

МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ
И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 674.093 : 658.512.22

СПЛАЙНЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ РАСКРОЯ
КРУГЛЫХ ЛЕСОМАТЕРИАЛОВ

А. А. ЯНУШКЕВИЧ, М. И. КУЛАК, М. К. ЯКОВЛЕВ

Белорусский технологический институт

В проектировании систем оптимального раскроя концептуальную роль играют математические модели раскраиваемых объектов. Адекватность моделей реальным объектам во многом предопределяет качество раскройных алгоритмов и в конечном итоге оптимальность самого раскроя. Развитие теории раскроя пиловочного и другого круглого сырья шло в направлении усложнения сырьевых моделей в целях повышения их адекватности. Совершенствование моделей сырья происходило, однако, вплоть до последнего времени в рамках аналитических описаний. Появление такого мощного инструмента исследований, каким является ЭВМ, а также привлечение новых математических результатов дают возможность выйти за пределы традиционных представлений о моделях круглых лесоматериалов. В работе [2] указано на очевидную возможность моделирования сплайном осевой линии в «эллиптической» модели бревна Пижурин — Розенблита [5].

Разработанный нами ранее [6, 7, 9, 10] метод, связанный с использованием сплайн-функций, развивается в данной работе, приводятся результаты его практической реализации.

Как известно, существует два принципиально различных метода моделирования геометрических объектов, в частности поверхностей. Первый можно назвать аналитическим. С его помощью осуществляется попытка приблизить (заменить) данную поверхность другой, задаваемой небольшим числом легко фиксируемых параметров. Большей общностью обладает второй метод, основанный на идее построения поверхности путем задания некоторого конечного числа ее точек, что позволяет учесть индивидуальные особенности моделируемого тела. Эти точки, указанные в определенном порядке, задают точечный базис поверхности, на основе которого может быть построен ее каркас — совокупность нескольких (обычно двух) семейств линий. Воспроизведение поверхности осуществляется в соответствии с базисом и существенно зависит от задаваемых дополнительных условий и используемого математического аппарата.

Наиболее универсальным и мощным математическим аппаратом моделирования сложных поверхностей являются бикубические сплайны. Пусть на плоскости задан прямоугольник $R: [a, b] \times [c, d]$ и двумерная сетка на нем

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta x + \Delta y; \\ \Delta x : a &= x_1 < x_2 < \dots < x_N = b; \\ \Delta y : c &= y_1 < y_2 < \dots < y_M = d, \end{aligned} \tag{1}$$

разбивающая область R на прямоугольники $R_{ij} : [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$, $i = 1, 2, \dots, N-1, j = 1, 2, \dots, M-1$.

Бикубические сплайны возникли как естественное обобщение одномерных кубических сплайнов на двумерный случай, о чем свидетельствует следующее.

Функция $C(x, y)$ [3] называется бикубическим сплайном на сетке Δ , если, во-первых, она является бикубическим полиномом на каждом прямоугольнике R_{ij} , т. е.

$$C(xy) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 a_{ij}^{kl} (x - x_i)^k (y - y_j)^l; \quad (2)$$

$$x, y \in R_{ij}; \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad j = 1, 2, \dots, M-1,$$

и, во-вторых, $C(x, y)$ принадлежит классу $C^{m, n}[R]$.

Здесь $C^{m, n}[R]$ — множество функций $f(x, y)$, имеющих на R непрерывные частные и смешанные производные порядка не выше m , включающие не более n дифференцирований по каждой переменной, т. е. существуют непрерывные производные

$$\frac{\partial^{(p+q)} C}{\partial x^p \partial y^q}; \quad p + q \leq m; \quad p, q \leq n.$$

Значения $m = 2, n = 1$ определяют так называемые сплайны Эрмита, обладающие минимальным (первым) порядком гладкости. В дальнейшем будем использовать бикубические сплайны класса $C^{4,2}[R]$, одномерным аналогом которых являются кубические интерполяционные сплайны дефекта 1, имеющие более высокий по сравнению со сплайнами Эрмита порядок гладкости (второй).

