явлений (например, раковины улиток и моллюсков, океанские волны, чешуйки сосновой шишки, галактики открытого космоса, ураганы и др.) хорошо описывается логарифмической спиралью − кривой, у которой касательная в каждой точке образует с радиус-вектором в этой точке один и тот же угол, т. е. прирост радиуса на единицу длины окружности постоянен:

$$\theta = \frac{1}{b} \ln \frac{r}{a},$$

где θ – угол отклонения точки от нуля, r − радиус-вектор точки, a – коэффициент, отвечающий за радиус витков, b – коэффициент, отвечающий за расстояние между витками.

Логарифмы в музыке. Положим, что ноте “до” самой низкой октавы – будем ее называть нулевой – соответствует частота, равная n колебаниям в секунду. В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего, т.е. эти частоты соотносятся как 1 : 2. Тогда ноте “до” первой октавы будут соответствовать $2n$ колебания в сек., а ноте “до” m-ой октавы − $n \cdot 2m$ колебания в сек. и так далее. Тогда высоту, т.е. частоту любого звука можно выразить формулой:

$$N_{mp} = n \cdot 2^m \left(\sqrt[12]{2}\right)^p,$$

здесьp − номер ноты хроматической гаммы рояля. Логарифмируя эту формулу, получим:

$$\lg N_{mp} = \lg n + \left(m + \frac{p}{12}\right)\lg 2.$$

Принимая частоту самого низкого “до” за единицу (n = 1) и приводя все логарифмы к основанию 2, имеем:

$$\log_2 N_{mp} = m + \frac{p}{12}.$$

Как сказал знаменитый французский философ и математик Жан Кондорсе, “гениальное изобретение логарифмов, упрощая арифметические операции, облегчает все применения вычисления к реальным предметам и, таким образом, расширяет сферу всех наук”. Поистине безграничны приложения логарифмической функции и логарифмов в самых различных областях науки и техники. Выполняя данную работу, я сделала для себя открытие, что логарифмы и логарифмическая функция помогли человеку следовать путём технического прогресса и объяснить многие тайны природы, человеческих ощущений. Быть может человечество стоит на пороге новых революционных открытий, и поможет нам в этом«царица наук»- математика!

УДК 515.12

Студ. Е. В. Никонов
Науч. рук. доц. Л. Д. Яроцкая
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ЛЕНТА МЁБИУСА В ХИМИИ

Одним из загадочных объектов топологии является лента Мёбиуса – неориентированная поверхность с одной стороной. Этим она отлична от многих других объектов, которые могут встретиться в повседневной жизни. Например, если ее разрезать вдоль средней линии, то получится не два кольца, а одно кольцо вдвое большего диаметра. Характерные свойства ленты Мёбиуса, такие как односторонность, непрерывность, отсутствие ориентированности, являются неиссякаемым источником для творчества писателей, художников, фокусников, но и имеют вполне реальные области применения в науке, технике и быту.