

УДК 621.926

П. Е. ВАЙТЕХОВИЧ, Д. В. СЕМЕНЕНКО

ДВИЖЕНИЕ МЕЛЮЩИХ ТЕЛ В ПЛАНЕТАРНОЙ МЕЛЬНИЦЕ С ВНУТРЕННЕЙ ОБКАТКОЙ

Белорусский государственный технологический университет

(Поступила в редакцию 01.11.2002)

Планетарные мельницы являются одним из перспективных помольных агрегатов. Их преимуществом перед обычными барабанными мельницами является значительно меньшие металлоемкость и энергозатраты на проведение процесса помола [1]. В связи с этим интерес к таким мельницам проявляется во многих странах [2—4]. Однако существует ряд факторов, которые сдерживают широкое внедрение планетарных мельниц в производство. Это прежде всего сложность конструктивного оформления отдельных узлов и недостаточная изученность динамики движения мелющих тел и материала в мельницах.

В первых работах по исследованию планетарных мельниц [5, 6] в качестве силовых факторов учитывались только переносная и относительная силы инерции. Были определены основные режимы движения загрузки, условия отрыва ее от стенки барабана. Данный подход в дальнейшем развивался в работах других авторов [7, 8]. При этом во всех работах не учитывалось влияние силы тяжести на характер движения загрузки. На наш взгляд, такой подход является довольно некорректным, поскольку в момент отрыва и во время свободного полета сила тяжести может оказать решающее воздействие на движение измельчающих тел. На необходимость исследования динамики отдельных мелющих тел с учетом всех силовых факторов указывается в [9].

Большинство авторов сходятся на том, что для планетарных мельниц характерны те же режимы движения загрузки, что и для обычных барабанных [8]. Особый интерес представляет водопадный режим, в котором мелющие тела отрываются от стенок барабана и падают вниз по криволинейной траектории. В месте соприкосновения с барабаном происходит наиболее интенсивное разрушение материала.

В данной работе поставлена задача определения условий отрыва и траектории относительного движения одиночного мелющего тела с учетом воздействия на него всех силовых факторов. Такой подход широко используется при изучении движения мелющих тел в обычных барабанных мельницах [10]. Он хорошо апробирован и проверен на практике.

Рассмотрим движение мелющего тела (точка B) в подвижной системе координат $AХУ$, которая перемещается поступательно по окружности относительно неподвижной системы координат $OХ_0У_0$ (рис. 1). В этом случае на мелющее тело будут действовать сила тяжести G , сила трения F_T , нормальная реакция N , переносная F_A^n и относительная F_{BA}^n силы инерции [3]. Отрыв мелющего тела от барабана произойдет в том случае, когда реакция связи станет равной нулю ($N = 0$). Для ее определения спроектируем все силы на ось, совпадающую с радиусом барабана. В результате получим

$$N = F_{BA}^n - G \sin \psi - F_A^n \cos(\varphi + \psi) = 0, \quad (1)$$

где φ и ψ — углы поворота водила и барабана, рад.

Инерционные силы рассчитываются по формулам:

$$F_A^n = \frac{m\omega^2 k^2 R}{1-k}; \quad F_{BA}^n = m\omega^2 k R, \quad (2)$$

где m — масса мелющего тела, кг; ω — угловая скорость барабана, рад/с; $k = r/R$ — геометрический критерий; r — радиус барабана, м; R — радиус неподвижной кольцевой поверхности, м.