Геометрической моделью поверхности бревна (хлыста) может служить некоторая протяженная двусторонняя поверхность, гомеоморфная конечному цилиндру с замкнутой направляющей. Будем считать, что она представлена своим точечным каркасом — матрицей значений

$$\|z_{ij}\|; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

заданных некоторым регулярным образом в узлах сетки (1). Точечный каркас поверхности может быть образован по-разному. Воспользуемся одним из простейших способов, когда сетка Δ и матрица $\|z_{ij}\|$ представляют собой значения прямоугольных декартовых координат соответствующих точек поверхности, лежащих на параллельных сечениях ее двумя семействами взаимно ортогональных плоскостей определенного направления, например параллельных координатным плоскостям XOY и XOZ (рис. 1). Этот способ формирования точечного каркаса поверхности бревна задает направление двух семейств координатных линий: первое образовано замкнутыми линиями поперечных сечений, второе состоит из образующих боковой поверхности бревна.

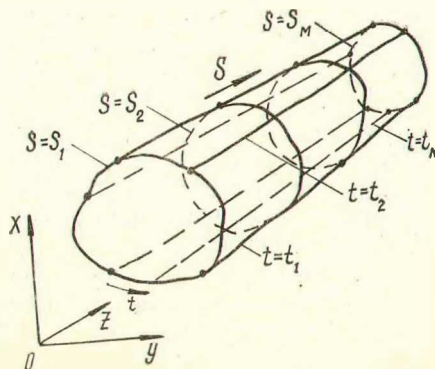


Рис. 1. Каркас поверхности бревна

Если значения точечного каркаса получены из точных измерений, то естественным способом аппроксимации таких данных является интерполяция. Будем искать интерполирующую функцию в виде сплайна (2) со значениями, заданными матрицей (3) на сетке узлов (1). Так как геометрическая модель поверхности бревна относится к замкнутым поверхностям, то удобно использовать ее параметрическое представление

$$r(t, s) = [x(t, s), y(t, s), z(t, s)], \quad (4)$$

где t и s — параметры, связанные соответственно с первым и вторым семействами координатных линий.

Параметризация поверхности, заданной узлами точечного каркаса, может быть проведена следующим образом. Выберем две каркасные линии из разных семейств, представленные в дискретно-точечной форме. Вводя для каждой из них параметризацию по суммарной длине хорд [6], получаем сетки Δt и Δs , объединение которых дает двумерную сетку

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta t \times \Delta s; \quad \Delta t: 0 = t_1 < t_2 < \dots < t_N = 1; \\ \Delta s: 0 &= s_1 < s_2 < \dots < s_M = 1, \end{aligned} \quad (5)$$

причем $R: [0,1] \times [0,1]$ — единичный квадрат.

Теперь задачу интерполяции поверхности бревна можно переформулировать в новых обозначениях так: найти бикубические сплайны $C_x(t, s)$, $C_y(t, s)$ и $C_z(t, s)$ вида (2) со значениями соответственно $\|x_{ij}\|$, $\|y_{ij}\|$ и $\|z_{ij}\|$, заданными в узлах сетки (5).

Следовательно, моделирование поверхности сводится к построению трех бикубических сплайнов на общей сетке узлов. Алгоритм построения бикубического сплайна основан на том, что на линиях сетки, например $s = s_j$, $j = 1, 2, \dots, M$, сплайн $C(t, s_j)$ и его частные производные по s являются кубическими от переменной t . Для однозначного определения коэффициентов сплайна требуется задавать дополнительные условия на границе области. В данном случае целесообразно выбирать так называемые смешанные граничные условия, а именно: для переменной t — условия периодичности сплайна $C(t, s)$ и его частных производных по t до порядка 2 включительно, а для переменной s — значения первых частных производных по s на границах $s = s_1, s_M$ в точках t_i , $i = 1, 2, \dots, N - 1$.

