

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.65.01

**СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ В ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОЙ ТУРБИНЕ
ПРИ НАЧАЛЬНОЙ ЗАКРУТКЕ НАРУЖНОГО ПОТОКА СРЕДЫ**

Павлечко В.Н. (УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь)

Проведен анализ сил, возникающих в центростремительной турбине, а также скоростей движения рабочего колеса и среды в нем при неизменном угле наклона лопастей по ходу движения среды и при начальной закрутке наружного потока. Получены выражения для определения скорости движения среды под действием закрученного потока и центробежной силы, а также давлений, создаваемых ими. Приведены графические зависимости отношений скоростей движения среды в турбине к начальной скорости среды и к окружной скорости турбины, а также создаваемых средой и центробежной силой давлений от направления потока и угла наклона лопастей.

Ключевые слова: центростремительная турбина, угол наклона лопастей, направление наружного потока, скорости среды, давление среды, центробежная сила.

Введение

Основным уравнением центробежной машины является уравнение Эйлера [1, 2], в котором отражена только тангенциальная составляющая скорости движения среды, не учитывается энергия потери давления при движении среды в радиальном направлении и энергия центробежной силы [3].

В работах [4] проведен анализ сил воздействия радиального потока среды, движущегося от центра к периферии, на лопасть центробежной турбины. Получены выражения для определения скоростей движения среды, окружной скорости турбины и давления, создаваемого рабочей средой, от угла наклона лопастей. Рассмотрено также влияние центробежной силы, которая создает часть давления, препятствующего движению среды в радиальном направлении. Определено, что известное уравнение Эйлера отражает только часть общего давления, создаваемого средой, и не учитывает потери давления по преодолению сопротивления лопастей в радиальном направлении и сопротивления от действия центробежной силы.

Рабочая среда может вводиться в корпус турбины тангенциально или проходить через направляющий аппарат, в результате чего она приобретает некоторое вращательное движение. В настоящей работе проводится анализ влияния угла наклона лопастей и направления потока среды на параметры работы центростремительной турбины при движении среды от периферии к центру.

Результаты исследований

Рассмотрим отдельную лопасть, обозначенную точками 1, 2, расположенную под углом β к направлению окружной скорости (рисунок 1). Причем угол наклона лопастей сохраняет свое значение по радиусу турбины.

Поток среды вводится снаружи и воздействует на элементарный участок лопасти АВ со скоростью v_s под углом α к направлению, обратному направлению ок-

ружной скорости. Под влиянием среды лопасть приобретает вращение относительно оси O с угловой скоростью ω .

Представим скорость движения среды v_s в виде двух составляющих: скорости v_{sr} , направленной радиально от периферии к оси вращения, и скорости v_{su} , направленной в сторону окружной скорости u турбины (рисунок 2). Величины этих скоростей зависят от направления вводимого потока:

$$v_{sr} = v_s \sin \alpha; \quad (1)$$

$$v_{su} = v_s \cos \alpha. \quad (2)$$

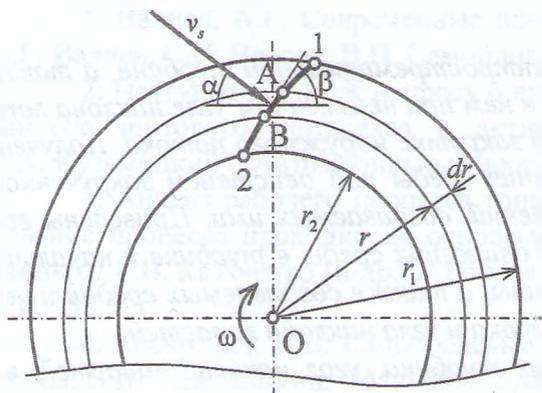


Рисунок 1. – Схема воздействия среды на лопасть турбины

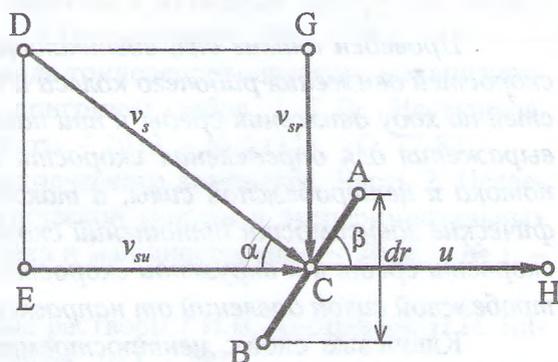


Рисунок 2. – Составляющие скорости воздействия на элементарную площадку

Влияние среды, движущейся со скоростью v_{sr} , рассмотрено в работе [4]. В результате воздействия на элементарную площадку потока с силой dF_{sr} возникает реакция этого участка лопасти dF' (отрезок CG на рисунке 3), перпендикулярная плоскости лопасти, которая представлена двумя величинами, направленными радиально dF'_r и тангенциально dF'_u и показанными на рисунке 3 отрезками CK и CH .

Поскольку турбина вращается равномерно, то реакция рассматриваемого участка и ее составляющие уравниваются соответствующими силами воздействия среды (отрезки CL , CN и CM на рисунке 3). На площадку воздействует также сила dF'_w , направленная вдоль лопасти (отрезок CO). Под воздействием перечисленных сил микроробъем среды перемещается со скоростями c'_r , c'_u и c'_w в направлениях, соответственно, перпендикулярном плоскости лопасти, радиальном и тангенциальном, а также со скоростью w' – вдоль лопасти (рисунок 4). Кроме того, под действием центробежной силы среда перемещается от оси вращения к периферии со скоростью c'_u (на рисунке 4 не показана), равной скорости ее перемещения в тангенциальном направлении.

