

УДК 66.048.375

В. Н. Павлечко

## КОМПЛЕКСНАЯ МОДЕЛЬ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕКТИФИКАЦИОННЫХ ТАРЕЛОК.

## 1. ПРЯМОТОЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ ФАЗ

*Рассмотрен массообмен при прямоточном движении фаз и при полном перемешивании жидкости на тарелке, когда в состоянии равновесия находятся покидающие идеальную тарелку пар и жидкость. Предполагается, что завышенные значения эффективности тарелки в известных моделях Мерффи и Хаузена предопределены условиями взаимосвязи идеальной и реальной тарелок. Предложена комплексная модель массообмена, в которой равны составы потоков в идеальной и реальной тарелках на некотором расстоянии от места ввода фаз. Проведено ее сравнение с известными моделями Мерффи и Хаузена, и установлено, что последние являются граничными случаями первой. Доказано равенство эффективностей в жидкости и паре.*

При анализе эффективности ректификационных колонн наибольшее распространение получили модели, предложенные Мерффи [1] и Хаузенем [2].

В случае линейного равновесного отношения составов эффективности по Мерффи и Хаузену связаны уравнением [3-5]

$$\frac{1}{E_{M,v}} + \frac{mV}{L} = \frac{mV}{E_{M,liq}L} + 1 = \frac{1 + \frac{mV}{L}}{E_H} \quad (1)$$

В рассматриваемых моделях покидающие идеальную тарелку пар и жидкость находятся в состоянии равновесия. Это условие соблюдается как при полном перемешивании жидкости, так и при идеальном ее вытеснении в случае прямоточного движения фаз (рис. 1).

В модели Мерффи при анализе эффективности массообмена соответственно в паровой фазе и жидкости на идеальной и реальной тарелках равны по составу и количеству потоки [1, 3]: а) поступающего пара и выходящей жидкости; б) выходящего пара и поступающей жидкости.

Идеальная и реальная тарелки в модели Хаузена связаны следующими условиями [2, 3]:

- а) количество, состав и температура поступающих на обе тарелки жидкости и пара равны;
- б) теплообмен между тарелками и окружающей средой в обоих случаях одинаков;
- в) молярные потоки обеих фаз постоянны.

Применительно к содержанию легколетучего компонента в паре и жидкости перечисленные условия моделей представим соответственно в виде

$$y_{n-1}^* = y_{n-1}, \quad x_{n-1}^* = x_{n-1}; \quad (2a)$$

$$y_n^* = y_n, \quad x_n^* = x_n; \quad (2б)$$

$$y_{n-1}^* = y_{n-1}, \quad x_n^* = x_n \quad (2в)$$

Если допустить достоверность левых частей равенств (2а), относящихся к идеальной тарелке, то значения правых частей, соответствующие реальной тарелке, оказываются заниженными, так как в идеальной тарелке, работающей более эффективно, левые величины должны быть меньше правых. Таким образом, показатели работы реальной тарелки в модели Мерффи при анализе эффективности в паровой фазе идеализируются. С другой стороны, если предположить справедливость правых частей равенств (2а), то левые части по той же причине получаются завышенными, т. е. эти показатели работы идеальной тарелки ухудшаются и она в какой-то степени приближается к реальной.

В работающей более эффективно идеальной тарелке левые части равенств (2б) должны быть больше правых. Однако в связи с тем, что в модели Мерффи они уравниваются, показатели работы действительной тарелки завышаются и в определенной мере идеализируются, а параметры идеальной тарелки ухудшаются и сдвигаются в сторону величин действительной тарелки.

Подобная ситуация имеет место и в модели Хаузена. Концентрация легколетучего компонента в паровой фазе перед идеальной тарелкой должна быть меньше, чем перед реальной, а его начальная концентрация в жидкости перед реальной тарелкой – больше. Поэтому равенство соответствующих величин (2в) в модели Хаузена также идеализирует реальную тарелку и ухудшает показатели идеальной тарелки.

