УДК 535.21 : 539.184

ОДНОАТОМНАЯ ФАЗОВАЯ БИСТАБИЛЬНОСТЬ В ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ [1]

Килин С. Я., Криницкая Т. Б.

Показано, что двухуровневый атом в когерентно-возбуждаемом оптическом резонаторе проявляет оптическую фазовую бистабильность в случае больших частот Раби и быстро затухающей резонаторной моды по сравнению с атомной релаксацией, вызванной спонтанным испусканием в нерезонаторные моды.

Начиная с работ Вайскопфа [1] по квантовой теории резонансной флуоресценции свободного атома в слабом поле проблема взаимодействия одиночного атома со светом является одной из центральных в квантовой оптике. После открытия лазеров было предсказано и наблюдалось много новых и неожиданных физических эффектов для взаимодействия сильного поля с атомом в свободном пространстве. Среди них предсказания [2-4] и наблюдения [5-7] трехпикового спектра резонансной флуоресценции, антигруппировка фотонов [8-9] и субпуассоновская статистика [10], сжатие для интегрального по частоте света резонансной флуоресценции [11], так же, как и для света боковых компонент [12]. Если поместить атом в высокодобротный оптический резонатор, можно наблюдать некоторые новые физические эффекты. В этом случае нельзя рассматривать поле как резервуар для излучаемых фотонов — резонаторное поле следует трактовать как динамическую квантовую систему, взаимодействующую с атомом, способную к редукции благодаря излучению через зеркала резонатора. Изменение поля резонатором ведет к резонаторному увеличению или уменьшению спонтанного излучения атомом [13-16]. Конечная ширина резонаторной моды спектра предоставляет возможность для динамической модификации спонтанного излучения внешним лазерным полем [17-18]. Атом и высокодобротный оптический резонатор, сильно взаимодействуя друг с другом, теряют свою индивидуальность и становятся единой квантовой системой с новыми физическими свойствами, включающими вакуумное расщепление Раби [19-21] и стационарную атомную инверсную населенность двухуровневого атома [22].

В этой работе мы покажем, что одиночный двухуровневый атом в когерентно-возбуждаемом оптическом резонаторе проявляет новый эффект — одноатомную оптическую фазовую бистабильность в случае больших частот Раби и затуханий резонаторных мод, быстрых по сравнению с затуханием атома вследствие спонтанного излучения в нерезонаторные моды. В этом случае квантовая система атом+поле может быть рассмотрена как система двух осцилляторов с различными фазами и со случайными перескоками квантов возбуждений между этими осцилляторами.

Одномодовое оптическое поле резонатора представляется квантовым гармоническим осциллятором с частотой ω_0 и бозонными операторами рождения и уничтожения a^+ и a. Мода резонансно возбуждается когерентным полем. Взаимодействие описывается гамильтонианом (в представлении взаимодействия) $i\hbar E\,(a^+ - a)$, где E — внутрирезонаторная амплитуда возбуждающего поля

[1] **Данная работа и следующие за ней были доложены на III Всесоюзном семинаре по квантовой оптике в Раубичах в мае 1990 г.**

Двухуровневый атом с частотой перехода ω описывается фермионным повышающим и понижающим операторами $\sigma_+ = |+\rangle\langle-|$, $\sigma_- = |-\rangle\langle+|$, подчиняющихся коммутационным соотношениям $[\sigma_+, \sigma_-] = 2\sigma_z$, $[\sigma_\pm, \sigma_z] = \mp\sigma_\pm$, $2\sigma_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$. Атом и резонаторная мода взаимодействуют в приближении вращающейся волны согласно гамильтониану Джейнса—Каммингса. Затухание резонаторной моды вследствие излучения через частично пропускающие зеркала и затухание атома вследствие флуоресценции в нерезонаторные моды описываются на основе марковских уравнений для редуцированного оператора плотности ρ для взаимодействующих атома и резонаторной моды. Эти уравнения в базисе, вращающемся на частоте ω_0, выглядят как