Выражения для расчета перечисленных скоростей определены в работе [4] и с учетом принятых обозначений имеют вид:

$$c'_r = v_{sr} \cos \beta; \quad (3)$$

$$c'_u = v_{sr} \cos^2 \beta; \quad (4)$$

$$c'_w = c'_u = v_{sr} \sin \beta \cos \beta; \quad (5)$$

$$w' = v_{sr} \sin \beta; \quad (6)$$

$$u' = v_{sr} \frac{\cos \beta}{\sin \beta}. \quad (7)$$

Все обозначения в формулах и на рисунках расшифрованы в конце статьи в условных обозначениях.

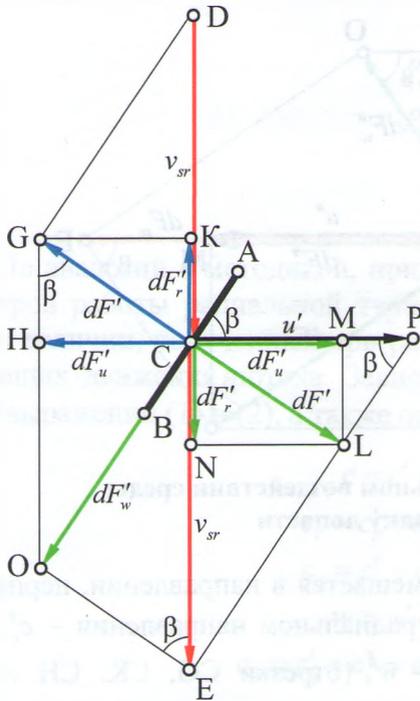


Рисунок 3. – Силы при радиальном воздействии среды на элементарную площадку лопасти

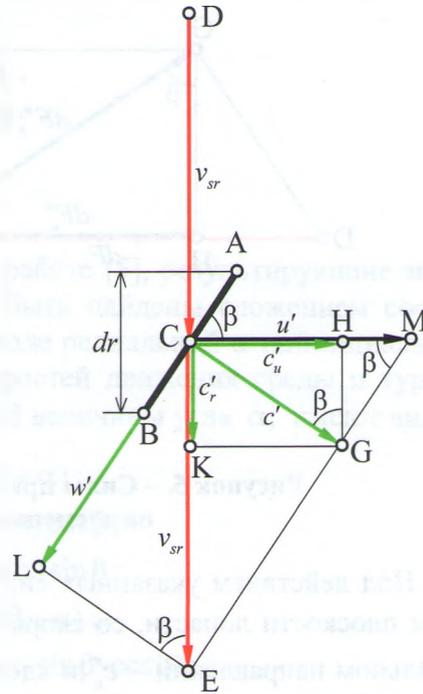


Рисунок 4. – Скорости движения среды и площадки под воздействием радиальной составляющей потока

Давление среды на лопасть в направлениях, перпендикулярном плоскости лопасти, радиальном и тангенциальном, а также давление от действия центробежной силы определены в работе [4] и рассчитываются по зависимостям, видоизмененным в соответствии с принятыми обозначениями:

$$P' = \rho v_{sr}^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (8)$$

$$P'_r = \rho v_{sr}^2 \frac{\cos^4 \beta}{\sin^2 \beta}; \quad (9)$$

$$P'_u = \rho v_{sr}^2 \cos^2 \beta; \quad (10)$$

$$P'_y = \rho \frac{v_{sr}^2}{2} \sin^2 \beta \cos^2 \beta. \quad (11)$$

Влияние тангенциальной составляющей потока среды на параметры турбины рассмотрено в работе [5].

На элементарную площадку AB действует тангенциальный поток среды с силой dF_{su} (отрезок CD на рисунке 5). Под его воздействием возникает реакция лопасти dF'' (отрезок CG), перпендикулярная плоскости лопасти, которая представлена в виде двух составляющих: силы dF''_r , направленной радиально от оси вращения, и силы dF''_u , действующей тангенциально, противоположно направлению окружной скорости турбины u'' (отрезки СК и СН на рисунке 5). Перечисленные силы реакции лопасти уравновешиваются соответствующими силами воздействия среды (отрезки CL, CN и CM на

рисунке 5), для чего расходуется некоторое количество энергии среды. На элементарный объем среды действует также сила dF_w'' , направленная вдоль лопасти (отрезок CO).

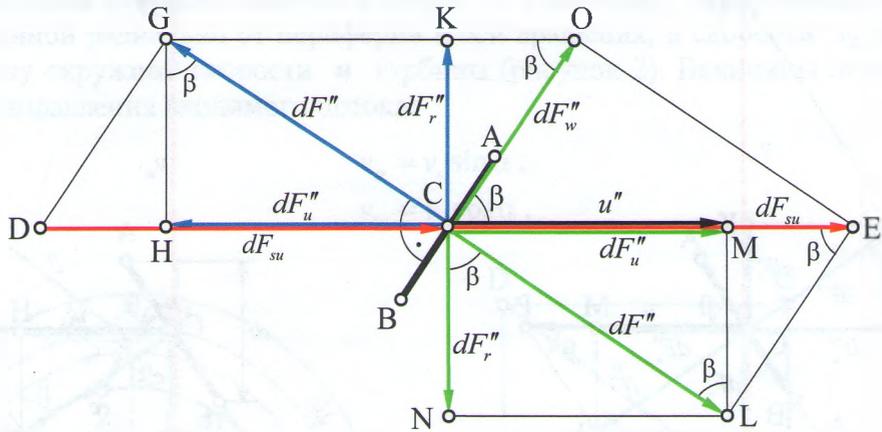


Рисунок 5. – Силы при тангенциальном воздействии среды на элементарную площадку лопасти

Под действием указанных сил среда перемещается в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, со скоростью c'' , в радиальном направлении – c_r'' , в тангенциальном направлении – c_u'' и вдоль лопасти – w'' (отрезки CG, CK, CH и CL на рисунке 6).