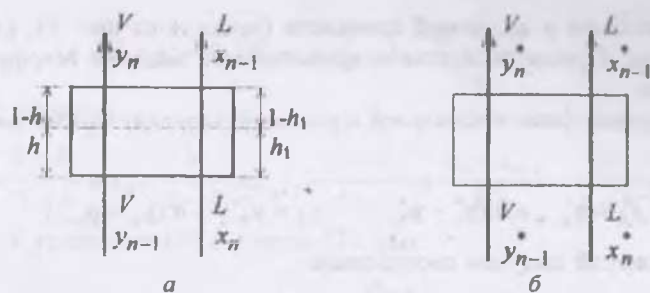


Рис. 1. Схема прямоточных потоков паровой и жидкой фаз на реальной (а) и идеальной (б) тарелках

На эффективность тарелок оказывают влияние также условия равновесия потоков пара и жидкости, покидающих идеальную тарелку. Применительно к анализируемым моделям эти условия имеют следующий вид:

а) в модели Мерфри при анализе эффективности массообмена в паровой и жидкой фазах соответственно

$$(y_n^*)_{M,v} = mx_{n-1}, \quad (3a)$$

$$y_n = m(x_{n-1}^*)_{M,liq}; \quad (3б)$$

б) в модели Хаузена

$$(y_n^*)_H = m(x_{n-1}^*)_H. \quad (3в)$$

Согласно равенству (3а), в модели Мерфри при анализе эффективности массообмена в паровой фазе содержание легколетучего компонента в паровой фазе после идеальной тарелки занижается, а в жидкости после действительной тарелки завышается. В соответствии с равенством (3б) при анализе эффективности по жидкости в модели Мерфри содержание легколетучего компонента в паровой фазе после реальной тарелки несколько увеличено, а в жидкости – уменьшено. И в первой, и во второй моделях имеет место искажение показателей работы идеальной и реальной тарелок, в результате чего данные расчетов, полученные на основании этих моделей, заметно отличаются от экспериментальных.

Равенство (3в) полностью согласуется с представлением о работе идеальной тарелки и в модели Хаузена отсутствует какое-либо несоответствие по рассматриваемому условию. Возможно, благодаря этой особенности ряд исследователей выделяют модель Хаузена из других и отдают ей предпочтение [3, 6].

Таким образом, в известных моделях реальная тарелка представлена несколько идеализированной, а идеальная тарелка частично приближена к действительной. Практически это означает слегка завышенные значения эффективности действительной тарелки.

С целью устранения отмеченных недостатков моделей предлагаются следующие условия взаимосвязи тарелок (рис. 2).

В отличие от известных в предлагаемой модели составы поступающих и выходящих фаз на идеальной и реальной тарелках различаются. Причем концентрация легколетучего компонента в паре, поступающем на идеальную тарелку, меньше соответствующей величины для реальной тарелки, а его концентрация после идеальной тарелки больше, чем после реальной, как это и должно быть. Составы пара на идеальной и

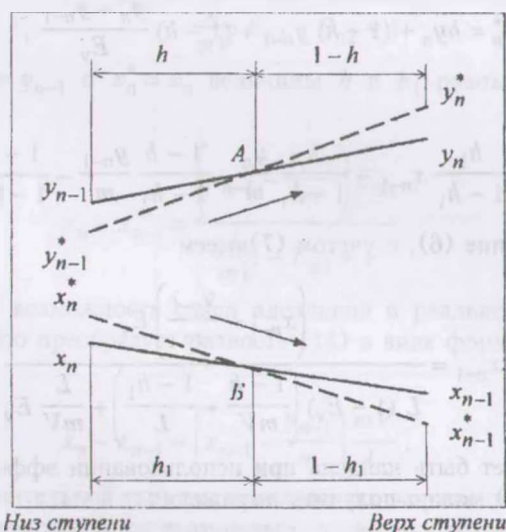


Рис. 2. Изменение концентраций на реальной (сплошные линии) и идеальной (штриховые) тарелках при прямоточном движении фаз

реальной тарелки выравниваются в некоторой плоскости (точка А на рис. 2), удаленной на расстоянии  $h$  от места ввода паровой фазы. Прочие особенности применимости моделей Мерфри и Хаузена имеют место и в рассмотренной модели.