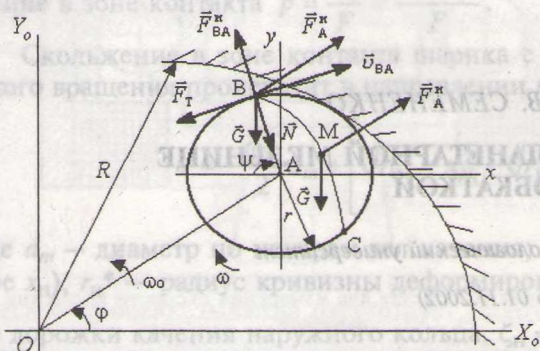


Рис. 1. Расчетная схема планетарной мельницы

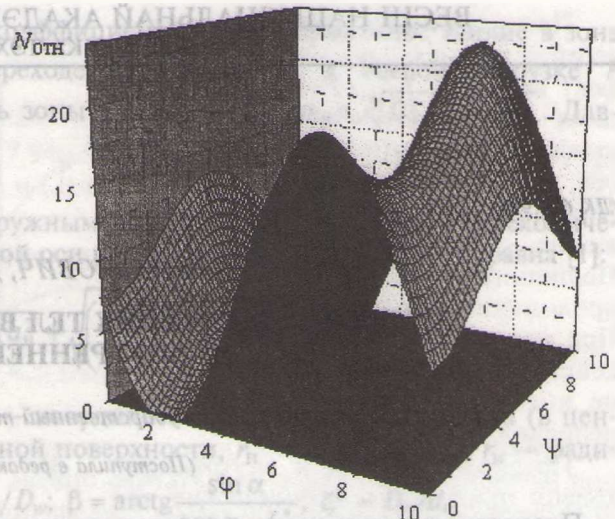


Рис. 2. Зависимость изменения относительной реакции от двух переменных

Подставив значения для всех сил в уравнение (1), получим

$$N = m\omega^2 kR - mg \sin \psi - \frac{m\omega^2 k^2 R}{1-k} \cos(\varphi + \psi) \leq 0. \quad (3)$$

Разделив все члены уравнения (3) на массу, получим относительную реакцию связи $N_{\text{отн}} = N/m$. После несложных преобразований условие отрыва примет вид

$$N_{\text{отн}} = \omega^2 kR \left[1 - \frac{k}{1-k} \cos(\varphi + \psi) \right] - g \sin \psi \leq 0. \quad (4)$$

В случае необходимости перехода к угловой скорости водила ее можно найти из соотношения:

$$\omega = \omega_0 \frac{1-k}{k}, \quad (5)$$

где ω_0 — угловая скорость водила, рад/с.

По уравнению (4) можно определить оптимальную реакцию в зависимости от двух переменных φ и ψ . Это означает, что условие отрыва может быть найдено при всех положениях мелющего тела на поверхности барабана и самого барабана.

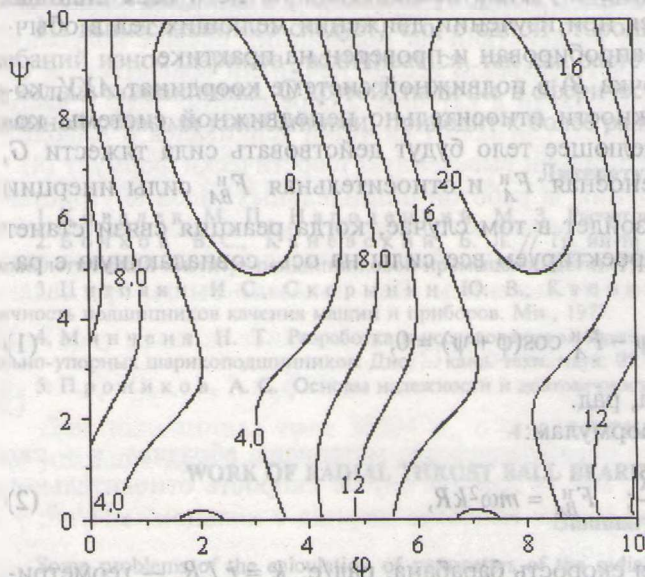


Рис. 3. Линии уровня относительной реакции связи

Для расчетов были использованы пакеты программ "Mathcad" и "Origin". В результате удалось построить трехмерные зависимости $N_{\text{отн}} = f(\varphi, \psi)$ (рис. 2), из которых можно получить линии уровня, соответствующие определенному значению $N_{\text{отн}}$. На рис. 3 представлены линии уровня, полученные сечением плоскостью с $N_{\text{отн}} = 0$. Из рис. 2, 3 видно, что изменение реакции связи носит циклический характер и существует область значений углов поворота водила и барабана, при которых реакция связи становится равной нулю и наблюдается отрыв мелющего тела от стенки барабана. Область, очерченная нулевой линией уровня, соответствует именно этому условию отрыва мелющего тела от стенок барабана. Углы α и ψ , попа-

дающие в данную область, дают диапазон изменения углов поворота водила и барабана, при которых может произойти отрыв.

После отрыва мелющее тело движется по криволинейной траектории под действием силы тяжести и переносной силы инерции. Уравнения движения мелющего тела как материальной точки M (рис. 1) в координатах AXY для этого случая можно записать так:

$$m\ddot{x} = F_A^n \cos \varphi, \quad m\ddot{y} = F_A^n \sin \varphi - mg. \quad (6)$$

После подстановки значения инерционной силы из формулы (2) и с учетом того, что $\varphi = \omega_0 t$, получим

$$\ddot{x} = \omega_0^2 R(1-k) \cos \omega_0 t, \quad \ddot{y} = \omega_0^2 R(1-k) \sin \omega_0 t - g. \quad (7)$$

Проинтегрировав эти уравнения по переменной t , определим

$$\dot{x} = \omega_0^2 R(1-k) \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 t + c_1, \quad \dot{y} = -\omega_0^2 R(1-k) \frac{1}{\omega_0} \cos \omega_0 t - gt + c_2. \quad (8)$$

Повторное интегрирование дает возможность получить уравнения криволинейной траектории падения мелющего тела

$$x = -R(1-k) \cos \omega_0 t + c_1 t + c'_1, \quad y = -R(1-k) \sin \omega_0 t - \frac{gt^2}{2} + c_2 t + c'_2. \quad (9)$$

Постоянные интегрирования c_1 и c_2 находятся из условия, что в момент отрыва при $t = 0$ мелющее тело еще прижато к поверхности барабана, поэтому

$$\dot{x}_B = v_{BA} \sin \gamma, \quad \dot{y}_B = v_{BA} \cos \gamma. \quad (10)$$

где v_{BA} — относительная линейная скорость в точке отрыва, м/с; γ — угол между вектором относительной скорости и осью X , рад.