Схема реализации алгоритма приведена в работе [3]. Построение сплайнов $C_y(t, s)$ и $C_z(t, s)$ осуществляется аналогично.

Таким образом, построение бикубического сплайна сводится к решению $2N + M$ систем уравнений: по $M + 2$ на первом и по $N - 1$ на втором и третьем шагах [3]. Моделирование же поверхности бревна требует, как это следует из (4), решения в общей сложности $W = 3(2N + M)$ одномерных задач. Если принимаем среднюю длину бревна $L_{ср} = 5$ м и предполагаем, что точечный каркас задается через каждый метр его длины восьмиточечной сеткой поперечных сечений, то $W = 3(2 \cdot 9 + 6) = 72$. При использовании другого варианта алгоритма, где переменные t и s переставлены местами, имеем $W = 3(2 \cdot 6 + 9) = 63$. Поэтому при реализации алгоритма, прежде всего метода прогонки в системах САПР и АСУТП реального времени, быстроедействие применяемых вычислительных средств должно быть достаточно высоким.

Предложенная модель поверхности бревна содержит в качестве базовых алгоритмы моделирования каркаса (поперечных сечений и образующих) одномерными кубическими сплайнами. Такое моделирование

каркасных элементов было нами осуществлено ранее [6, 7]. При этом поперечные сечения бревен, хлыстов, кряжей моделировали векторными кубическими сплайнами дефекта 1 с периодическими граничными условиями. Были даны оценки качества моделирования, показавшие высокую адекватность и сходимость интерполяционных алгоритмов. Исследования показали, что такие модели обладают удовлетворительной точностью даже при малом (10...12) числе узлов N . Так, в серии вычислительных экспериментов при $N = 8$ погрешность, оцениваемая по площади, составила 1,5...2,0 %. Моделирование образующих поверхности при использовании кубических сплайнов с нулевыми граничными условиями на первые производные также дало аналогичные результаты.

Практическое применение предложенных моделей в системах автоматизированного учета, раскроя, а также проектирования связано с построением соответствующих алгоритмов раскроя сырья и созданием оборудования, обеспечивающего необходимые измерительные, вычислительные и технологические функции. В общей постановке такая задача представляется достаточно сложной, однако, в ряде частных случаев полученные результаты могут быть реально использованы. Так, на основе сплайновых моделей были разработаны алгоритмы раскроя сырья для производства строганого шпона из древесины тропических пород (красного дерева). Такие сортименты достаточно адекватно описываются математической моделью поверхности, которая представляет собой прямой цилиндр с направляющей, моделируемой периодическим кубическим сплайном. Для получивших наибольшее распространение на практике способа троения и ванческого четырехстороннего способа был разработан соответствующий алгоритм. Моделирование раскроя, осуществляемое на основе указанной модели, сводится к формированию на плоском сплайновом контуре поперечных сечений заготовок необходимого вида и размеров (рис. 2). Сравнительный анализ результатов моделирования раскроя сырья для производства строганого шпона и данных опытных распиловки показал, что увеличение использования площади сечения за счет выбора оптимального варианта раскроя составило в условиях эксперимента 3...5 % [8].

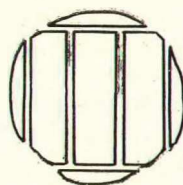


Рис. 2. Вариант раскроя кряжа по способу троения

Как известно, моделирование раскроя пиловочного сырья в качестве составных элементов использует наряду с математической моделью поверхности бревна алгоритм формирования сечений пиломатериалов. На рис. 3 представлен пример реализации такого алгоритма для пиломатериалов заданных размеров, который учитывает особенности геометрии сечения бревна и позволяет получать максимальную суммарную площадь сечений досок. При этом сечение бревна интерполируется сплайном.