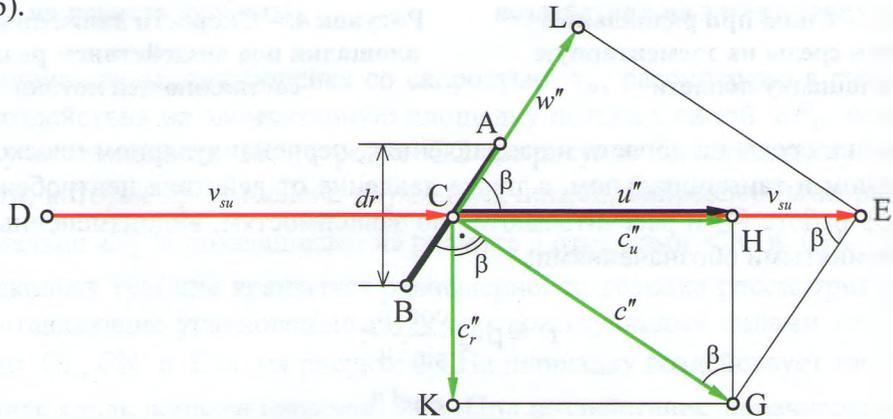


Рисунок 6. – Скорости движения среды и площадки под воздействием тангенциальной составляющей потока

Приведенные на рисунке 6 скорости геометрически взаимосвязаны. Скорость движения среды c'' , является геометрической суммой скоростей c_u'' и c_r'' , а скорость v_{su} – геометрической суммой скорости движения среды c'' и относительной скорости среды w'' . Из взаимосвязи скоростей в работе [5] получены выражения:

$$c'' = v_{su} \sin \beta; \quad (12)$$

$$c_r'' = v_{su} \sin \beta \cos \beta; \quad (13)$$

$$c_u'' = v_{su} \sin^2 \beta; \quad (14)$$

$$w'' = v_{su} \cos \beta; \quad (15)$$

$$u'' = c_u'' = v_{su}. \quad (16)$$

Давление, создаваемое средой в указанных выше направлениях, выражается соответственно зависимостями, полученными в работе [5]:

$$P'' = \rho v_{su}^2; \quad (17)$$

$$P_r'' = \rho v_{su}^2 \cos^2 \beta; \quad (18)$$

$$P_u'' = \rho v_{su}^2 \sin^2 \beta; \quad (19)$$

$$P_y'' = \rho \frac{v_{su}^2}{2}. \quad (20)$$

По аналогии с методикой, приведенной в работе [5], результирующие значения параметров работы радиальной турбины могут быть найдены сложением соответствующих величин, полученных при раздельном вводе радиальной и тангенциальной составляющих движения потока. Зависимости скоростей движения среды и турбины с учетом выражений (1) и (2), а также отрицательной величины угла α , имеют вид:

$$c = c' + c'' = v_s \sin(\beta + \alpha); \quad (21)$$

$$c_r = c_r' + c_r'' = v_s \sin(\beta + \alpha) \cos \beta; \quad (22)$$

$$c_u = c_u' + c_u'' = v_s \sin(\beta + \alpha) \sin \beta; \quad (23)$$

$$w = w' - w'' = v_s \cos(\beta + \alpha); \quad (24)$$

$$c_y = c_y' + c_y'' = v_s (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta); \quad (25)$$

$$u = u' + u'' = v_s \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin \beta}. \quad (26)$$

Относительные скорости w' и w'' противоположны по направлению, и положительное значение скорости w' в зависимости (24) выбрано, исходя из совпадения направления проекции этой скорости на касательную к турбине с окружной скоростью u .

С учетом уравнения (26) скорости движения среды по формулам (21)-(25), выраженные через окружную скорость турбины, равны:

$$c = u \sin \beta; \quad (27)$$

$$c_r = u \sin \beta \cos \beta; \quad (28)$$

$$c_u = u \sin^2 \beta; \quad (29)$$

$$w = u \frac{\cos(\beta + \alpha)}{\sin(\beta + \alpha)} \sin \beta; \quad (30)$$

$$c_y = u \frac{\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta}{\sin(\beta + \alpha)} \sin \beta. \quad (31)$$

Зависимости давлений, выраженные через скорость потока v_s , с учетом (1) и (2) имеют вид:

$$P = P' + P'' = \rho v_s^2 \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}; \quad (32)$$

$$P_r = P_r' + P_r'' = \rho v_s^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} (\sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha); \quad (33)$$

$$P_u = P_u' + P_u'' = \rho v_s^2 (\sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha); \quad (34)$$

$$P_y = \rho \frac{v_s^2}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta)^2, \quad (35)$$

а выраженные через окружную скорость турбины u :