Поскольку точка соприкосновения барабана с неподвижной окружностью является мгновенным центром скоростей, то $v_{BA} = v_A = \omega r$, а при переходе к угловой скорости водила с учетом соотношения (5)

$$v_{BA} = \omega_0 R(1-k). \quad (11)$$

Угол $\gamma = \pi/2 - \psi$. Соотношение углов поворота барабана и водила подобно соотношению угловых скоростей (5)

$$\varphi = \psi \frac{k}{1-k}. \quad (12)$$

Тогда угол

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi \frac{1-k}{k}. \quad (13)$$

После подстановки относительной скорости из формулы (11) и угла γ из выражения (13) в уравнение (10) начальные условия преобразуются к виду

$$\dot{x}_B = \omega_0 R(1-k) \sin\left(\frac{1-k}{k} \varphi_B\right), \quad \dot{y}_B = \omega_0 R(1-k) \cos\left(\frac{1-k}{k} \varphi_B\right), \quad (14)$$

где φ_B — угол поворота водила в момент отрыва мелющего тела, рад.

Подставив эти значения в уравнение (8) и учитывая, что в момент отрыва $t = 0$, получим

$$c_1 = \omega_0 R(1-k) \sin\left(\frac{1-k}{k} \varphi_B\right), \quad c_2 = \omega_0 R(1-k) \left[\cos\left(\frac{1-k}{k} \varphi_B\right) + 1 \right]. \quad (15)$$

Постоянные интегрирования c'_1 и c'_2 также определяются из условия отрыва при $t = 0$

$$x_B = r \cos \psi_B, \quad y_B = r \sin \psi_B, \quad (16)$$

где ψ_B — угол поворота барабана в момент отрыва, рад.

С учетом выражения (12) и того, что $r = kR$, получим

$$x_B = kR \cos\left(\frac{1-k}{k}\varphi_B\right), \quad y_B = kR \sin\left(\frac{1-k}{k}\varphi_B\right). \quad (17)$$

Подставив формулы (17) в уравнения (9), определим постоянные интегрирования

$$c_1' = kR \cos\left(\frac{1-k}{k}\varphi_B\right) + R(1-k), \quad c_2' = kR \sin\left(\frac{1-k}{k}\varphi_B\right). \quad (18)$$

В уравнениях (9) проведем обратную замену переменных, учитывая, что $\omega_0 t = \varphi$. Тогда окончательно уравнения криволинейной траектории движения мелющего тела будут иметь вид

$$x = -R(1-k) \cos \varphi + c_1 \frac{\varphi}{\omega_0} + c_1', \quad y = -R(1-k) \sin \varphi - \frac{g\varphi^2}{2\omega_0^2} + c_2 \frac{\varphi}{\omega_0} + c_2'. \quad (19)$$

Важным параметром, от которого зависит энергия удара мелющего тела, является высота его падения от момента отрыва в точке B до соприкосновения со стенками в точке C . Она определяется координатами данных точек

$$h = |y_C - y_B|. \quad (20)$$

Точка соприкосновения находится при совместном решении уравнений криволинейной траектории (19) и окружности. В координатах AXY уравнение окружности имеет вид

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (21)$$

или

$$x = r \cos \psi = kR \cos\left(\frac{1-k}{k}\varphi\right), \quad y = r \sin \psi = kR \sin\left(\frac{1-k}{k}\varphi\right). \quad (22)$$

В точке пересечения соответствующие координаты окружности и траектории движения мелющего тела должны быть равными. Используя уравнения (19) и (22), а также перенеся все члены уравнения в левую часть, получаем окончательную систему уравнений для определения точки пересечения:

$$\begin{aligned} kR \cos\left(\frac{1-k}{k}\varphi\right) + R(1-k) \cos \varphi - c_1 \frac{\varphi}{\omega_0} - c_1' &= 0, \\ kR \sin\left(\frac{1-k}{k}\varphi\right) + R(1-k) \sin \varphi + \frac{g\varphi^2}{2\omega_0^2} - c_2 \frac{\varphi}{\omega_0} - c_2' &= 0. \end{aligned} \quad (23)$$

