5 Эльконин. Д.Б. Психология игры / Д.Б. Эльконин. – М.: Просвещение, 1987. – 350 с.

6 Китайгородская, Г.А. Мотивация учения в условиях интенсивного обучения иностранным языкам / Г.А. Китайгородская, Г.М. Шемякина.. //Активизация учебной деятельности. Вып. 2./ Под ред. Г.А. Китайгородской. – М., 1982. - С. 120 - 129.

УДК51: 621.1

РЕАЛЬНЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Игнатенко В.В.
Учреждение образования
«Белорусский государственный технологический университет»
г. Минск, Республика Беларусь

В лесозаготовительной и деревообрабатывающей промышленности, как и во всем народном хозяйстве, все большее значение имеют научные методы управления, основанные на построении и исследовании математических моделей объектов управления. Получение высшего образования по техническим специальностям требует наличие хорошей математической культуры, достаточно глубокого владения рядом специальных математических методов и возможности непосредственного их применения в будущей профессиональной деятельности.

В Белорусском государственном технологическом университете для студентов лесотехнического профиля Лесоинженерное дело", "Машины и механизмы лесной промышленности", "Технология деревообрабатывающих производств", в курсе "Высшая математика", большое внимание уделяется построению математических моделей, для реальных производственных задач.

Поскольку, высшая математика содержит много разделов и нет возможности и необходимости все их изучать, то очень важно на первом этапе выделить круг разделов необходимых для данных специальностей и глубину их изучения. С этой целью проводится согласование с ведущими специалистами кафедр, использующих математику при преподавании своих дисциплин, изучаются их рабочие программы и степень использования математики в преподавании специальных дисциплин, конкретные производственные задачи. Для решения реальных производственных задач широко используются математические модели.

При использовании математических моделей следует выделить следующие этапы.

Во-первых, нужно правильно подобрать круг производственных задач, определяющих специфику будущей работы, решаемых математическими методами.

Во-вторых, составить математические модели, которые описывают данные классы задач. Модели должны быть, с одной стороны, достаточно простыми и в то же время должны отражать сущность описываемых объектов.

В-третьих, необходимо подобрать математические методы решения, которые легко реализуются современными средствами математического обеспечения на ПЭВМ.

В-четвертых, после получения решения математической модели нужно правильно истолковать полученные результаты и принять рациональное решение по производственной задаче.

Приведенный алгоритм, как правило, приводит к построению так называемых детерминированных или стохастических математических моделей, которые достаточно хорошо решают производственные задачи.

Так методами линейного программирования решаются следующие производственные задачи: оптимальное использование производственных ресурсов, оптимальная раскряжевка хлыстов (в зависимости от конкретных условий оптимизация может вестись по минимуму отходов или максимуму прибыли), оптимальное планирование выпуска продукции, оптимальное использование производственного оборудования, оптимальная раскройка материалов при производстве мебели, оптимизация грузопотоков древесины и другие. Задачи анализа работы одномашинных и многомашинных лесозаготовительных систем без запаса и с запасом, лесоскладских систем со специализацией потоков по видам сырья и ряд других решаются с помощью дифференциальных уравнений Колмогорова. С учетом этих требований разработаны рабочие программы по высшей математике для данных специальностей [1].

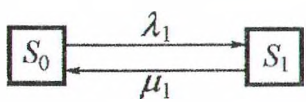
В качестве примера, рассмотрим анализ работы одномашинной системы без запаса [1,с.98].

Пусть лесопромышленная система состоит только из одного станка и к нему поступает на обработку пуассоновский поток предметов труда с интенсивностью λ_1, зависящий, в общем случае, от времени $\lambda_1 = \lambda_1(t)$.

Обработка предмета труда осуществляется с изменяющейся продолжительностью цикла $t_ц$, распределенного по показательному закону с параметром $\mu_1 = \mu_1(t)$.

Запишем математическую модель задачи.