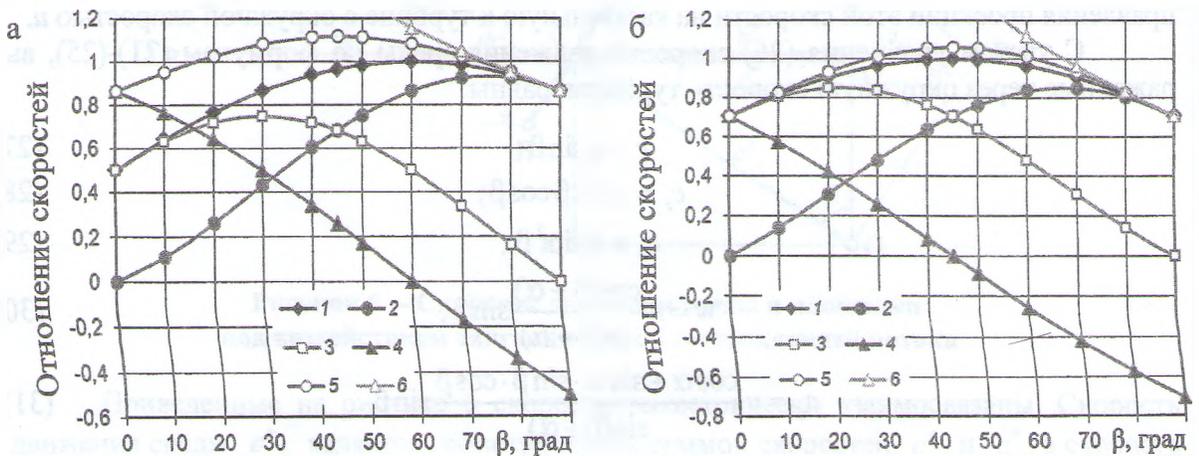
$$P = \rho u^2 \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}{\sin^2(\beta - \alpha)}; \quad (36)$$

$$P_r = \rho u^2 \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}{\sin^2(\beta + \alpha)} \cos^2 \beta; \quad (37)$$

$$P_u = \rho u^2 \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha}{\sin^2(\beta - \alpha)} \sin^2 \beta; \quad (38)$$

$$P_w = \rho \frac{u^2 (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta)^2}{2 \sin^2(\beta - \alpha)} \sin^2 \beta. \quad (39)$$

Графические зависимости отношений скоростей в соответствии с формулами (21)-(26) к начальной скорости движения среды v_s от угла наклона β аналогичны рисункам, полученным при вводе в турбину закрученного потока среды изнутри и приведенным в работе [5]. Для подтверждения этого на рисунке 7 приведены некоторые графики для углов $\alpha = 30^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$, которые аналогичны соответственно рисункам 7б и 7в в статье [5]. Эти рисунки различаются только углами α : в первом случае они имеют положительное значение, во втором – отрицательные. Также аналогичны графические зависимости давлений от начальной скорости среды и угла наклона лопасти, приведенные на рисунках 8а и 8б, с кривыми на соответствующих рисунках 9б и 9в в работе [5]. Соответствующие графики отличаются знаками угла α и кривыми 5, повышенные значения которых в работе [5] обусловлены меньшими сопротивлениями перемещению среды ввиду совпадения направлений движения среды и центробежной силы.

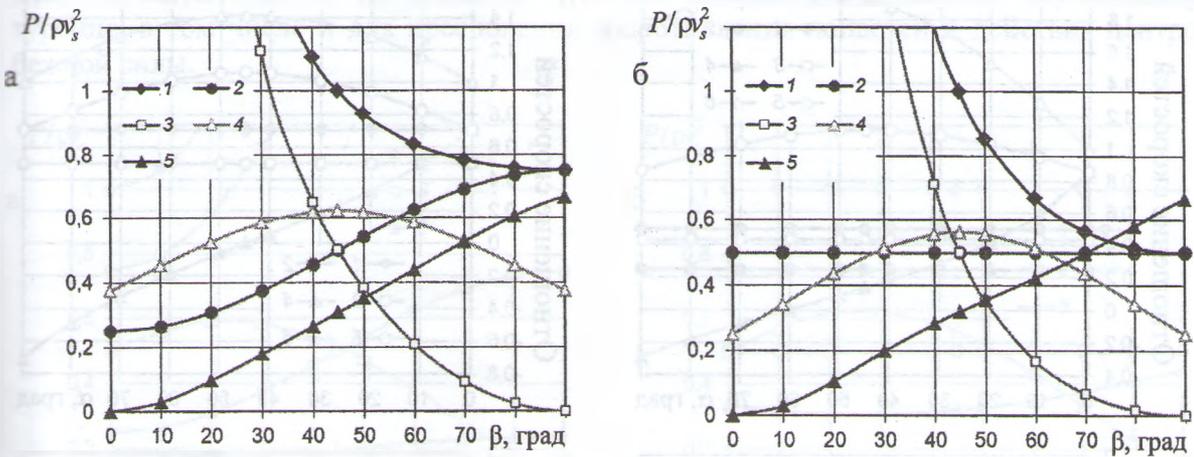


а – $\alpha = 30^\circ$; б – $\alpha = 45^\circ$; 1 – c/v_s ; 2 – c_u/v_s ; 3 – c_r/v_s ; 4 – w/v_s ; 5 – c_u/v_s ; 6 – u/v_s