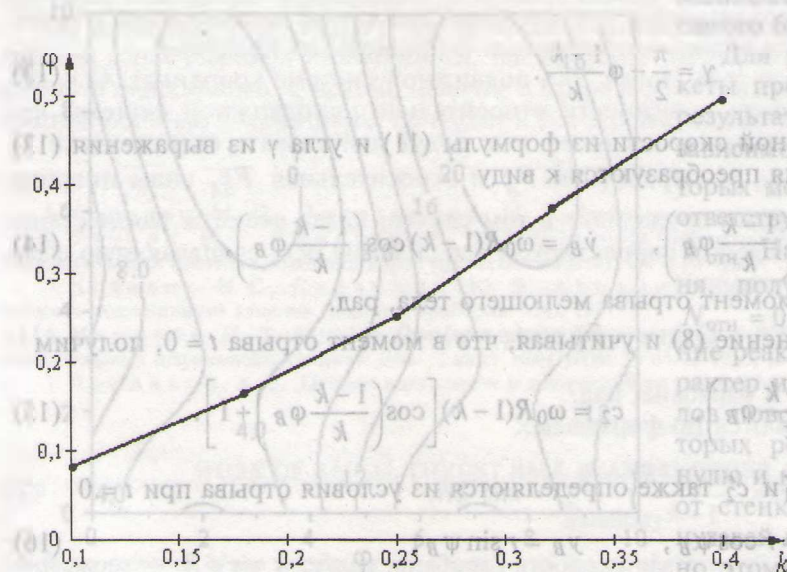


Рис. 4. Зависимость угла φ_{BC} от геометрического критерия k

Расчеты по уравнениям (23) проводились с использованием пакета программ «Mathcad» для разных значений геометрического критерия. Начальный угол φ принимался равным углу отрыва $\varphi = \varphi_B$. В результате расчетов удалось установить угол φ_{BC} от момента отрыва до соприкосновения мелющего тела со стенкой барабана. Зависимость этого угла от геометрического критерия показана на рис. 4. Анализируя данную функцию, можно сделать вывод, что между углом φ_{BC} и геометрическим критерием k в диапазоне от 0,1 до 0,4 суще-

ствует почти линейная зависимость и с увеличением значения геометрического критерия угол φ_{BC} возрастает.

Угол поворота водила от начала отсчета до момента соприкосновения $\varphi_C = \varphi_B + \varphi_{BC}$. По известным углам φ_B и φ_C можно по уравнению (19) определить u_B и u_C , а затем по формуле (20) — высоту падения мелющего тела.

Таким образом, предлагаемая математическая модель достаточно точно отражает реальную картину движения мелющих тел и материала в планетарной мельнице и позволяет считать высоту падения мелющих тел как основной энергетический параметр.

Литература

1. Дуда В. Цемент / Пер. с нем. М., 1981.
2. John G., Vock F. // Chem.-Ingr.-Techn. 1965. Vol. 37, N 4. P. 411—417.
3. Cieślinski Walecy // Cement, Wapno, Gips. 1971. Vol. 26, N 4. P. 97—100.
4. Современные мельницы / Дзинбо Йокояма Тоскадзу, Кикай сэкэй = Mach. Des. 1989. Vol. 33, N 5. P. 26—36.
5. Бушув Л. П. // Научн. докл. высш. школы. Горное дело. 1959. № 2. С. 220—226.
6. Бушув Л. П. // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1961. № 1. С. 167—169.
7. Ким Бен Ги // Изв. вузов. Горный журнал. 1976. № 1. С. 149—153.
8. Доброборский Г. А., Лянсберг Л. М., Рабин А. Н. // Изв. вузов. Горный журнал. 1992. № 12. С. 78—81.
9. Дмитрак Ю. В. Теория движения мелющей загрузки и повышения эффективности оборудования для тонкого измельчения горных пород: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. М., 2000.
10. Андреев С. Е., Перов В. А., Зверевич В. В. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. М., 1980.

P. E. VOYTEKHOVICH, D. V. SEMENENKO

MOVEMENT OF GRINDING BODIES IN A PLANETARY MILL WITH INTERNAL ROLLING

Summary

Movement of a single grinding body in a planetary mill with internal rolling has been analyzed. Change of a normal reaction for one revolution drive has been investigated. Condition of the grinding body tearing off from the drum wall has been determined.

The size of a normal reaction and periodicity of its change in planetary mills is much higher than that in usual drum mills. It should assist increase of grinding efficiency.

Movement of the grinding body after tearing off has been identified. The combined solution of curvilinear trajectory equations and progressively moving circle has enabled to determine their crossing point coordinates. Using these coordinates it is possible to define the grinding body fall height and thus to estimate power expenses for grinding in planetary mills.