$$\dot{\rho} = E[a^+ - a, \rho] - i\Delta\omega[\sigma_z, \rho] - ig[a^+\sigma_- - a\sigma_+, \rho] + (L_a + L_f)\rho, \tag{1}$$
$$L_a\rho = (\gamma/2)([\sigma_-, \rho\sigma_+] + [\sigma_-\rho, \sigma_+]), \quad L_f\rho = k([a, \rho a^+] + [a\rho, a^+]),$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ есть частотная расстройка системы атом—поле, $g = \mu |u(r)|/\hbar$ — константа взаимодействия атома с полем, μ — проекция атомного дипольного матричного элемента на вектор поляризации моды поля, а $u(r)$ является резонаторной модовой функцией в точке расположения атома (в плосковолновом приближении $|u(r)| = (\hbar\omega_0/\varepsilon_0 AL)^{1/2}$, где L — длина резонатора и A — поперечное сечение резонаторной моды); γ характеризует скорость спонтанного излучения в нерезонаторные моды (можно взять в качестве приближения скорость γ, равную скорости распада в свободном пространстве $\omega^3\mu^2/3\pi\hbar\varepsilon_0 c^3$); $k = \pi/F\tau_c$ — скорость затухания поля в резонаторе, где $\tau_c = 2L/c$ — время обхода излучения резонатора, а F — резкость резонатора.

Для решения уравнения (1), описывающего фундаментальную модель квантовой оптики, применялся ряд методов [23-25]. Здесь мы представляем аналитическое решение (1) для случая так называемых хорошо разделенных спектральных компонент [26]. Для этих целей мы сделали два канонических преобразования. Первое из них реализуется посредством оператора смещения амплитуды когерентного состояния $D(E/k) = \exp(E(a^+ - a)/k)$, который заменяет в уравнении (1) член, описывающий возбуждение резонаторной моды, на член, соответствующий возбуждению атома в уравнениях для преобразованного оператора плотности $\rho' = D^{-1}(E/k)\,\rho D(E/k)$

$$\dot{\rho}' = -2iv[\sigma_x, \rho'] - i\Delta\omega[\sigma_z, \rho'] - ig[a^+\sigma_- + a\sigma_+, \rho'] + (L_a + L_f)\rho', \tag{2}$$

где $v = gE/k$ — частота Раби атома в когерентном поле с амплитудой E/k, соответствующей стационарной амплитуде поля в пустом управляемом резонаторе. Вторым преобразованием является переход в представление «одетого состояния»

$$\rho' = e^{-i\Omega\sigma_z' t}\sigma e^{i\Omega\sigma_z' t}, \tag{3}$$

где $\Omega = \sqrt{(2v)^2 + (\Delta\omega)^2}$ — обобщенная частота Раби, $\sigma_z' = s\sigma_x + c\sigma_z$ и $s = 2v/\Omega$, $c = \Delta\omega/\Omega$. В этом представлении временна́я зависимость атомных операторов $\sigma_i(t) = e^{i\Omega\sigma_z' t}\sigma_i e^{-i\Omega\sigma_z' t}$ определяется соотношениями

$$\sigma_+(t) = s\sigma_z' + (1 + c)\sigma_+' e^{i\Omega t}/2 - (1 - c)\sigma_-' e^{-i\Omega t}/2, \tag{4}$$
$$\sigma_z(t) = c\sigma_z' - (s/2)\sigma_+' e^{i\Omega t} - (s/2)\sigma_-' e^{-i\Omega t}, \tag{5}$$