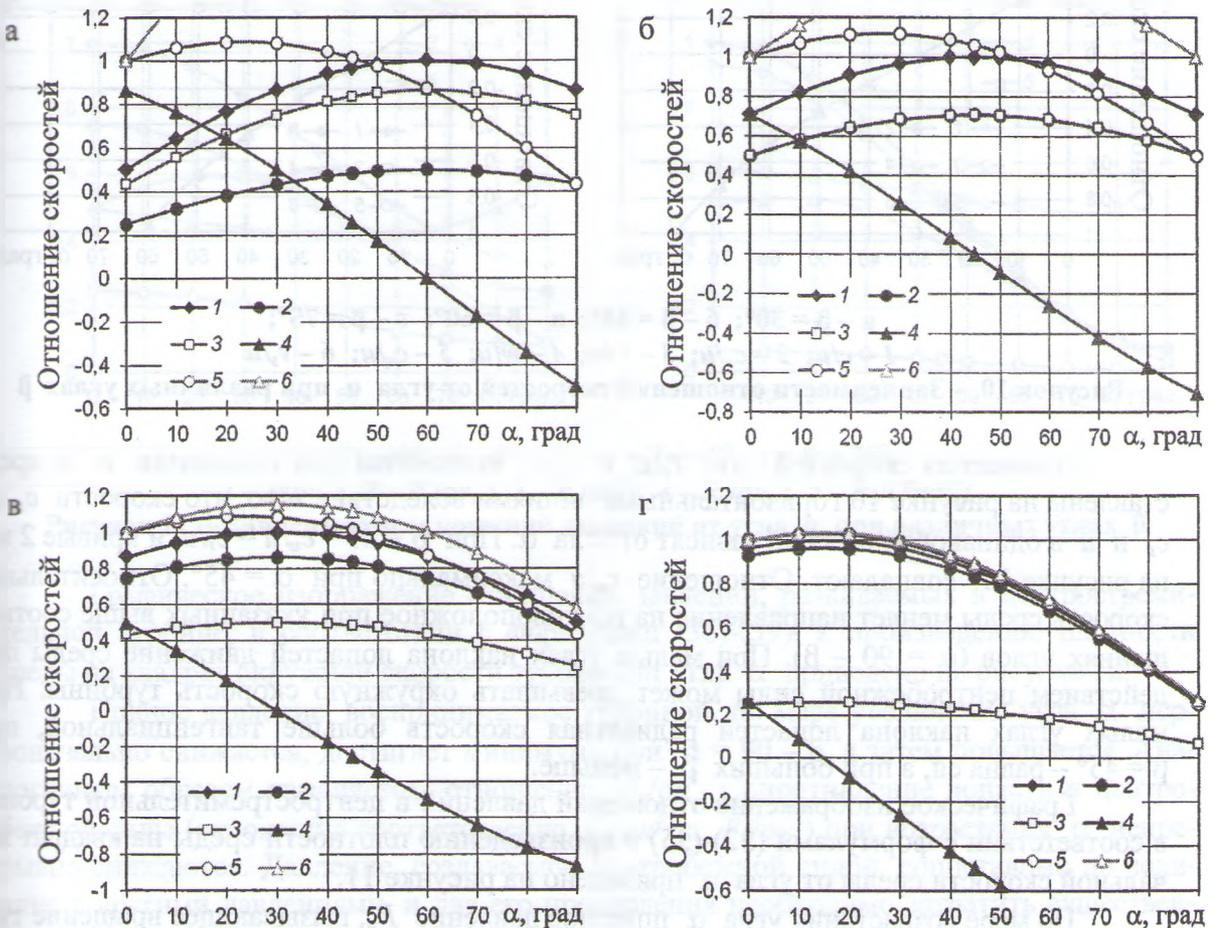
Рисунок 7. – Зависимости отношений скоростей от угла наклона лопастей при различных углах α

Определенный интерес представляют графические зависимости отношений скоростей в соответствии с формулами (21)-(26) к начальной скорости движения среды v_s от угла α наклона потока среды, приведенные на рисунке 9. Отношения скоростей c/v_s , c_r/v_s и c_u/v_s с увеличением угла α возрастают, достигают максимума при $\alpha = 90 - \beta$, а затем снижаются. При $\beta = 45^\circ$ $c_u/v_s = c_r/v_s$, и кривые 2 и 3 на рисунке 9б совпадают. Отношение w/v_s непрерывно уменьшается, становится равным нулю при указанном выше соотношении углов, а затем становится отрицательным, т.е. относи-

тельная скорость среды меняет свое направление. Отношение c_u/v_s сопоставимо с отношениями других скоростей. Окружная скорость турбины может быть больше начальной скорости среды, особенно для малых углов β .