Для точки А составы паровой фазы в идеальной и реальной тарелках можно выразить соответствующими зависимостями

$$y_A^* = y_{n-1}^* + h (y_n^* - y_{n-1}^*), \quad y_A = y_{n-1} + h (y_n - y_{n-1}).$$

Приравняв их, получим соотношение

$$(1 - h) y_{n-1}^* + h y_n^* = (1 - h) y_{n-1} + h y_n. \quad (4)$$

В жидкости содержание легколетучего компонента перед идеальной тарелкой больше, чем перед реальной, а на выходе — меньше. В некоторой плоскости (точка В на рис. 2), удаленной на расстоянии  $h_1$  от низа ступени контакта, составы жидкости в идеальной и реальной тарелках совпадают. Для точки В также можно получить соотношение, аналогичное (4):

$$(1 - h_1) x_n^* + h_1 x_{n-1}^* = (1 - h_1) x_n + h_1 x_{n-1}. \quad (5)$$

В общем случае  $h \neq h_1$ , но возможен частный случай, когда составы пара и жидкости выравниваются в одном месте на идеальной и реальной тарелках.

Для комплексной модели массообмена (рис. 1, 2) уравнения материального баланса по легколетучему компоненту для идеальной и реальной тарелок имеют соответственно вид

$$L (x_n^* - x_{n-1}^*) = V (y_n^* - y_{n-1}^*), \quad (6)$$

$$L (x_n - x_{n-1}) = V (y_n - y_{n-1}), \quad (7)$$

а выражения эффективности в паровой и жидкой фазах —

$$E_v = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_n^* - y_{n-1}^*}, \quad (8)$$

$$E_{liq} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n^* - x_{n-1}^*}. \quad (9)$$

Состав пара, покидающего идеальную тарелку, при прямоточном движении фаз или при полном перемешивании жидкости находится в равновесии с уходящей жидкостью

$$y_n^* = m x_{n-1}^*. \quad (10)$$

Совместное решение формул (4) и (8) позволяет получить зависимости

$$y_{n-1}^* = h y_n + (1 - h) y_{n-1} - h \frac{y_n - y_{n-1}}{E_v}, \quad (11)$$

$$y_n^* = h y_n + (1 - h) y_{n-1} + (1 - h) \frac{y_n - y_{n-1}}{E_v}, \quad (12)$$

а (5) и (10) с учетом (12) —

$$x_n^* - x_{n-1}^* = x_n + \frac{h_1}{1 - h_1} x_{n-1} - \frac{h}{1 - h_1} \frac{y_n}{m} - \frac{1 - h}{1 - h_1} \frac{y_{n-1}}{m} - \frac{1 - h}{1 - h_1} \frac{y_n - y_{n-1}}{m E_v}. \quad (13)$$

Подставив (11)–(13) в уравнение (6), с учетом (7) имеем

$$x_n - x_{n-1} = \frac{\left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) E_v}{L (1 - E_v) \left(\frac{1 - h}{mV} + \frac{1 - h_1}{L}\right) + \frac{L}{mV} E_v}. \quad (14)$$

Аналогичная зависимость может быть найдена при использовании эффективности массообмена в жидкости. Первоначально из (5) и (9) можно получить выражения

$$x_{n-1}^* = (1 - h_1) x_n + h_1 x_{n-1} - (1 - h_1) \frac{x_n - x_{n-1}}{E_{liq}}, \quad (15)$$

$$x_n^* = (1 - h_1) x_n + h_1 x_n + h_1 \frac{x_n - x_{n-1}}{E_{\text{liq}}}, \quad (16)$$

Получим из (4), (10) и (15) - разность

$$y_n^* - y_{n-1}^* = \frac{1 - h_1}{1 - h} m x_n + \frac{h_1}{1 - h} m x_{n-1} - \frac{1 - h_1}{1 - h} m \frac{x_n - x_{n-1}}{E_{\text{liq}}} - \frac{h}{1 - h} y_n - y_{n-1}. \quad (17)$$