где $\sigma_i' = \exp(-i\theta\sigma_y)\,\sigma_i \exp(i\theta\sigma_y)$, $(\operatorname{tg}\theta = s/c)$ — «одетый» атомный оператор. Если мы предположим, что Ω^{-1} является наименьшим характерным временем задачи, т. е. если

$$\Omega \gg k, \quad \Omega \gg \gamma, \tag{6}$$

то можно усреднить основные уравнения для «одетой» матрицы плотности по быстрым осцилляциям Раби и получить следующее уравнение:

$$\dot{\sigma} = -igs[(a^+ + a)\sigma_z', \sigma] + L_f\sigma + (\gamma s^2/2)([\sigma_z', \sigma\sigma_z'] + [\sigma_z'\sigma, \sigma_z']) +$$
$$+ \frac{\gamma}{2}\left(\frac{1-c}{2}\right)^2([\sigma_+', \sigma\sigma_-'] + [\sigma_+'\sigma, \sigma_-']) + \frac{\gamma}{2}\left(\frac{1+c}{2}\right)^2([\sigma_-', \sigma\sigma_+'] + [\sigma_-'\sigma, \sigma_+']). \tag{7}$$

Эти уравнения описывают простую физическую модель, которая очень удобна для рассмотрения в представлении одетого состояния. В этом случае оператор σ'_z является диагональным, $2\sigma'_z = |2\rangle\langle 2| - |1\rangle\langle 1|$, $\sigma'_+ = |2\rangle\langle 1|$ и уравнения для диагональных элементов σ имеют вид

$$\dot{\sigma}_{11} = i(gs/2)[a^+ + a, \sigma_{11}] + L_f\sigma_{11} + d_{21}\sigma_{22} - d_{12}\sigma_{11}, \tag{8а}$$

$$\dot{\sigma}_{22} = -i(gs/2)[a^+ + a, \sigma_{22}] + L_f\sigma_{22} - d_{21}\sigma_{22} + d_{12}\sigma_{11}, \tag{8б}$$

где $d_{12} = \gamma\,(1-c)^2/4$, $d_{21} = \gamma\,(1+c)^2/4$.

Уравнения (8) описывают затухающий гармонический осциллятор, который может быть обнаружен в двух функциональных состояниях. В первом состоянии

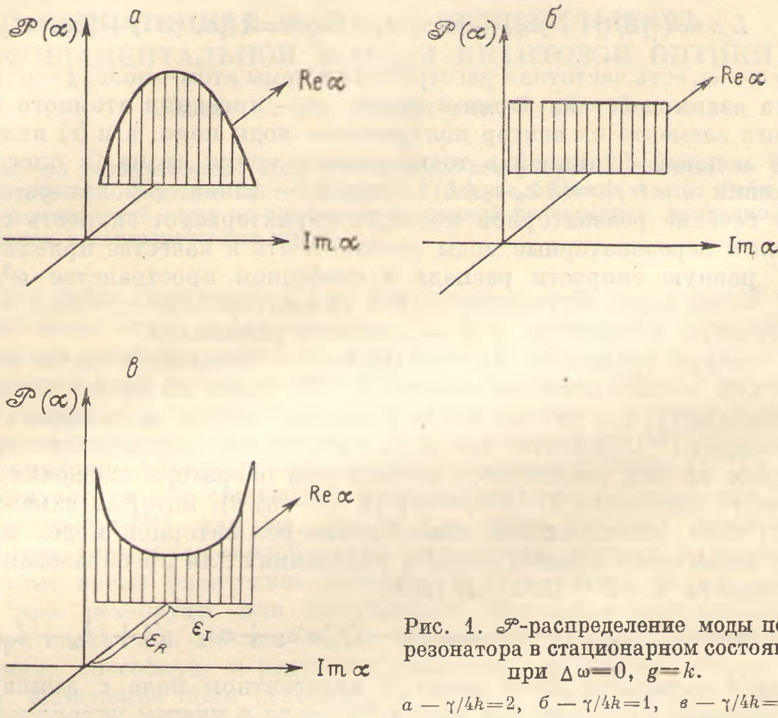

Рис. 1. $\mathscr{P}$-распределение моды поля резонатора в стационарном состоянии при $\Delta\omega = 0$, $g = k$.