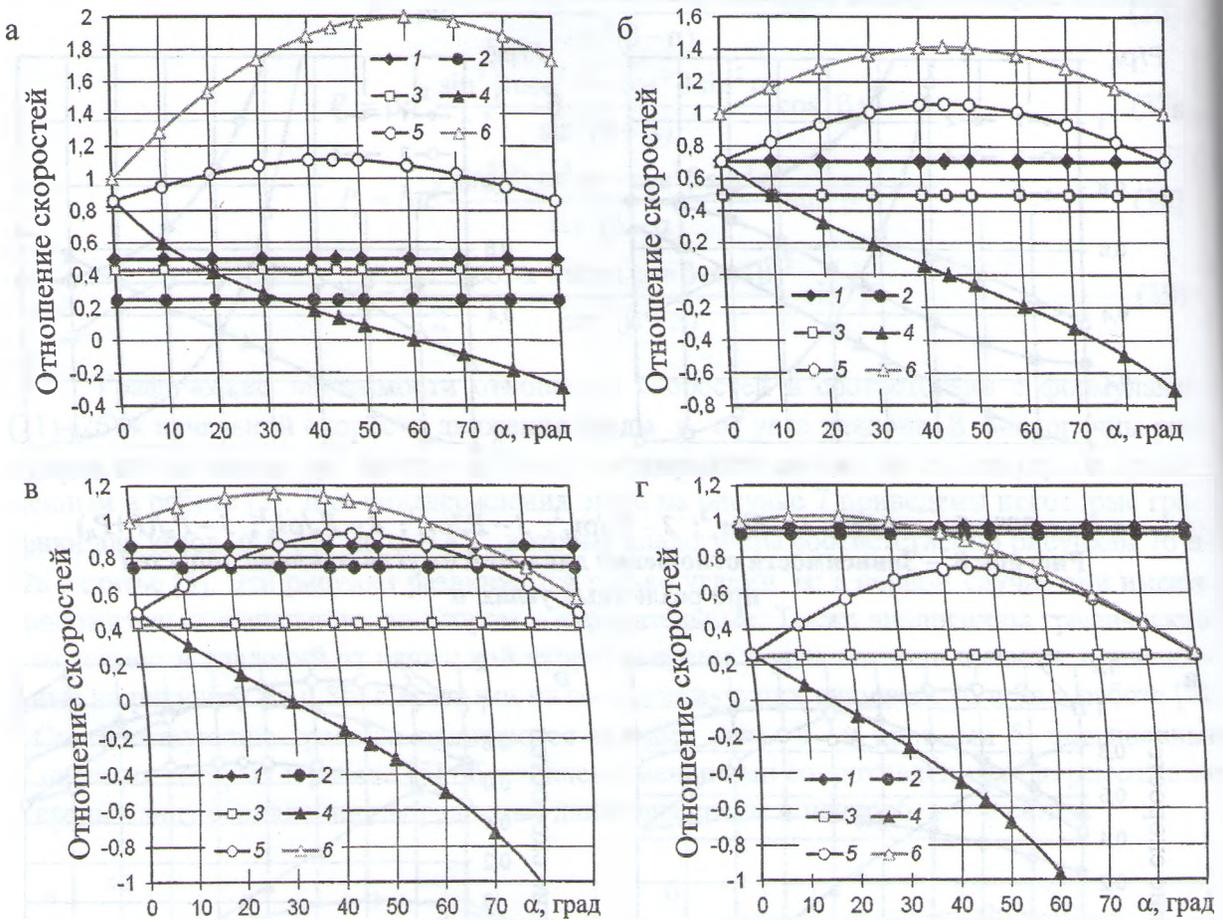


а - $\alpha = 30^\circ$; б - $\alpha = 45^\circ$; 1 - $P/\rho v_s^2$; 2 - $P_u/\rho v_s^2$; 3 - $P_r/\rho v_s^2$; 4 - $P_u/\rho v_s^2$; 5 - $P_u/(P+P_u)$
 Рисунок 8. - Зависимости отношений давлений от угла наклона лопастей при различных углах α



а - $\beta = 30^\circ$; б - $\beta = 45^\circ$; в - $\beta = 60^\circ$; г - $\beta = 75^\circ$;
 1 - c/v_s ; 2 - c_u/v_s ; 3 - c_r/v_s ; 4 - w/v_s ; 5 - c_u/v_s ; 6 - u/v_s
 Рисунок 9. - Зависимости отношений скоростей от угла α при различных углах β

Графические зависимости отношений скоростей в соответствии с формулами (27)-(31) к окружной скорости турбины u от угла α приведены на рисунке 10.



а - $\beta = 30^\circ$; б - $\beta = 45^\circ$; в - $\beta = 60^\circ$; г - $\beta = 75^\circ$;

1 - c/u ; 2 - c_u/u ; 3 - c_r/u ; 4 - w/u ; 5 - c_y/u ; 6 - v_s/u

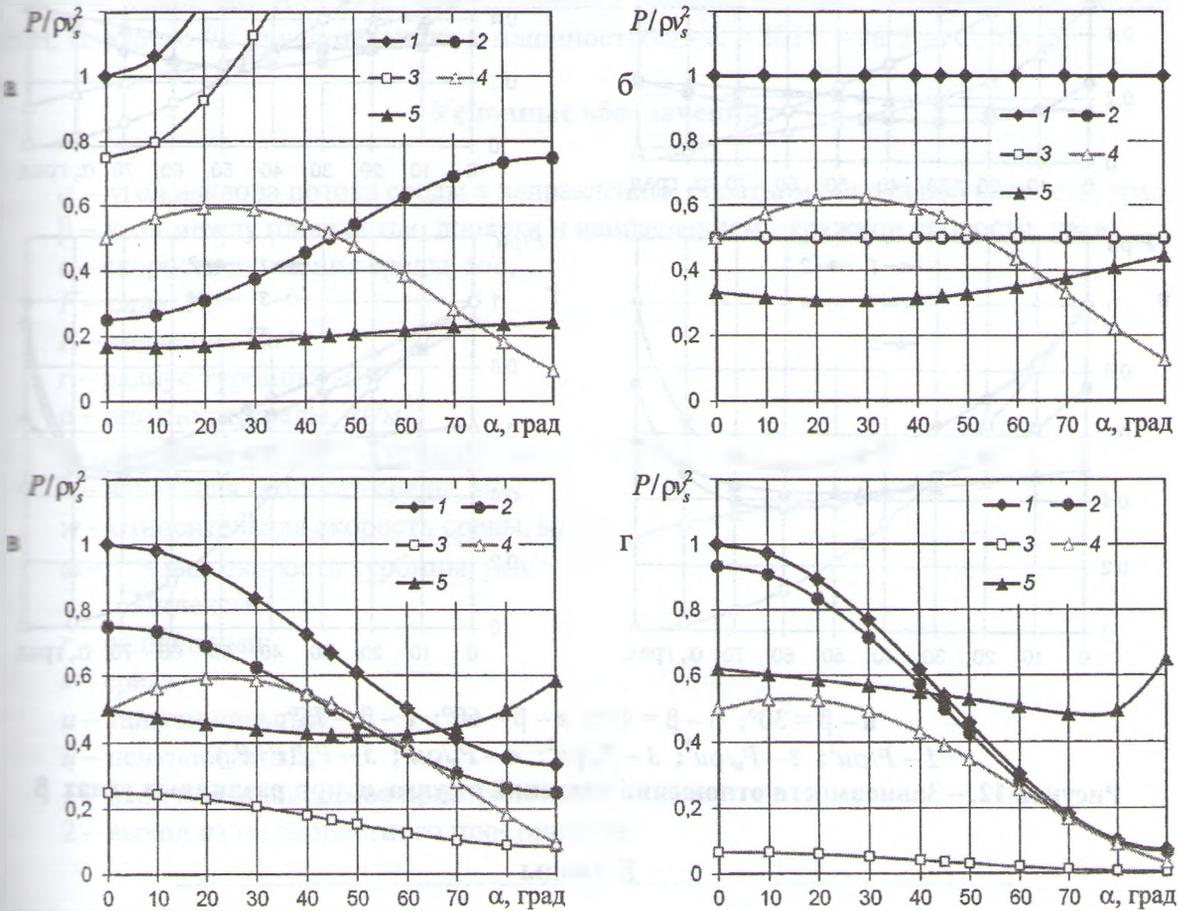
Рисунок 10. - Зависимости отношений скоростей от угла α при различных углах β