Подстановка (15)-(17) в уравнение (6) с учетом (7) дает

$$x_n - x_{n-1} = \frac{\left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) E_{\text{liq}}}{L(1 - E_{\text{liq}}) \left(\frac{1 - h}{mV} + \frac{1 - h_1}{L}\right) + \frac{L}{mV} E_{\text{liq}}}.$$

Сравнение полученного выражения с формулой (14) подтверждает равенство эффективностей в паровой и жидкой фазах для рассматриваемой модели массообмена, т. е.

$$E_v = E_{\text{liq}} = E_{\text{п}}. \quad (18)$$

Как отмечалось выше, в частном случае  $h_1$  может быть равной  $h$ . С учетом этого формула (14) принимает вид

$$x_n - x_{n-1} = \frac{\left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) E_{\text{п}}}{(1 - E_{\text{п}})(1 - h) \left(\frac{L}{mV} + 1\right) + \frac{L}{mV} E_{\text{п}}}, \quad (19)$$

и когда  $h = h_1 = 0.5$ , то

$$x_n - x_{n-1} = \frac{\left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) 2E_{\text{п,м}}}{\frac{L}{mV} + 1 + \frac{L}{mV} E_{\text{п,м}} - E_{\text{п,м}}}. \quad (20)$$

В модели Мерффи при анализе эффективности массообмена в паровой фазе при  $y_{n-1}^* = y_{n-1}$  и  $x_{n-1}^* = x_{n-1}$  расстояния  $h = 0$  и  $h_1 = 1$ . В этом случае зависимость (14) упрощается:

$$x_n - x_{n-1} = \left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) \frac{mV}{L} E_{\text{п1}}. \quad (21)$$

При анализе эффективности массопередачи в жидкости в модели Мерффи  $y_n^* = y_n$ ,  $x_n^* = x_n$ , что применительно к рассматриваемой модели конкретизируется как  $h = 1$ ,  $h_1 = 0$ , и выражение (14) приводится к виду

$$x_n - x_{n-1} = \frac{\left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) E_{\text{п2}}}{\frac{L}{mV} E_{\text{п2}} - E_{\text{п2}} + 1}. \quad (22)$$

В модели Хаузена при  $y_{n-1}^* = y_{n-1}$  и  $x_n^* = x_n$  величины  $h$  и  $h_1$  равны нулю и формула (14) также упрощается:

$$x_n - x_{n-1} = \frac{\left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) E_{\text{п3}}}{\frac{L}{mV} - E_{\text{п3}} + 1}. \quad (23)$$

Анализ вариантов показывает возможность связи идеальной и реальной тарелок также при  $y_n^* = y_n$  и  $x_{n-1}^* = x_{n-1}$ , когда  $h = 1$  и  $h_1 = 1$ , что преобразует разность (14) в виде формулы (21), но у которой эффективность равна единице:

$$x_n - x_{n-1} = \left(x_{n-1} - \frac{y_{n-1}}{m}\right) \frac{mV}{L}. \quad (24)$$

Для расчета параметров действительной тарелки использовать выражение (24) и связь тарелок в случае проточного движения фаз не представляется возможным, поскольку эффективность должна быть меньше единицы.