Как видно из рисунка, выбор правильной ориентации сечения бревна в плоскости, перпендикулярной направлению подачи, играет здесь существенную роль и позволяет увеличить выход специфицированной пилопродукции. В экспериментах с асимметричными и овальными сечениями бревен за счет их оптимальной ориентации суммарную площадь сечений пиломатериалов удавалось повышать на 5...6 %.

Обеспечение разработанных на основе кубических сплайнов моделей «непосредственной диагностики» достоверной информацией о раз-

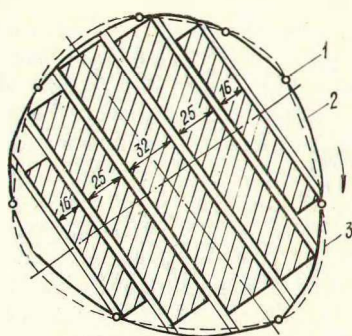


Рис. 3. Вариант формирования сечений пиломатериалов для по-
става 16-25-32-25-16: 1 — узел;
2 — сплайн; 3 — сечение

мерах и форме моделируемых объектов является важной проблемой. Ее решение может быть осуществлено на базе различной измерительной аппаратуры. Известно использование для этих целей телевизионных камер [4]. Нами для лабораторных экспериментов также использовалась установка, в состав которой входят телекамеры и персональная ЭВМ (ПЭВМ) с видеопроцессором. Телекамеры, расположенные вокруг измеряемого объекта (бревно, кряж), передают изображения его боковой поверхности в ПЭВМ. Видеопроцессор, выполненный в виде специальной платы в ПЭВМ и имеющий буферную память размером 16 Кбайт, преобразует непрерывное телевизионное изображение в дискретный вид, поступающий в основную память машины. Программное обеспечение, используя методы цифровой обработки изображений, определяет значения соответствующих величин (координат), выполняет построение моделей и затем производит необходимые технологические расчеты. Программы написаны на языке Турбо-Паскаль 5,0 и функционируют под управлением операционной системы MS DOS 3.30. В качестве ПЭВМ применяется серийная ЕС 1840, для нее разработан видеопроцессор.

Однако применение телевизионной техники в производственных условиях может быть сопряжено с известными трудностями (погодные условия, запыленность среды, вибрация и т. п.). Поэтому более предпочтительным является использование оптико-электронных измерительных систем. В частности, для обмера круглых лесоматериалов может быть применен предложенный авторами способ определения размеров тел, преимущественно бревен, использующий гладкий обвод кубическим сплайном [1].

В заключение остановимся на сравнении предложенного подхода, основанного на использовании сплайновых моделей, и принятого в настоящее время в теории раскроя пиловочного сырья. Как уже отмечалось, в теории выбор математических моделей круглых лесоматериалов имеет принципиальное значение, во многом предопределяя рациональность раскроя сырья. Поэтому отметим, что описанные выше сплайновые модели решают не просто частную задачу моделирования поверхности сортимента, а являются теоретической основой нового концептуального подхода, который возник как попытка преодоления узких мест в классической теории раскроя пиловочного сырья. Так, традиционные аналитические модели описывают пиловочное сырье как гометрическое тело вращения и в силу этого не способны учесть индивидуальные особенности формы ствола, классифицируемые как пороки формы (например кривизна различного вида, овальность, сбежистость и т. п.). Поэтому использование аналитических моделей в раскройных системах промышленного применения при неуклонном снижении качества заготавливаемого пиловочника ограничивает возможности роста производ-