Отношения скоростей c/u , c_r/u и c_u/u постоянны при изменении α и представлены на рисунке 10 горизонтальными линиями вследствие того, что скорости c , c_r , c_u и u в одинаковой степени зависят от угла α . При $\beta = 45^\circ$ $c_u/u = c_r/u$, и кривые 2 и 3 на рисунке 10б совпадают. Отношение c_y/u максимально при $\alpha = 45^\circ$. Относительная скорость среды меняет направление на противоположное при указанных выше соотношениях углов ($\alpha = 90 - \beta$). При малых углах наклона лопастей движение среды под действием центробежной силы может превышать окружную скорость турбины. При малых углах наклона лопастей радиальная скорость больше тангенциальной, при $\beta = 45^\circ$ - равна ей, а при больших β - меньше.

Графическое изображение отношений давлений в центростремительной турбине в соответствии с формулами (32)-(35) к произведению плотности среды на квадрат начальной скорости среды от угла α приведено на рисунке 11.

По мере возрастания угла α полезное давление P_u , вызывающее вращение турбины, и давление P_r , расходуемое на преодоление сопротивления лопасти, возрастают для $\beta < 45^\circ$, равны для $\beta = 45^\circ$ (прямые 2 и 3 на рисунке 11б совпадают) и снижаются для $\beta > 45^\circ$. Причем в первом случае $P_u < P_r$, а во втором, наоборот - $P_u > P_r$. Поэтому для более эффективного использования энергии среды предпочтительнее большие зна-

чения β и малые величины α . Однако, при этом имеют место значительные давления, создаваемые центробежной силой, для преодоления которых также необходимо расходовать некоторое количество энергии среды. Кривая 5 отражает отношение полезной энергии, затрачиваемой на вращение турбины, к суммарной энергии, передаваемой турбине, в том числе и для преодоления сопротивления лопастей и действия центробежной силы.



а - $\beta = 30^\circ$; б - $\beta = 45^\circ$; в - $\beta = 60^\circ$; г - $\beta = 75^\circ$;

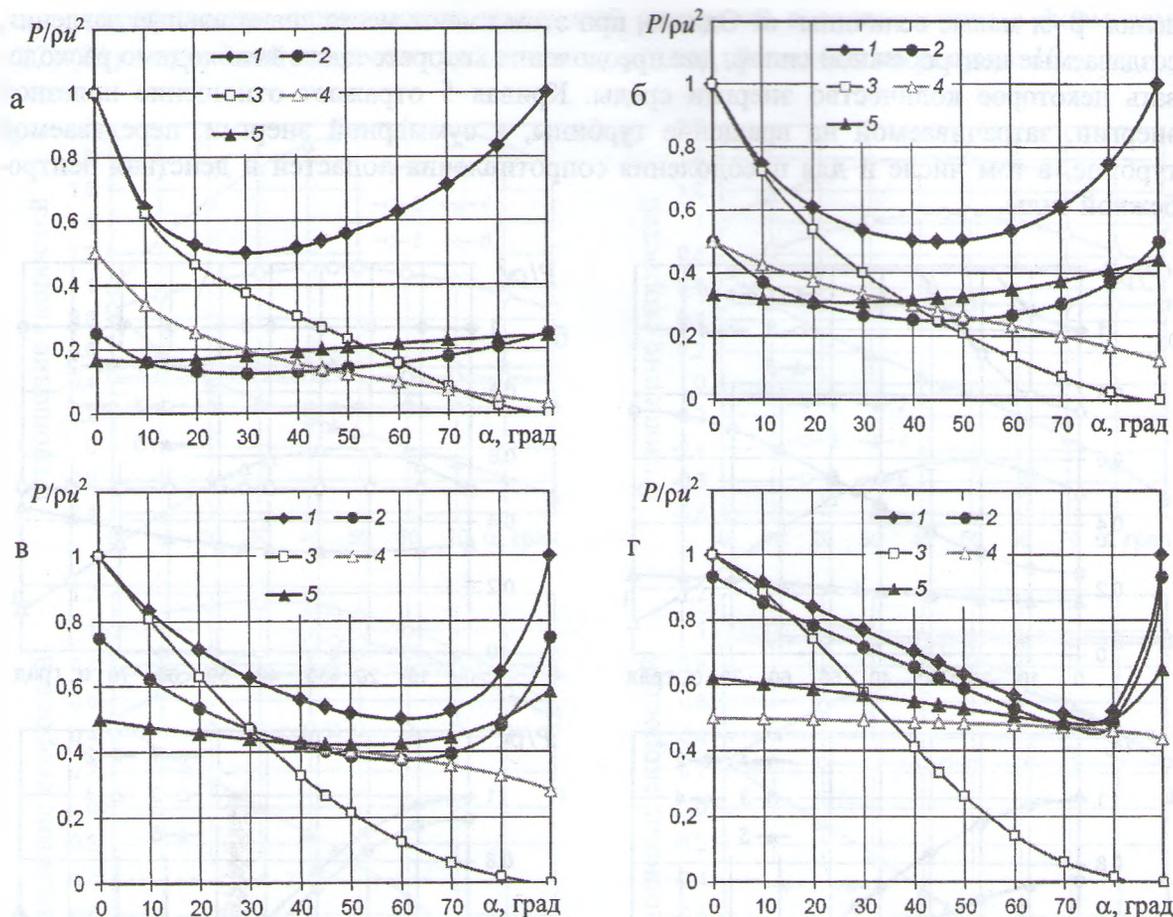
1 - $P/\rho v_s^2$; 2 - $P_u/\rho v_s^2$; 3 - $P_r/\rho v_s^2$; 4 - $P_c/\rho v_s^2$; 5 - $P_u/(P+P_u)$