Левые части в формулах (20)-(23) равны. Приравнявая их правые части, получим

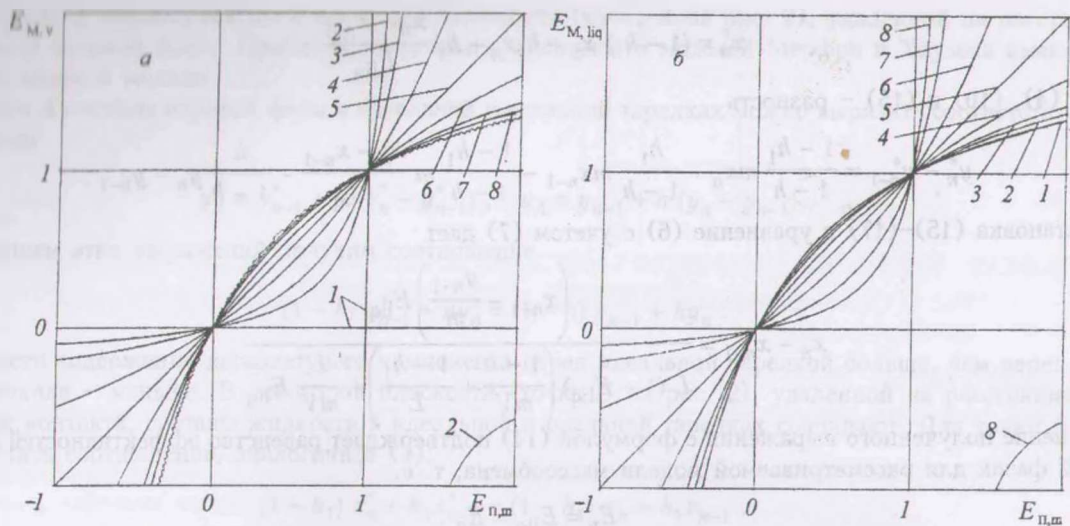


Рис. 3. Зависимость  $E_{M,v}$  (а) и  $E_{M,liq}$  (б) от  $E_{n,m}$  при различных значениях  $L/mV$ :  
 1 - 0; 2 - 0.1; 3 - 0.2; 4 - 0.5; 5 - 1.0; 6 - 2.0; 7 - 5.0; 8 - 10

$$\frac{\frac{L}{mV}}{E_{n1}} + 1 = \frac{L}{mV} + \frac{1}{E_{n2}} = \frac{\frac{L}{mV} + 1}{E_{n3}} = \frac{\frac{L}{mV} + 1}{2E_{n,m}} + \frac{L}{2mV} + \frac{1}{2}. \quad (25)$$

Первые три члена равенства, умноженные на  $mV/L$ , аналогичны (1) при  $E_{M,v} = E_{n1}$ ,  $E_{M,liq} = E_{n2}$  и  $E_H = E_{n3}$ , поэтому комплексную модель можно рассматривать как обобщенную, у которой известные модели Мерффи и Хаузена являются граничными случаями.

Определение эффективности ректификационной тарелки по выражениям (8) или (9) не представляется возможным, поскольку в них используются гипотетические концентрации теоретической тарелки. Более реальной является зависимость эффективности тарелки от действительных параметров, полученная из формулы (14):

$$E_{II} = \frac{(1-h) \frac{L}{mV} + 1 - h_1}{\frac{x_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} - h \frac{L}{mV} - h_1} \quad (26)$$

или при  $h = h_1 = 0.5$  - из формулы (20)

$$E_{n,m} = \frac{\frac{L}{mV} + 1}{\frac{x_n + x_{n-1} - 2 \frac{y_{n-1}}{m}}{x_n - x_{n-1}} - \frac{L}{mV}} \quad (27)$$