а — $\gamma/4k = 2$, *б* — $\gamma/4k = 1$, *в* — $\gamma/4k = 0.5$.

с матрицей плотности σ_{11} осциллятор возбуждается классическим полем с амплитудой, пропорциональной $-gs/2$, в то время как во втором состоянии σ_{22} осциллятор возбуждается классическим полем с тем же, но сдвинутым по фазе на π значением амплитуды. Переходы между двумя состояниями происходят как внезапные марковские скачки со скоростями d_{21} и d_{12}. Если скорости относительно малы, то, очевидно, что такая система может проявлять фазовую бистабильность. В самом деле, мы решили (8) в стационарном случае на основе эквивалентных уравнений для характеристической матрицы $\mathscr{F}_{ij}(\lambda, t) = \mathrm{Sp}\,(\exp(\lambda a^+)\exp(-\lambda^* a)\,D(E/k)\,\sigma_{ij}D^{-1}(E/k))$ и нашли, что $\mathscr{P}$ — функция поля ($\mathscr{P}(\alpha) = \mathscr{P}_{11}(\alpha) + \mathscr{P}_{22}(\alpha)$; $\mathscr{P}_{ii}(\alpha) = \pi^{-2}\int d^2\lambda \exp(\lambda^*\alpha - \lambda\alpha^*)\,\mathscr{F}_{ii}(\lambda, t)$) выглядит так:

$$\mathscr{P}(\alpha) = \mathscr{P}_0^{-1}\delta(\mathrm{Re}\,\alpha - \mathscr{E}_R)\,\Theta(\mathrm{Im}^2\alpha - \mathscr{E}_I^2)\left(1 - \frac{\mathrm{Im}\,\alpha}{\mathscr{E}_I}\right)^{d_{21}/k-1}\left(1 + \frac{\mathrm{Im}\,\alpha}{\mathscr{E}_I}\right)^{d_{12}/k-1}, \tag{9}$$

где $\mathscr{P}_0 = 2^{\frac{d_{12}+d_{21}}{\gamma}-1}|\mathscr{E}_I|\,B(d_{21}/k,\ d_{12}/k)$ — параметр нормировки; $\mathscr{E}_R = E/k$; $\mathscr{E}_I = gs/2k$; $B(x,\ y) = \Gamma(x)\,\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$ — бета-функция; $\Theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда, равная единице при $x \geqslant 0$ и нулю при $x < 0$. Как видно из (9), распределения действительной и мнимой частей амплитуды поля являются независимыми. Действительная часть совпадает со стационарной амплитудой $\mathscr{E}_R$ пустого резонатора, тогда как мнимая часть распределена, согласно закону бета-распределения, на отрезке от $-\mathscr{E}_I$ до $\mathscr{E}_I$. Взаимосвязь между мнимой частью распределения и значением отношения $\gamma/4k$ иллюстрирована на рис. 1. Если это отношение больше единицы ($\gamma/4k > 1$), то распределение будет стабильным с одним максимумом (рис. 1, *а*). При $\gamma/4k=1$ (рис. 1, *б*) реализуется однородное распределение, и при $\gamma/4k < 1$ распределение становится бистабильным (рис. 1, *в*) с двумя стабильными точками, локализованными в $\mathrm{Im}\,\alpha_1=-gs/2k$ и $\mathrm{Im}\,\alpha_2=gs/2k$. Стабильность точек зависит от значения $\gamma/4k$: чем меньше отношение $\gamma/4k$, тем больше стабильность точек. Можно заметить, что расстройка $\Delta\,\omega$ системы поле—атом ведет к асимметрии распределения. Бистабильность мнимой части амплитуды при $\gamma/4k < 1$ вместе с фиксиро-