Рисунок 11. - Зависимости отношений давлений от угла α при различных углах β

Графическое изображение отношений давлений, развиваемых в центроостремительной турбине, в соответствии с формулами (36)-(39), к произведению плотности среды на квадрат окружной скорости турбины от угла α приведено на рисунке 12.

Полное давление, воспринимаемое турбиной, по мере увеличения угла α первоначально снижается, достигает минимума при $\alpha = 90 - \beta$, а затем повышается. Аналогичным образом изменяется отношение $P_u/\rho u^2$. Сопротивление лопасти и центробежной силы (отношения соответственно $P_r/\rho u^2$ и $P_c/\rho u^2$) при возрастании α непрерывно снижаются. Давление, создаваемое центробежной силой, сопоставимо по величине с другими давлениями, и для его преодоления необходимо затратить существенную часть энергии среды.

Полученные формулы отражают теоретические аспекты работы центроостремительной турбины и справедливы при отсутствии потерь энергии на трение.



а – $\beta = 30^\circ$; б – $\beta = 45^\circ$; в – $\beta = 60^\circ$; г – $\beta = 75^\circ$;

1 – $P/\rho u^2$; 2 – $P_u/\rho u^2$; 3 – $P_r/\rho u^2$; 4 – $P_u/\rho u^2$; 5 – $P_u/(P+P_u)$

Рисунок 12. – Зависимости отношений давлений от угла α при различных углах β

Выводы

При увеличении угла наклона направления потока среды отношения c/v_s , c_u/v_s и c_r/v_s повышаются до величин $\alpha = 90 - \beta$, а затем снижаются. Отношения c/u , c_u/u и c_r/u не зависят от угла α . По мере увеличения угла α отношения $P/\rho v_s^2$, $P_u/\rho v_s^2$ и $P_r/\rho v_s^2$ возрастают для $\beta < 45^\circ$ и снижаются для $\beta > 45^\circ$. При возрастании угла α отношения $P/\rho u^2$ и $P_u/\rho u^2$ снижаются для $\alpha = 90 - \beta$ и в дальнейшем повышаются, а отношения $P_r/\rho u^2$ и $P_u/\rho u^2$ непрерывно снижаются. Для более эффективного использования энергии среды предпочтительнее большие углы наклона лопастей и малые углы направления потока среды.

Список использованных источников

1. Смирнов, И.Н. Гидравлические турбины и насосы / И.Н. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1969. – С. 85-88.
2. Кривченко, Г.И. Гидравлические машины. Турбины и насосы / Г.И. Кривченко. – М.: Энергия, 1978. – С. 69-72.

3. Павлечко, В.Н. Влияние угла наклона лопастей на давление радиального нагнетателя / В.Н. Павлечко, С.К. Протасов // Химическая промышленность. – 2014. – № 5, т. 91. – С. 252-258.

4. Павлечко, В.Н. Зависимость параметров центробежной турбины от угла наклона лопастей / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2016 – № 4. – С. 35-43.

5. Павлечко, В.Н. О работе радиальной турбины при вводе закрученного потока / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2017. – № 3. – С. 52-65.

Условные обозначения

α – угол наклона потока среды к направлению, обратному окружной скорости, град;

β – угол между плоскостью лопасти и направлением окружной скорости, град;

c – скорость движения среды, м/с;

F – сила, Н;

P – давление, Па;

r – радиус турбины, м;

ρ – плотность среды, кг/м³;

u – окружная скорость турбины, м/с;

v – начальная скорость среды, м/с;

w – относительная скорость среды, м/с;

ω – угловая скорость турбины, рад/с.

Индексы:

r – радиальный;

s – среда;

u – тангенциальный;

ζ – центробежный;

1 – вход в межлопастное пространство;

2 – выход из межлопастного пространства.

Pavlechko V.N.

Velocities and pressures in an inward-flow turbine with initial swirling of the outer fluid flow

The forces existing in an inward-flow turbine, velocities of the wheel and the fluid in it were analyzed for the conditions of a constant blade angle and initial swirling of the outer fluid flow. Equations describing the fluid velocity associated with the swirled flow and centrifugal force and the corresponding pressure were derived. Velocity of a fluid flow in the turbine was graphically presented as a function of initial fluid velocity and peripheral velocity of the turbine. Similarly, pressures exerted by the fluid and centrifugal force were presented as functions of the flow direction and blade angle.

Keywords: inward-flow turbine; blade angle; outer flow direction; fluid velocity; fluid pressure; centrifugal force.

Поступила в редакцию 22.12.2017 г.