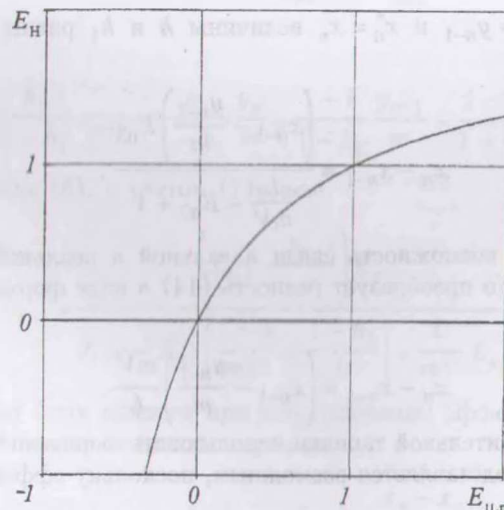


Рис. 4. Зависимость  $E_H$  от  $E_{n,m}$

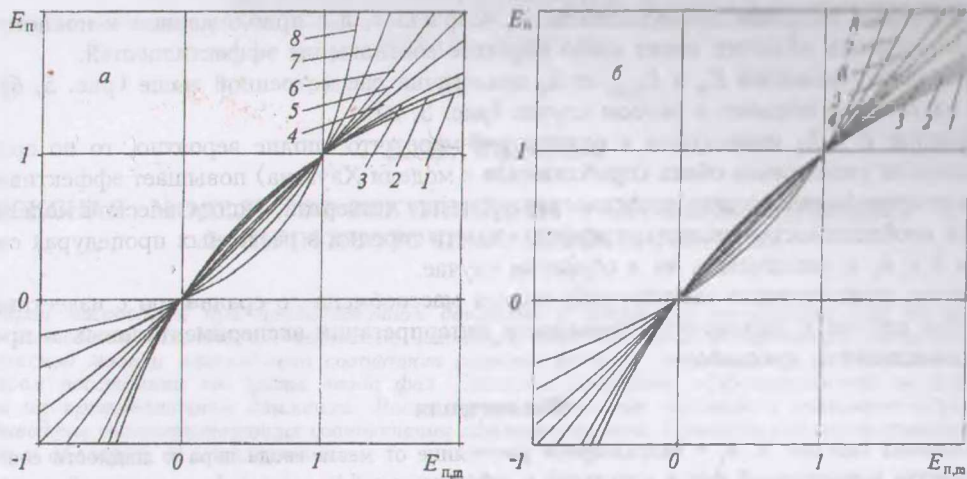


Рис. 5. Зависимость  $E_n$  от  $E_{n,m}$  при  $L/mV = 1.5$ ,  $h_1 = 0.5$  (а),  $h = 0.5$  (б) и различных значениях  $h$  (а) и  $h_1$  (б): 1 - 0; 2 - 0.1; 3 - 0.2; 4 - 0.3; 5 - 0.5; 6 - 0.6; 7 - 0.8; 8 - 1.0

На рис. 3, 4 приведены графические изображения зависимостей эффективности комплексной модели массообмена при проточном движении фаз от эффективностей по Мерффи и Хаузену.

Как видно из рис. 3, а, в реальном диапазоне ( $0 < E < 1$ )  $E_{M,v}$  больше  $E_n$  при  $L/mV > 1$  и меньше - при  $L/mV < 1$ . При эффективностях больше единицы или меньше нуля указанные соотношения становятся противоположными. Значения рассматриваемых эффективностей совпадают при  $L/mV = 1$ .

Выше отмечалось, что модели Мерффи и Хаузена несколько идеализируют реальную тарелку, т. е. приводят к завышенным значениям получаемых в них эффективностей. Применительно к рис. 3, а это предположение подтверждается при  $L/mV > 1$ . Поэтому модель Мерффи при анализе эффективности в паровой фазе целесообразно применять при  $L/mV < 1$ . В других случаях предпочтительнее использовать комплексную модель.

Рис. 3, б показывает, что в реальном диапазоне  $E_{M,liq}$  больше  $E_n$  при  $L/mV < 1$  и меньше - при  $L/mV > 1$ . При значениях эффективностей, меньших нуля или больших единицы, наблюдаются их противоположные соотношения. Модель Мерффи при анализе эффективности массообмена в жидкости идеализирует реальную тарелку при  $L/mV < 1$ , поэтому ее целесообразно использовать при  $L/mV > 1$ . В противном случае предпочтительнее комплексная модель.

Сравнение рис. 3, а и б показывает идентичность этих графиков. Различие между ними заключается в использовании  $L/mV$  в одном из них и обратной величины в другом.

В реальном диапазоне эффективностей  $E_H > E_n$  (рис. 4), что также подтверждает приведенное выше предположение о некоторой идеальности действительной тарелки в модели Хаузена. Поэтому предпочтительнее комплексная модель массообмена во всем диапазоне реальных значений эффективностей. Рис. 4 показывает также независимость отношения  $E_H$  и  $E_n$  от  $L/mV$ , т. е. это соотношение влияет на указанные эффективности в одинаковой мере.