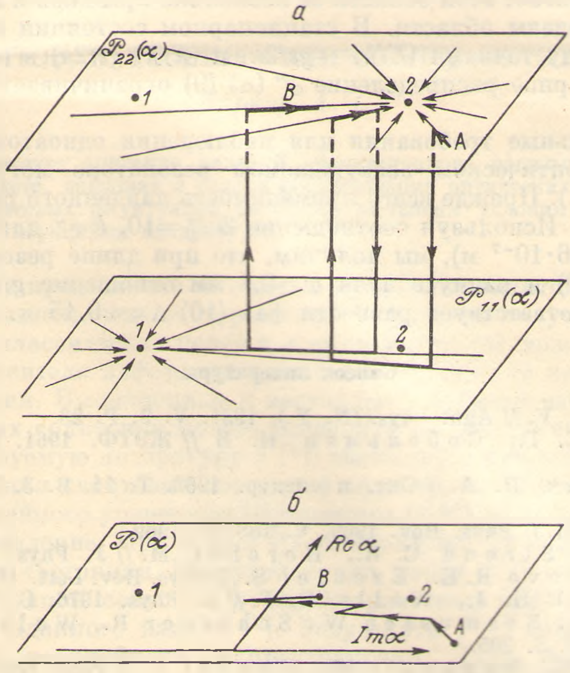

Рис. 2. Фазовое пространство для когерентно возбуждаемого атома внутри резонатора в случае больших частот Раби — *а*, и стохастическая картина движения моды поля резонатора для $\mathscr{P}$-представления — *б*.

ванным значением действительной части может наблюдаться как фазовая бистабильность поля. Последнее противопоставлено одноатомной оптической бистабильности поглощательного типа, полученной в [25] на основе метода факторизации среднего поля. Различие между фазами поля в стабильных точках будет следующим:

$$\Delta\varphi = 2\,\mathrm{arctg}\,(gs/2E). \tag{10}$$

Как видно из уравнения (10), разность фаз не зависит от длины резонатора и определяется отношением

$$\frac{g}{E} = 2\sqrt{2}\,\frac{C}{Y} = \frac{\gamma}{2v}\cdot\frac{12}{(k_0w)^2}\cdot\frac{F}{\pi}, \tag{11}$$

где $k_0=2\pi/\lambda$, w — радиус перетяжки лазерного луча. $C=g^2/k\gamma$ — параметр кооперативности для одноатомного варианта оптической бистабильности, $Y=E/k\sqrt{n_s}$ — нормированная амплитуда возмущающего поля, $n_s=\gamma^2/8g^2$ — насыщающее число фотонов. Обсуждаемые свойства стационарного распределения (9) станут более понятными, если мы обратимся к фазовому пространству модели (рис. 2), которое согласно уравнениям для $\mathscr{P}_{11}(\alpha)$ и $\mathscr{P}_{22}(\alpha)$ $(\alpha=x+iy)$

$$\frac{\partial\mathscr{P}_{11}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[(kx-E)\,\mathscr{P}_{11}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{gs}{2}+ky\right)\mathscr{P}_{11}\right] + d_{21}\mathscr{P}_{22} - d_{12}\mathscr{P}_{11}, \tag{10а}$$

$$\frac{\partial \mathscr{P}_{22}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[(kx - E)\mathscr{P}_{22}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(-\frac{gs}{2} + ky\right)\mathscr{P}_{22}\right] - d_{21}\mathscr{P}_{22} + d_{12}\mathscr{P}_{11} \quad (10б)$$

состоит из двух фазовых плоскостей, соответствующих двум функциональным состояниям (σ_{11} и σ_{22}) осциллятора. Стохастические уравнения в соответствии с уравнениями (10) определяют марковский процесс движения вдоль траекторий $y+gs/2k=\mathrm{const}\cdot(kx-E)$ и $y-gs/2k=\mathrm{const}\,(kx-E)$ для первой ($\mathscr{P}_{11}$) и второй ($\mathscr{P}_{22}$) фазовых плоскостей и внезапные стохастические прыжки между плоскостями. Стохастическая картина процесса, представленная на рис. 2, показывает, что система, находящаяся изначально за пределами области $-(gs/2k) \leqslant y \leqslant gs/2k$, достигает этой области за несколько прыжков и после этого не может выйти за пределы области. В стационарном состоянии система движется вдоль линии между точками (E/k, $-gs/2k$) и (E/k, $gs/2k$) в обеих плоскостях. Поэтому стационарное распределение $\mathscr{P}$ (α) (9) ограничивается этим отрезком линии $x=E/k$.