Функционирование рассматриваемой системы можно представить следующей схемой (графом) состояний:



Система может находиться в следующих состояниях: S_0 - оборудование исправно и простаивает из-за отсутствия по организационным причинам; S_1 - оборудование осуществляет обработку предмета труда.

Обозначим вероятности состояния S_0 как $P_0(t)$, а S_1 как $P_1(t)$. Для любого времени функционирования системы t: $P_0(t)+P_1(t)=1$.

Математическая модель функционирования системы представляет систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1 \\ \dfrac{dP_1}{dt} = -\mu_1 P_1 + \lambda_1 P_0 \end{cases}$$

В первое уравнение системы подставим вместо P_1 его выражение $P_1=1-P_0$, тогда

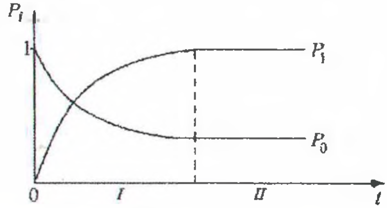
$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_1 P_0 + \mu_1(1-P_0), \\ \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \mu_1) + \mu_1 \end{cases}$$

При λ_1=const и при начальных условиях $P_0(0)=1$, $P_1(0)=0$ получим решение

$$P_0 = \frac{\mu_1}{\lambda_1+\mu_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1} e^{-(\lambda_1+\mu_1)t}$$

В начале работы машина свободна и $P_0=1$. По мере вступления в работу вероятность P_0 уменьшается и в пределе достигает значения $\mu_1/(\lambda_1+\mu_1)$.

Вероятность работы машины соответственно растет и достигает значения $\lambda_1/(\lambda_1+\mu_1)$. Зависимости вероятностей функционирования системы при постоянной интенсивности поступления предмета труда на обработку изображены на рисунке



Зона I представляет собой период пуска системы с отработкой режимов эксплуатации.

В установившемся режиме эксплуатации ($t \to \infty$) при $\lambda_1 = const$, $P_0 = const, P_1 = const$ (финальные вероятности, зона II):

$$\frac{dP_0}{dt} = 0; \frac{dP_1}{dt} = 0.$$

Система дифференциальных уравнений трансформируется в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1 \\ 0 = -\mu_1 P_1 + \lambda_1 P_0, \\ P_0 + P_1 = 1 \end{cases}$$

Тогда расчетные формулы будут иметь следующий вид:

$$P_0 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} \qquad P_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \qquad \lambda_1 = \frac{1}{t_n} \qquad \mu_1 = \frac{1}{t_u}$$

где $t_п$ – среднее значение времени между поступлениями предметов труда на обработку; $t_ц$ – средняя продолжительность цикла обработки предмета труда. Вероятность P_1 представляет собой коэффициент использования рабочего времени машины.

Реальная задача. Система раскряжевки работает с циклом обработки $t_ц$=1 мин. Интенсивность подачи можно изменять. Необходимо установить рациональную интенсивность подачи и цикл подачи хлыста. Интенсивность обработки составит μ_1=1 хлыст/мин.

Зададимся различными значениями λ_1. При интенсивности подачи 1хлыст/мин вероятность работы системы составит 0,5. Начиная с λ_1=5-6, дальнейшее увеличение параметра существенно не повысит рабочего состояния. Рациональный цикл подачи хлыстов составит $t_П = \frac{1}{\lambda} = 0{,}2$ мин. Полученное значение цикла подачи хлыста позволяет выбирать подающий механизм: растаскиватель, манипулятор или др.

Если система работает в режиме $\frac{\lambda_1}{\mu_1} \geq 1$, то предыдущий механизм вынужден простаивать либо предметы труда накапливаются перед обрабатывающей установкой. Последний случай может иметь место в течение кратковременного периода работы установки.

Список литературы

1 Игнатенко, В.В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок: учеб. пособие для студентов специальности «Лесоинженерное дело» / В.В. Игнатенко, И.В. Турлай, А.С. Федоренчик. – Минск: БГТУ, 2004. – 180 с.