ства пиломатериалов требуемого качества и размеров и заставляет прибегать к экстенсивным методам увеличения выпуска пилопродукции. Применение же в этих условиях численных моделей на основе сплайнов позволяет практически с полной адекватностью описывать раскраиваемый объект и максимально учитывать при раскрое геометрические особенности его формы. При этом возможность учета особенностей геометрии бревна, включая и пороки формы, заложена в самом концептуальном подходе построения моделей круглых лесоматериалов и, как следует из изложенного выше, осуществляется путем использования достаточно «плотных» интерполяционных сеток. Строго говоря, лишь при наличии адекватного описания раскраиваемого объекта открывается возможность осуществления оптимального раскроя и собственно управления производством пиломатериалов на основе реализации принципа индивидуального раскроя каждой единицы сырья [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. А. с. 1551990 СССР, МКИ G 01 В 11/10, 11/24. Способ определения профилей сечения объектов, преимущественно бревен / А. А. Янушкевич, М. И. Кулак, М. К. Яковлев, И. И. Кулак (СССР). № 4354200/24—28; Заявлено 30.12.87; Опубл. 23.03.90, Бюл. № 11 // Открытия. Изобретения.— 1990.— № 11.— С. 116. [2]. Елсаков С. Г. Математическое моделирование раскроя пиловочного сырья неправильной формы с использованием сплайн-функции // Лесн. журн.— 1990.— № 3.— С. 70—73.— (Изв. высш. учеб. заведений). [3]. Завьялов Ю. С. Интерполирование функций одной и двух переменных кусочно-полиномиальными функциями // Математические проблемы геофизики.— Новосибирск: Наука, 1969.— С. 58—79. [4]. Петровский В. С. Автоматическая раскряжевка лесоматериалов.— М.: Лесн. пром-сть, 1989.— 288 с. [5]. Пижурин А. А., Розенблит М. С. Основы моделирования и оптимизации процессов деревообработки.— М.: Лесн. пром-сть, 1988.— 294 с. [6]. Яковлев М. К., Янушкевич А. А., Кулак М. И. Применение сплайнов в математических моделях хлыстов и бревен // Технология и оборудование заготовки и переработки древесины.— Минск: Вышэйш. шк., 1988.— Вып. 3.— С. 97—103. [7]. Янушкевич А. А., Кулак М. И., Яковлев М. К. Автоматизированное проектирование раскроя пиловочного сырья на основе сплайновых моделей // Технология и оборудование заготовки и переработки древесины.— Минск: Вышэйш. шк., 1989.— Вып. 4.— С. 145—150. [8]. Янушкевич А. А., Кулак М. И., Яковлев М. К. Оптимизация раскроя сырья для производства строганого шпона // Технология и оборудование заготовки и переработки древесины.— Минск: Вышэйш. шк., 1990.— Вып. 5.— С. 104—108. [9]. Янушкевич А. А., Кулак М. И., Яковлев М. К. Сплайновые модели в САПР раскроя древесного сырья // Математическое обеспечение рационального раскроя в САПР: Тез. докл. Всесоюз. науч. конф.— Уфа, 1987.— Ч. 2.— С. 182—183. [10]. Янушкевич А. А., Яковлев М. К. Система проектирования раскроя лесоматериалов на ПЭВМ: модели, алгоритмы, реализация // Матер. междунар. симпозиума «Информатика-89». Минск, 1989.— Т. 2, ч. II.— С. 715—719. [11]. Янушкевич А. А., Яковлев М. К. Совершенствование лесопиления на основе индивидуальных моделей раскроя // Деревообаб. пром-сть.— 1991.— № 3.— С. 18—19.

Поступила 4 февраля 1992 г.

УДК 674.053 : 621.934

**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ КОЛЕБАНИЙ
ЖЕСТКО ЗАКРЕПЛЕННОЙ И ПЛАВАЮЩЕЙ НА ПИЛЬНОМ ВАЛУ
КРУГЛОЙ ПИЛЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
АЭРОСТАТИЧЕСКИХ НАПРАВЛЯЮЩИХ**

Ю. М. СТАХИЕВ, В. В. МАКАРОВ

ЦНИИМОД

В круглопильных станках для продольной распиловки древесины используются пилы с жестким (традиционным) креплением на пильном валу и плавающие, которые имеют возможность аксиального переме-