Экспериментальные требования для наблюдения одноатомной фазовой бистабильности в оптическом возбуждаемом резонаторе могут быть оценены на основе (6) и (11). Прежде всего применимость найденного решения определяется условием (6). Используя соотношение $2v/\gamma=10$, $k=\gamma$ для D-линии натрия ($\gamma\simeq 6\cdot 10^7$ с$^{-1}$, $\lambda\simeq 6\cdot 10^{-7}$ м), мы получим, что при длине резонатора $L=1.5$ мм (резкости $F=5200$) и радиусе луча $w=0.1$ мм отношение g/E, согласно (11), равно 1.7, что соответствует разности фаз (10) $\Delta\varphi\approx 0.45\,\pi$.

Список литературы

[1] Weisskopt V. // Ann. Phys. (N. Y.). 1931. V. 9. P. 23.
[2] Раутиан С. Г., Собельман И. И // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 456; 1963. Т. 44. С. 834.
[3] Апанасевич П. А. // Опт. и спектр. 1963. Т. 14. В. 3. С. 612; 1964. Т. 16. В. 4. С. 709.
[4] Mollow B. R. // Phys. Rev. 1969. V. 188. P. 1969.
[5] Schuda F., Stroud C. R., Hercher M. // J. Phys. 1974. B. 7. L. 198.
[6] Wu F. Y., Grove R. E., Ezekiel S. // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 1426.
[7] Carmichael H. J., Walls D. F. // J. Phys. 1976. B. 9. P. 1199.
[8] Harting W., Resmussen W., Schieder R., Walther H. // Z. Phys. 1976. A. B. 278. S. 205.
[9] Kimble H. G., Dagenais M., Mandel L. // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 691; Phys. Rev. 1978. A. V. 18. P. 201.
[10] Short R., Mandel L. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 384.
[11] Walls D. F., Zoller P. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 709.
[12] Apanasevich P. A., Kilin S. Ya. // Phys. Lett. 1977. V. 62A. P. 83.
[13] Goy P., Raimond J. M., Gross M., Haroche S. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 1903.
[14] Jhe W., Anderson A., Hinds E. A., Meschede D., Moi L., Haroche S. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 666.
[15] O'Brien D. P., Meystre P., Walther H. // Adv. At. Mol. 1985. V. 21. P. 1.
[16] Hulet R. G., Hilfer E. S., Sleppner D. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2137.
[17] Lweenstein M., Mossberg T. W., Glauber R. J. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 775.
[18] Zhu Y., Lezama A., Mossberg T. W., Lewenstein M. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 1946.
[19] Sanchez-Mondragon J. J., Narozhny N. B., Eberly J. H. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 550.
[20] Agarval G. S. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1732.
[21] Raizen M. G., Thompson R. J., Brecha R. J., Kimble H. J., Carmichael H. J. // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 240.
[22] Savage C. M. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1829.
[23] Rice P. R., Carmichael H. J. // IEEE J. Quant. Electron. 1988. V. 24. P. 1351.
[24] Barnett S. M., Knight P. L. // Phys. Rev. 1986. A. V. 33. P. 2444.
[25] Savage C. M., Camrichael H. J. // IEEE J. Quant. Electron. 1988. V. 24. P. 1495.
[26] Kilin S. Ya. // J. Phys. 1980. B. V. 13. P. 2653.

Институт физики
им. Б. И. Степанова АН БССР
Минск

Поступило в Редакцию
23 октября 1990 г.