Изменение взаимосвязи эффективностей от  $h$  или  $h_1$  при  $L/mV = 1.5$  и фиксированном значении другого расстояния, равного половине полной величины, приведено соответственно на рис. 5. В реальном диапазоне эффективностей при  $0 < h < 0.5$   $E_n > E_{n,m}$ , а при  $0.5 < h < 1$   $E_n < E_{n,m}$  (рис. 5, а). Причем с убыванием

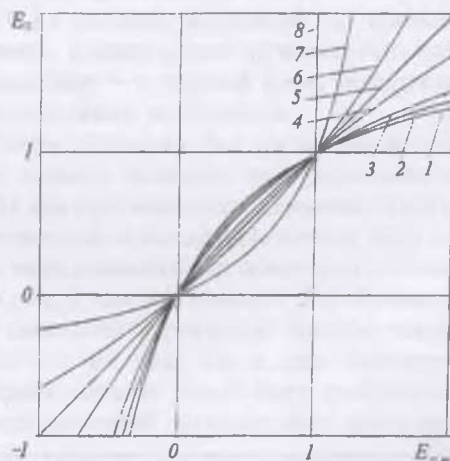


Рис. 6. Зависимость  $E_n$  от  $E_{n,m}$  при  $L/mV = 1.5$ ,  $h_1 = h$  и различных значениях  $h$  1-8 - обозначения те же, что и на рис. 5

$h$  от средней величины значение эффективности  $E_n$  возрастает, а с приближением к полному значению – снижается. В нереальных областях имеет место обратное соотношение эффективностей.

Зависимость эффективностей  $E_n$  и  $E_{n,m}$  от  $h_1$  аналогична рассмотренной выше (рис. 5, б), с той лишь разницей, что их отличие меньше в первом случае (рис. 5, а).

Если расстояния  $h$  и  $h_1$  изменяются в одинаковой мере, что вполне вероятно, то по сравнению с их средними значениями уменьшение обеих (приближение к модели Хаузена) повышает эффективность тарелки (рис. 6), а увеличение (приближение к рассмотренной выше четвертой, гипотетической модели) – снижает ее. Поэтому при необходимости повышения эффективности тарелки в расчетных процедурах следует уменьшать величины  $h$  и  $h_1$  и увеличивать их в обратном случае.

Таким образом, предложенная комплексная модель массообмена по сравнению с известными включает их как граничные случаи и расширяет возможности интерпретации экспериментальных и промышленных данных ректификационных процессов.

### Обозначения

$E$  – эффективность тарелки;  $h, h_1$  – безразмерное расстояние от места ввода пара и жидкости соответственно до поверхности равенства концентраций фаз в идеальной и действительной тарелках;  $L$  – молярный поток жидкости;  $m$  – коэффициент равновесия;  $V$  – молярный поток пара;  $x, y$  – концентрация легколетучего компонента соответственно в жидкости и паре. Индексы: Н – модель Хаузена; liq – жидкая фаза; М – модель Мерффри;  $n$  – номер рассматриваемой тарелки;  $n-1$  – номер предыдущей тарелки по ходу движения пара;  $p$  – прямоточное движение фаз;  $p, m$  – прямоточное движение фаз при значениях  $h$  и  $h_1$ , равных половине их полного значения;  $v$  – паровая фаза; \* – идеальные условия.

### Литература

1. Murphree E. V. // Ind. Eng. Chem. 1925. Vol. 17, N 7. P. 747–750.
2. Hausen H. // Chem. Ing. Tech. 1953. Bd. 25, N 10. S. 595–597.
3. Medina A. G., Ashton N., McDermott C. // Chem. Eng. Sci. 1979. Vol. 34, N 9. P. 1105–1112.
4. Савельев Н. И., Николаев Н. А. // Изв. вузов. Химия и хим. технол. 1985. Т. 28, № 9. С. 95–98.
5. Савельев Н. И., Николаев Н. А. // ТОХТ. 1989. Т. 13, № 4. С. 435–444.
6. Savcovic-Stevanovic J. // Separ. Sci. and Technol. 1984. Vol. 19, N 4–5. P. 283–285.

